



Universidad de San Carlos de Guatemala  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de Ingeniería Química

**DESARROLLO DE CUATRO MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZANDO INFORMACIÓN  
PROCEDENTE DE LOS SATÉLITES LANDSAT 7, 8 Y AMSA -PERIODO 2008-2014-, PARA  
ESTABLECER LA CONDICIÓN FÍSICO-QUÍMICA Y TRÓFICA DEL LAGO DE AMATITLÁN,  
MUNICIPIO DE AMATITLÁN, GUATEMALA**

**Lízbette Paola Hernández Flores**

Asesorado por el Ing. Walter Arnoldo Bardales Espinoza

Guatemala, abril de 2021

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**DESARROLLO DE CUATRO MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZANDO INFORMACIÓN  
PROCEDENTE DE LOS SATÉLITES LANDSAT 7, 8 Y AMSA -PERIODO 2008-2014-, PARA  
ESTABLECER LA CONDICIÓN FÍSICO-QUÍMICA Y TRÓFICA DEL LAGO DE AMATITLÁN,  
MUNICIPIO DE AMATITLÁN, GUATEMALA**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
POR

**LÍZBETTE PAOLA HERNÁNDEZ FLORES**

ASESORADO POR EL ING. WALTER ARNOLDO BARDALES ESPINOZA

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

**INGENIERA AMBIENTAL**

GUATEMALA, ABRIL DE 2021

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE INGENIERÍA



**NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA**

|            |                                       |
|------------|---------------------------------------|
| DECANA     | Inga. Aurelia Anabela Cordova Estrada |
| VOCAL I    | Ing. José Francisco Gómez Rivera      |
| VOCAL II   | Ing. Mario Renato Escobedo Martínez   |
| VOCAL III  | Ing. José Milton de León Bran         |
| VOCAL IV   | Br. Christian Moisés de la Cruz Leal  |
| VOCAL V    | Br. Kevin Armando Cruz Lorente        |
| SECRETARIO | Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez       |

**TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO**

|             |                                       |
|-------------|---------------------------------------|
| DECANA      | Inga. Aurelia Anabela Córdoba Estrada |
| EXAMINADORA | Inga. María Alejandra Má Villatoro    |
| EXAMINADOR  | Ing. Carlos Vinicio Godínez Miranda   |
| EXAMINADOR  | Ing. Jorge Mario Estrada Asturias     |
| SECRETARIO  | Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez       |

## HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

**DESARROLLO DE CUATRO MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZANDO INFORMACIÓN  
PROCEDENTE DE LOS SATÉLITES LANDSAT 7, 8 Y AMSA -PERIODO 2008-2014-, PARA  
ESTABLECER LA CONDICIÓN FÍSICO-QUÍMICA Y TRÓFICA DEL LAGO DE AMATITLÁN,  
MUNICIPIO DE AMATITLÁN, GUATEMALA**

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Química, con fecha de octubre de 2020.



**Lízette Paola Hernández Flores**

Guatemala 27 de octubre de 2020

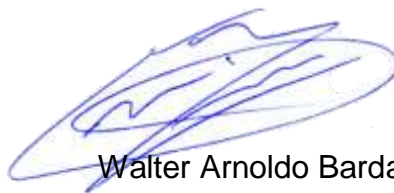
Ingeniero  
Williams Guillermo Álvarez Mejía  
DIRECTOR  
Escuela Ingeniería Química  
Presente.

Estimado Ingeniero Williams Guillermo Álvarez Mejía:

Le saludo cordialmente, deseándole éxitos en sus actividades. Por medio de la presente hago constar que he revisado y aprobado el Informe Final del trabajo de graduación titulado: “Desarrollo de cuatro modelos matemáticos utilizando información procedente de los satélites Landsat 7, 8 y AMSA -periodo 2008-2014-, para establecer la condición físico-química y trófica del lago de Amatitlán, municipio de Amatitlán, Guatemala”, elaborado por el estudiante de la carrera de Ingeniería Ambiental, Lízette Paola Hernández Flores, quien se identifica con el registro académico 2015-03589 y con el CUI 2995 52659 0101.

Agradeciendo la atención a la presente, me suscribo de usted,

Atentamente,



Walter Arnoldo Bardales Espinoza  
ASESOR  
Ingeniero Agrónomo  
Colegiado activo no. 4279



M.Sc. Ing. Walter Arnoldo Bardales Espinoza  
Maestro en Recursos Hidráulicos Opción Hidrología  
Ingeniero Agrónomo  
Colegiado 4279



Guatemala, 28 de enero de 2021.  
Ref. EIQ.TG-IF.002.2021.

Ingeniero  
Williams Guillermo Álvarez Mejía  
DIRECTOR  
Escuela de Ingeniería Química  
Facultad de Ingeniería

Estimado Ingeniero Álvarez:

Como consta en el registro de evaluación, correlativo 027-2019, le informo que reunidos los Miembros de la Tema nombrada por la Escuela de Ingeniería Química, se practicó la revisión del:

**INFORME FINAL**

Solicitado por el estudiante universitario: **Lizbette Paola Hernández Flores**.  
Identificado con número de camé: **2995526590101**.  
Identificado con registro académico: **201503589**.  
Previo a optar al título de la carrera: **Ingeniería Ambiental**.  
En la modalidad: **Informe Final, Seminario de Investigación**.

Siguiendo los procedimientos de revisión interna de la Escuela de Ingeniería Química, los Miembros de la Tema han procedido a **APROBARLO** con el siguiente título:

**DESARROLLO DE CUATRO MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZANDO  
INFORMACIÓN PROCEDENTE DE LOS SATÉLITES LANDSAT 7, 8 Y AMSA -  
PERIODO 2008-2014-, PARA ESTABLECER LA CONDICIÓN FÍSICO-QUÍMICA  
Y TRÓFICA DEL LAGO DE AMATITLÁN, MUNICIPIO DE AMATITLÁN,  
GUATEMALA**

El Trabajo de Graduación ha sido asesorado por:

**Walter Arnoldo Bardales Espinoza, profesional de la Ingeniería Agronómica**

Habiendo encontrado el referido trabajo de graduación **SATISFACTORIO**, se autoriza al estudiante, proceder con los trámites requeridos de acuerdo a las normas y procedimientos establecidos por la Facultad para su autorización e impresión.

"ID Y ENSEÑAD A TODOS"

Carlos Salvador Wong Davi  
profesional de la Ingeniería Química  
COORDINADOR DE TERNA  
Tribunal de Revisión  
Trabajo de Graduación

C.c.: archivo



ACAAI

Ing. Carlos Salvador Wong Davi  
COLEGIADO. No. 561





Guatemala, 23 de abril de 2021.  
Ref. EIQ.063.2021

**Aprobación del informe final del trabajo de graduación**

Ingeniera  
Aurelia Anabela Cordova Estrada  
Decana  
Facultad de Ingeniería  
Universidad de San Carlos de Guatemala

Revisado el INFORME FINAL DEL TRABAJO DE GRADUACIÓN (TESIS), DENOMINADO **DESARROLLO DE CUATRO MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZANDO INFORMACIÓN PROCEDENTE DE LOS SATÉLITES LANDSAT 7, 8 Y AMSA -PERIODO 2008-2014-, PARA ESTABLECER LA CONDICIÓN FÍSICO-QUÍMICA Y TRÓFICA DEL LAGO DE AMATITLÁN, MUNICIPIO DE AMATITLÁN, GUATEMALA** del(la) estudiante Lízette Paola Hernández Flores, se conceptúa que el documento presentado, reúne todas las condiciones de calidad en materia administrativa y académica (rigor, pertinencia, secuencia y coherencia metodológica), por lo tanto, se procede a la autorización del mismo, para que el(la) estudiante pueda optar al título de Ingeniería Ambiental.

*“Id y Enseñad a Todos”*


Ing. Williams C. Álvarez Mejía; M.Sc. I.E.  
DIRECTOR  
Escuela de Ingeniería Química

Cc. Archivo  
WGAM/mpeca



Agencia Centroamericana de Acreditación de  
Programas de Arquitectura y de Ingeniería



Formando Ingenieros Químicos en Guatemala desde 1939



**NO SALGAS  
QUÉDATE EN  
CASA**

DTG. 182.2021.

La Decana de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Química, al Trabajo de Graduación titulado: **DESARROLLO DE CUATRO MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZANDO INFORMACIÓN PROCEDENTE DE LOS SATÉLITES LANDSAT 7, 8 Y AMSA - PERIODO 2008-2014-, PARA ESTABLECER LA CONDICIÓN FÍSICO-QUÍMICA Y TRÓFICA DEL LAGO DE AMATITLÁN, MUNICIPIO DE AMATITLÁN, GUATEMALA**, presentado por la estudiante universitaria: **Lízbette Paola Hernández Flores**, y después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE:



Inga. Anabela Cordova Estrada  
Decana

Guatemala, abril de 2021.

AACE/asga



## **ACTO QUE DEDICO A:**

### **Dios**

Por guiar e iluminar siempre mi camino, por todas las bendiciones que nos ha dado a mí y mi familia, y por nunca abandonarme.

### **Mis padres**

Rosario Flores y Donald Hernández por ser una gran inspiración y ejemplo de lucha. Esta meta alcanzada es por ustedes; los amo.

## **AGRADECIMIENTOS A:**

- Dios** Por amarme y llenar mi vida de bendiciones; por siempre estar a mi lado, y, sobre todo, por permitirme lograr mi meta.
- Mis padres** Rosario Flores y Donald Hernández, por siempre apoyarme a lo largo de mi vida y de mi carrera; por siempre amarme y tenerme paciencia. Ustedes son mi mayor bendición.
- Mis amigas** Ximena Vargas y Paula Zuleta, por acompañarme en mi trayectoria, por siempre apoyarme y demostrarme su cariño.
- Mi asesor** Ing. Walter Bardales, por ser una importante influencia en mi carrera, por tenerme paciencia y apoyarme en mi trabajo de graduación. Dios lo bendiga siempre.

## ÍNDICE GENERAL

|  |       |
|--|-------|
| ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....           | XVII  |
| LISTA DE SÍMBOLOS.....                 | XXI   |
| GLOSARIO.....                          | XXIII |
| RESUMEN.....                           | XXV   |
| OBJETIVOS.....                         | XXVII |
| HIPÓTESIS.....                         | XXIX  |
| INTRODUCCIÓN.....                      | XXXI  |
| <br>                                   |       |
| 1. ANTECEDENTES.....                   | 1     |
| 1.1. Justificación.....                | 3     |
| 1.2. Planteamiento del problema.....   | 4     |
| 1.2.1. Delimitación del problema.....  | 5     |
| <br>                                   |       |
| 2. MARCO TEÓRICO.....                  | 7     |
| 2.1. Cuerpos de agua lénticos.....     | 7     |
| 2.2. Calidad del agua.....             | 7     |
| 2.2.1. Monitoreo y muestreo.....       | 8     |
| 2.2.2. Parámetros físico-químicos..... | 9     |
| 2.2.2.1. Temperatura.....              | 9     |
| 2.2.2.2. Conductividad eléctrica.....  | 9     |
| 2.2.2.3. Transparencia.....            | 10    |
| 2.2.3. Característica trófica.....     | 11    |
| 2.2.3.1. Clorofila-a.....              | 11    |
| 2.3. Teledetección.....                | 12    |
| 2.3.1. Sensores remotos.....           | 13    |

|      |          |   |                                     |                               |    |
|------|----------|---|-------------------------------------|-------------------------------|----|
|      | 2.3.1.1. | Radiación electromagnética.....                                     | 13                                  |                               |    |
|      | 2.3.2.   | Espectro electromagnético .....                                     | 14                                  |                               |    |
|      | 2.3.3.   | Curvas espectrales.....   | 16                                  |                               |    |
|      | 2.3.4.   | Landsat 7 .....   | 16                                  |                               |    |
|      | 2.3.5.   | Landsat 8 .....   | 18                                  |                               |    |
| 2.4. |          | Modelos matemáticos .....   | 21                                  |                               |    |
|      | 2.4.1.   | Validación de modelo .....  | 22                                  |                               |    |
|      | 2.4.2.   | Tipos de modelo matemático.....                                     | 22                                  |                               |    |
|      |          | 2.4.2.1.  | Modelos deterministas .....         | 23                            |    |
|      |          | 2.4.2.2.  | Modelos probabilísticos .....       | 23                            |    |
|      |          | 2.4.2.3.  | Modelos discretos matriciales ..... | 23                            |    |
|      | 2.4.3.   | Parámetros para seleccionar modelo matemático ..                    | 24                                  |                               |    |
|      |          | 2.4.3.1.  | Prueba de hipótesis .....           | 24                            |    |
|      |          | 2.4.3.2.  | Prueba de normalidad.....           | 25                            |    |
|      |          |   | 2.4.3.2.1.                          | Shapiro-Wilk .....            | 25 |
| 3.   |          | METODOLOGÍA.....  | 27                                  |                               |    |
|      | 3.1.     | Variables .....   | 27                                  |                               |    |
|      |          | 3.1.1.  | Variables dependientes .....        | 27                            |    |
|      |          | 3.1.2.  | Variables independientes .....      | 28                            |    |
|      | 3.2.     | Técnica cuantitativa.....   | 29                                  |                               |    |
|      |          | 3.2.1.  | Análisis multivariado .....         | 29                            |    |
|      |          |   | 3.2.1.1.                            | Métodos de dependencia.....   | 30 |
|      |          |   | 3.2.1.2.                            | Análisis de regresión .....   | 30 |
|      |          |   | 3.2.1.3.                            | Métodos de independencia..... | 30 |
|      | 3.3.     | Recolección y ordenamiento de la información .....                  | 31                                  |                               |    |
|      | 3.4.     | Tabulación, ordenamiento y procesamiento de la<br>información ..... | 31                                  |                               |    |
|      | 3.5.     | Análisis estadístico.....   | 32                                  |                               |    |

|          |   |    |
|----------|---|----|
| 3.5.1.   | Estadística descriptiva .....                               | 32 |
| 3.5.1.1. | Media aritmética .....                                      | 32 |
| 3.5.1.2. | Mediana .....   | 33 |
| 3.5.1.3. | Moda .....  | 33 |
| 3.5.1.4. | Varianza .....  | 33 |
| 3.5.1.5. | Desviación estándar .....                                   | 34 |
| 3.6.     | Área de estudio .....                                       | 35 |
| 4.       | RESULTADOS .....  | 39 |
| 4.1.     | Análisis de datos de AMSA .....                             | 39 |
| 4.2.     | Procesamiento de imágenes satelitales .....                 | 46 |
| 4.2.1.   | Corrección atmosférica .....                                | 48 |
| 4.2.2.   | Extracción de datos en los satélites Landsat<br>7 y 8 ..... | 49 |
| 4.3.     | Combinación de bandas espectrales .....                     | 54 |
| 4.4.     | Formulación de modelo matemático .....                      | 55 |
| 4.4.1.   | Modelo matemático de la clorofila-a .....                   | 55 |
| 4.4.2.   | Modelo matemático de la transparencia .....                 | 59 |
| 4.4.3.   | Modelo matemático de la conductividad eléctrica ...         | 63 |
| 4.4.4.   | Modelo matemático de temperatura .....                      | 64 |
|          | CONCLUSIONES .....  | 69 |
|          | RECOMENDACIONES .....                                       | 71 |
|          | BIBLIOGRAFÍA .....  | 73 |



## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

### FIGURAS

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.  | Disco de Secchi .....  | 10 |
| 2.  | Características de radiación electromagnética .....  | 14 |
| 3.  | Espectro magnético y luz visible .....   | 15 |
| 4.  | Curvas espectrales .....   | 16 |
| 5.  | Orbitas del satélite Landsat 7 .....   | 17 |
| 6.  | Ancho de banda para los sensores OLI y TIRS.....   | 19 |
| 7.  | Mapa de ubicación del lago de Amatitlán .....  | 36 |
| 8.  | Mapa de localización de coordenadas de estaciones.....   | 37 |
| 9.  | Landsat OLI 8, imagen de escena completa en color natural sin corrección atmosférica .....                           | 47 |
| 10. | Landsat OLI 8, imagen de escena completa en color natural con corrección atmosférica .....                           | 49 |
| 11. | Valores de reflectancia de bandas espectrales de la estación Este Centro durante el periodo 2008 a 2014 .....        | 50 |
| 12. | Valores de reflectancia de bandas espectrales de la estación río Villalobos durante el periodo 2008 a 2014.....      | 51 |
| 13. | Valores de reflectancia de bandas espectrales de la estación playa bahía de Oro durante el periodo 2008 a 2014 ..... | 52 |
| 14. | Valores de reflectancia de bandas espectrales de la estación Oeste Centro durante el periodo 2008 a 2014 .....       | 53 |
| 15. | Valores de reflectancia de bandas espectrales de la estación río Michatoya durante el periodo 2008 a 2014.....       | 54 |

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 16. | Gráfico de comparación de concentración de clorofila-a real y estimada .....  | 57 |
| 17. | Mapa de clorofila-a observada en diciembre de 2013.....                       | 58 |
| 18. | Mapa de clorofila-a estimada el 20 de diciembre de 2013 .....                 | 59 |
| 19. | Gráfico de comparación de concentración de transparencia real y estimada..... | 61 |
| 20. | Mapa de transparencia observada en diciembre de 2013.....                     | 62 |
| 21. | Mapa de transparencia estimada del 20 de diciembre de 2013 .....              | 63 |
| 22. | Gráfico de comparación de concentración de temperatura real y estimada.....   | 65 |
| 23. | Mapa de temperatura observada en diciembre de 2013 .....                      | 66 |
| 24. | Mapa de transparencia estimada del 20 de diciembre de 2013 .....              | 67 |

## TABLAS

|       |  |    |
|-------|--|----|
| I.    | Comparación de estado trófico con los parámetros de calidad del agua .....                           | 12 |
| II.   | Bandas del satélite Landsat 7 .....  | 18 |
| III.  | Bandas Landsat 8.....  | 20 |
| IV.   | Intervalo espectral de Landsat 7 .....   | 28 |
| V.    | Intervalo espectral de Landsat 8 .....   | 29 |
| VI.   | Coordenadas de las estaciones hidrométricas.....   | 37 |
| VII.  | Datos promedio por mes de las características físicas y condición trófica del lago de Amatitlán..... | 39 |
| VIII. | Datos promedio por año de las características físicas y condición trófica del lago de Amatitlán..... | 40 |
| IX.   | Datos estadísticos de la estación río Michatoya .....  | 41 |
| X.    | Datos estadísticos de la estación Oeste Centro.....  | 42 |
| XI.   | Datos estadísticos de la estación Este Centro .....  | 43 |



|       |  |    |
|-------|--|----|
| XII.  | Datos estadísticos de la estación río Villalobos.....                            | 44 |
| XIII. | Datos estadísticos de la estación bahía Playa de Oro.....                        | 45 |
| XIV.  | Análisis de variables a utilizar en el modelo matemático de<br>clorofila-a ..... | 56 |



## LISTA DE SÍMBOLOS

| <b>Símbolo</b> | <b>Significado</b> |
|----------------|--------------------|
| <b>cm</b>      | centímetro         |
| <b>°C</b>      | grados Celsius     |
| <b>m</b>       | metro              |
| <b>μm</b>      | micrómetro         |
| <b>μS</b>      | microsiemen        |
| <b>mg</b>      | miligramo          |



## GLOSARIO

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| <b>Anóxico</b>              | Carencia de oxígeno.   |
| <b>GeoTIFF</b>              | Información georreferenciada en una imagen.  |
| <b>Macrófitas</b>           | Planta acuática grande.  |
| <b>OLI</b>                  | Sensor espectral que contiene el satélite Landsat 8.   |
| <b>Órbita heliosíncrona</b> | Órbita cuya función es pasar en determinada latitud terrestre a un mismo tiempo.                                   |
| <b>Reflectividad</b>        | Cantidad de luz reflejada por una superficie.  |
| <b>TIRS</b>                 | Por sus siglas en inglés ( <i>Thermal Infrared Sensor</i> ). Sensor infrarrojo que contiene el satélite Landsat 8. |
| <b>WGS84</b>                | Por sus siglas en inglés ( <i>World Geodetic System 1984</i> ). Sistema geodésico de coordenadas geográficas.      |
| <b>Software R</b>           | Programa de lenguaje de programación con énfasis al análisis estadístico   |



## RESUMEN

El estudio desarrolló cuatro modelos matemáticos que relacionan los datos de laboratorio de parámetros fisicoquímicos (transparencia, conductividad eléctrica, temperatura) y tróficos (clorofila-a), presentados por La Autoridad para el Manejo Sustentable de la Cuenca y del Lago de Amatitlán (AMSA), con los valores obtenidos por imágenes por las bandas del espectro electromagnético de los satélites Landsat 7 y 8.

La relación entre estos dos factores determinó las condiciones del agua del lago de Amatitlán. Para que los modelos matemáticos se consideraran válidos, se realizó un control de calidad de datos de laboratorio, así como la selección y corrección atmosférica de las imágenes satelitales. Se seleccionó el modelo con mayor coeficiente de correlación para tener un nivel alto de confiabilidad.

El monitoreo de la calidad del agua del lago de Amatitlán se presentó con una precisión del 95 % de confianza en sus análisis de parámetros fisicoquímicos y tróficos. A partir de estos modelos se tendrá información total sobre distribución espacial cada 16 días.





# OBJETIVOS

## General

Desarrollar cuatro modelos matemáticos utilizando información procedente de los satélites Landsat 7, 8 y AMSA -periodo 2008-2014-, para establecer la condición fisicoquímica y trófica del lago de Amatitlán, municipio de Amatitlán, Guatemala.

## Específicos

1. Evaluar los datos del análisis fisicoquímico del agua y trófico clorofila-a de AMSA y los de reflectancia de las bandas de imágenes satelitales Landsat 7 y 8, durante el periodo 2008-2014, mediante un análisis con significancia estadística.
2. Desarrollar modelos matemáticos de correlatividad con base en los parámetros fisicoquímicos y tróficos, y en función de los índices de reflectancia correspondientes al periodo 2008-2014, mediante el *software* R.
3. Interpretar las tendencias generadas para establecer un ajuste mediante los modelos matemáticos realizados en el programa R y para seleccionar el de mayor confianza.



## **HIPÓTESIS**

Las condiciones fisicoquímicas y tróficas del lago de Amatitlán se podrían determinar a través de sensores remotos. Al obtener los datos de reflectancia y de monitoreo, se podrían desarrollar cuatro modelos matemáticos espaciales de estimación de clorofila-a, temperatura, transparencia y conductividad eléctrica, utilizando imágenes Landsat 7 y 8, con un nivel de confianza del 95 %.



## INTRODUCCIÓN

La percepción remota es una ciencia que facilita la obtención y manejo de información acerca del ambiente, la meteorología y la cartografía, con un enfoque real del entorno a las comunidades. La teledetección es una técnica para la adquisición de la información en tiempo pasado, presente y futuro.

Los satélites artificiales son desarrollados para la resolución de problemas que el hombre enfrenta. El Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS por sus siglas en inglés) proporciona información por medio de sus satélites Landsat. Estos contienen diversas bandas espectrales y sensores de calor, los cuales permiten el estudio de cada objeto ubicado en la superficie terrestre y suministran información de su reflectancia. Landsat proporciona información desde 1972 hasta la fecha, y, con el paso de los años, la resolución de sus imágenes espectrales y la toma de más información han mejorado. Este realiza su ciclo de recubrimiento cada 16 días por su periodo orbital heliosíncrona.

El agua es un recurso de suma importancia ya que es una fuente de subsistencia de la vida; por lo tanto, son necesarios su conservación y el monitoreo de sus parámetros fisicoquímicos y tróficos, los cuales establecen su nivel de calidad. El daño en la calidad de sus aguas provoca alto costo económico y riesgo a la salud.

La teledetección en cuerpos de agua es útil para el monitoreo de parámetros fisicoquímicos y tróficos, tales como la temperatura, la conductividad eléctrica, la transparencia, el oxígeno disuelto, el pH, la concentración de clorofila-a, entre

otros; de manera que se disponga de información periódica y con gran cobertura espacial de un cuerpo de agua.

La metodología clásica presenta limitantes como la falta de distribución espacial, la toma de muestra a largo plazo, el alto costo en el análisis de los parámetros fisicoquímicos y tróficos, el difícil acceso a la región, entre otros. El muestreo de los parámetros fisicoquímicos y tróficos requieren de gran inversión económica y de tiempo. Por medio de los valores de reflectancia captadas por las imágenes satelitales y de los datos de laboratorio, se puede generar un modelo matemático con alto nivel de confianza, que determine las condiciones de un cuerpo de agua.

# 1. ANTECEDENTES

La finalidad de los sensores remotos es la observación terrestre; estos son diseñados principalmente para el control ambiental, la meteorología y la cartografía. “La teledetección o detección a distancia se basa en el registro de la radiación electromagnética utilizando sensores remotos de diferentes tipos que no están en contacto físico con los objetos que emiten la energía”<sup>1</sup>. “Es entendida como una técnica que tiene por objeto la captura, tratamiento y análisis de imágenes digitales tomadas desde satélites artificiales.”<sup>2</sup>

Asimismo, la teledetección abarca diversas áreas de estudio ya que se tiene información de condiciones ambientales en tiempo pasado, presente y futuro, con la finalidad de tomar de decisiones en torno a recursos económicos y físicos de una región.

Los satélites artificiales fueron desarrollados como respuesta a distintos problemas que afectan y engloban la actividad antropogénica y son utilizados para diversas funciones; entre ellas, la relación de comunicación y la observación de la Tierra para la elaboración de mapas.

De acuerdo con Brivio, citado por Amado 2014, desde 1980, los sensores remotos han mejorado en su resolución espacial y espectral. Las imágenes multiespectrales son adecuadas para monitorear las aguas continentales

---

<sup>1</sup> ARDILA, Jhon; QUINTERO, Oscar. *Aplicación de la teledetección y los sistemas de información geográfica en la interpretación de zonas inundables. caso de estudio: río Soapaga, sector Paz de río, Boyacá*, p. 2.

<sup>2</sup> Anónimo, *Teledetección: Nociones y Aplicaciones*, p. 19

mediante las correlaciones de reflectividad, medida por cada una de las bandas y las propiedades superficiales del agua.

Además, comenta que, como limitante, la toma de muestra por metodología clásica no proporciona una visión en tiempo real de la distribución espacial de las variables que se monitorean, lo cual es importante para el control de la calidad del agua. Por otro lado, la teledetección permite estimar algunos parámetros relacionados con la calidad del agua.

Con base en Vanegas, los sensores adquieren datos de manera periódica, lo que permite el monitoreo para la caracterización de un cuerpo de agua. Las imágenes satelitales provienen de sensores que captan información de diferentes bandas del espectro electromagnético (visible e infrarrojo) generando diferencias en la reflectividad por cada objeto ubicado en la superficie terrestre. Por medio de los valores de reflectancia y del análisis de laboratorio se puede generar correlaciones para elaborar modelos matemáticos que se utilicen en la predicción de los parámetros fisicoquímicos del agua.

Según Navas el satélite Landsat 7, proporciona información desde 1999 e incorpora un sensor ETM+ (*Enhanced Thematic Mapper Plus*) que añade bandas TM con una resolución de 15 metros. La teledetección en cuerpos de agua es útil para controlar parámetros de calidad de las aguas, tales como la concentración de clorofila-a, la temperatura, la conductividad eléctrica o la transparencia, ya que proporciona una buena cobertura espacial y temporal, y reduce la inversión económica y de tiempo. La toma de muestras presenta el inconveniente de ser puntual, por lo que puede que no se realice en lugares representativos y que el número de muestras no sean las adecuadas a las dimensiones correspondientes. Por medio de la comparación de los datos obtenidos en laboratorio y con el uso



de imágenes satelitales, se puede determinar un modelo preciso para los valores reales en los parámetros de la calidad del agua de un lago.

Carolina Tenjo, que reemplaza a Landsat 7, incorpora nuevos instrumentos como: OLI (*Operational Land Imager*), con nueve bandas y TIRS (*Thermal Infrared Sensor*), con dos bandas de infrarrojo térmico. Cada uno de ellos se encuentra diseñado para la determinación de aerosoles y la banda de calidad. Ambos sensores mejoran el rango dinámico de 12 bits y son especialmente para el estudio de cuerpos de agua.

Esther Urrego, indica que es necesario obtener un algoritmo que produzca una relación matemática entre las observaciones del satélite desde el espacio y las magnitudes que se desean estimar.

### **1.1. Justificación**

El lago de Amatitlán es un reservorio natural de gran importancia dentro del sistema hídrico de Guatemala, por lo que son necesarios su conservación y el monitoreo de la calidad de sus aguas.

Este hecho geográfico representa una fuente de subsistencia para varias comunidades asentadas en sus márgenes. Dada la importancia ambiental, turística y económica, se monitorean diversos parámetros fisicoquímicos en cinco estaciones hidrométricas, localizadas alrededor del lago. Este proceso requiere de inversión económica y de tiempo, tanto para el monitoreo, como para obtener los resultados de los parámetros de la calidad del agua.

La tecnología de los sensores remotos observa las características de la superficie de un cuerpo de agua por medio de sus diversas bandas que capturan

las distintas longitudes de onda con un espectro amplio. Esto permite recolectar la información y proporcionar datos continuos con distribución espacial. Ofrece, además, una alternativa para relacionar los datos de reflectividad de imágenes satelitales con los parámetros medidos en campo de calidad del agua, para estimar información confiable de las características tróficas y fisicoquímicas en periodos cortos. Estos instrumentos son capaces de percibir datos de análisis de calidad del agua de manera gratuita y presentan registros históricos para la recolección de información.

La Autoridad para el Manejo Sustentable de la Cuenca y del Lago de Amatitlán (AMSA) presenta el registro histórico de 2008-2014 sobre el estado trófico y los parámetros fisicoquímicos del lago.

## **1.2. Planteamiento del problema**

La metodología tradicional presenta algunas limitaciones, tales como: laboratorios poco equipados para determinar distintos parámetros de calidad, y la falta de visión de las condiciones del lago en periodos cortos, ya que AMSA realiza este monitoreo una vez al mes. Además, acudir al sitio de obtención de muestras provoca que los costos para estimar la calidad del agua que se encuentra en un cuerpo de agua aumenten.

La toma de muestras y su análisis requiere un día de trabajo, este periodo puede incrementarse en proporción directa al tamaño del cuerpo de agua.

La información que presentan los sensores remotos no es aprovechada a nivel nacional en problemáticas en la calidad del agua. Lo anterior constituye una desventaja debido a la inversión económica que se ha realizado.

### **1.2.1. Delimitación del problema**

La presente investigación plantea la generación de cuatro modelos matemáticos para determinar las condiciones de calidad del agua en el lago de Amatitlán, municipio de Amatitlán, Guatemala; por lo tanto, se utilizará la información del registro histórico de 2008-2014 de las estaciones hidrológicas de la Autoridad para el Manejo Sustentable de la Cuenca y del Lago de Amatitlán (AMSA)



## **2. MARCO TEÓRICO**

### **2.1. Cuerpos de agua lénticos**

Son los cuerpos de agua donde la velocidad de corriente es cero. Generalmente es un cuerpo dulce que se encuentra separado del mar. El aporte hacia el lago proviene de ríos, aguas subterráneas y precipitaciones.

Los lagos son creados por la variedad de procesos geológicos como movimientos de masa, actividad volcánica y movimientos tectónicos.

### **2.2. Calidad del agua**

Es el conjunto de características de variables fisicoquímicas o biológicas. Las variables fisicoquímicas del agua se basan en la determinación de sustancias químicas específicas que afectan a la salud OMS, y a los sistemas acuáticos. La importancia de la determinación de la calidad del agua radica en la interpretación de los resultados para las acciones futuras.

Los parámetros biológicos se basan en la determinación de la susceptibilidad de la fauna a vivir en cuerpos de agua con ciertos grados de contaminación. Se debe tomar en cuenta ciertas características microbiológicas que afectan directamente al humano, o que, por su aparición, pueden señalar la presencia de otras, como las coliformes fecales, Escherichia Coli y Salmonella.

La referencia para evaluar las características de la calidad del agua es la Norma Técnica Guatemalteca NTG 29001, la cual establece los parámetros que relacionan la calidad de agua con la salud humana.

La calidad del agua varía sin acción humana, determinada por las precipitaciones, los procesos atmosféricos, la sedimentación de lodos, la descomposición de materia orgánica, los procesos biológicos, entre otros.

El principal problema que afecta la calidad del agua es la eutrofización por los altos niveles de concentración de nutrientes en las aguas. Dicho fenómeno es causado por las escorrentías agrícolas, y por las aguas residuales industriales y domésticas.

### **2.2.1. Monitoreo y muestreo**

El monitoreo de la calidad del agua provee datos que puedan ser utilizados para definir condiciones y tendencias. En la recolección de muestras se debe tener el objetivo de obtener una muestra representativa del cuerpo de agua que se quiere analizar. Los puntos convenientes para recolectar muestras no deben ser lugares próximos a las orillas o donde el agua se encuentre estancada. En la recolección de la muestra, la botella se debe sumergir de 10 a 15 centímetros con el fin de librarse de los desechos flotantes.

Cada sitio para muestrear debe ser considerado de manera individual y aplicar criterios generales para que, al ser seleccionados, las muestras sean representativas y distribuidos uniformemente en el lago.

## **2.2.2. Parámetros fisicoquímicos**

Estos determinan las características del agua que son percibidas por los sentidos.

### **2.2.2.1. Temperatura**

Es una medida que refleja la cantidad de calor de un cuerpo o del ambiente. La temperatura del agua es determinante en los procesos biológicos y está relacionada con la temperatura atmosférica. Es una variable fundamental en el periodo vegetativo y la concentración de oxígeno disuelto en el agua.

En el sistema acuático, es un parámetro importante, ya que cada organismo o actividad biológica tiene unos rangos de temperatura óptimos, fuera de los cuales no se puede desarrollar.<sup>3</sup>

La temperatura es medida a través de un termómetro de mercurio o digital y se expresa en grados centígrados (°C).

### **2.2.2.2. Conductividad eléctrica**

Es la capacidad que tiene una sustancia de permitir el paso de corriente eléctrica. Esta medida hace referencia a la existencia de sales y su composición de iones positivos y negativos. Es afectada por el movimiento de iones, la viscosidad y densidad de la sustancia. La conductividad eléctrica se mide a través de un conductímetro y se expresa en unidades de microsiemen por centímetro ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ).

---

<sup>3</sup> ONU. *Calidad del agua*. <https://www.un.org/spanish/waterforlifedecade/quality.shtml>.

### 2.2.2.3. Transparencia

El disco de Secchi estima la transparencia del agua mediante la profundidad. Este es un valor que determina el coeficiente de extinción de la luz en aguas superficiales. La toma de la medida se realiza sumergiendo el disco hasta que no es visible, y se registran la profundidad y la profundidad de aparición. Ambas medidas se promedian para obtener la transparencia del agua. Las lecturas mayores a un metro se clasifican como sistema de aguas claras.

La cantidad de sólidos en suspensión se determina a través de que el agua pierde su transparencia debido a que el haz de luz no la atraviesa. Esta es producida por materia orgánica e inorgánica, partículas de suelo, desechos suspendidos, sedimentación de lodos, entre otros.

Figura 1. Disco de Secchi



Fuente: R chemical. *Correlacion entre el disco de secchi y la turbidimetría*. <http://www.r-chemical.com/correlacion-entre-el-disco-de-secchi-y-la-turbidimetria/>. Consulta 23 de abril de 2019.



### **2.2.3. Características tróficas**

Son determinadas por el exceso de nutrientes que tiene el agua, estas proceden principalmente de actividad humana.

#### **2.2.3.1. Clorofila-a**

Es un pigmento fotosintético primario de los organismos fotosintetizadores que desprenden oxígeno y es el principal pigmento que desencadena los nutrientes en el sistema acuático. Se presenta en las plantas, algas y muchos protistas, a excepción de algunas bacterias fotosintéticas.

La clorofila-a se utiliza como parámetro para determinar el nivel de eutrofización en el agua, ya que se correlaciona con la biomasa total del fitoplancton debido a que es el principal pigmento fotosintético presente en las algas<sup>4</sup>.

El fitoplancton es el encargado de la conversión de los nutrientes inorgánicos en materia orgánica para el consumo de los seres vivos. Entre los más comunes se encuentran las Cianobacterias (absorben luz y son encargadas de la fijación de nitrógeno) y las Clorofíceas (poseen pigmentos asimiladores de cloroplastos y se encuentran en aguas dulces).

---

<sup>4</sup> Navas, *Aplicación de la teledetección y modelos de regresión en la caracterización del lago de Sanabria*, p.8.

Tabla I. **Comparación de estado trófico con los parámetros de calidad del agua**

| Clorofila-a ( $\mu\text{g/L}$ ) | Transparencia (m) | Estado eutrófico  | Características del agua   |
|---------------------------------|-------------------|---|--|
| < 0,95                          | > 8               | Oligotrófico: agua clara, oxígeno durante todo el año.                                    | El agua puede ser adecuada para un suministro de agua sin filtrar.   |
| 0,95 – 2,6                      | 8 – 4             | Lagos poco profundos, pueden volverse anóxico.  |  |
| 2,6 – 7,3                       | 4 – 2             | Mesotrófico: agua moderadamente clara; Probabilidad de volverse anóxico durante el verano | Los problemas de hierro, manganeso, sabor y olor empeoran. La turbidez del agua cruda requiere filtración. |
| 7,3 – 20                        | 2 – 1             | Eutrófico: anóxico, posibles problemas de macrófitas.                                     |  |
| 20 – 56                         | 0.5 – 1           | Dominan las algas azul-verdes, las algas y los problemas de macrófitas.                   | Posibles episodios severos de sabor y olor.  |
| 56 – 155                        | 0,25 – 0,5        | Hipertrófico: (productividad ligera limitada). Algas densas y macrófitas.                 |  |
| >155                            | < 0.25            | Pocos macrófitas.   |  |

Fuente: ABDULLAH, Hasti Shwan. *Water quality assessment for dokan lake using landsat 8 oli satellite images*. p. 42.

### 2.3. Teledetección

Según Navas, la teledetección es una técnica que permite obtener imágenes de la superficie terrestre a través de sensores instalados en plataformas espaciales, suponiendo que entre el sensor y la Tierra existe una interacción energética, bien por reflexión de la energía solar (caso de los sensores ópticos), de la emisión de la Tierra (sensores térmicos) o de un haz energético artificial de emisión propia (sensores de radar).

### **2.3.1. Sensores remotos**

Son instrumentos que miden la energía que es reflejada o emitida por los elementos de la superficie terrestre. Los elementos básicos de los sensores son la fuente de energía, la propagación de energía por la atmosfera, la retransmisión de energía de la atmosfera, el sistema de recepción y comercialización, el intérprete, y el apoyo en campo.

De acuerdo con su espectro, los sensores pueden ser:

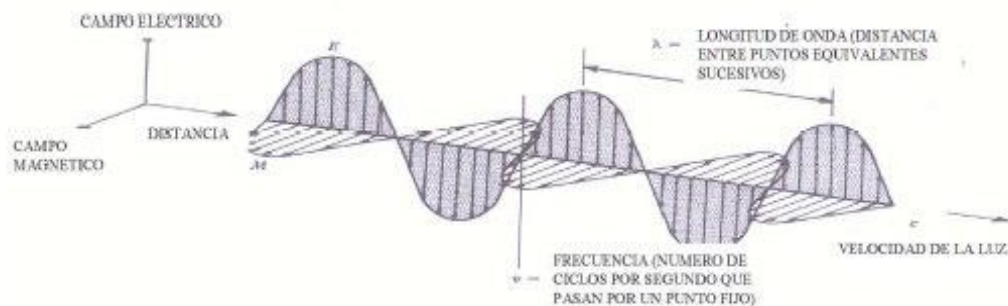
- Sensores de microondas: Registran y comparan la frecuencia de las señales repetidas y reflejadas.
- Sensores infrarrojos: Miden la temperatura de un cuerpo en la superficie terrestre.
- Sistemas de percepción activa: Miden las características de las señales reflejadas en un objeto. Se puede determinar distancia y dirección de los objetos percibidos con los sensores de Landsat.
- Sistemas de percepción pasiva: Receptores de señales emitidas naturalmente y reflejadas por objetos percibidos, utilizados con mayor frecuencia en la percepción remota.

#### **2.3.1.1. Radiación electromagnética**

La radiación electromagnética se fundamenta en dos teorías complementarias: el modelo de onda Huygens-Maxwell y la teoría cuántica de Einstein. Esta última considera la sucesión de unidades de fotones o cuantos, de masa igual a cero y la energía transportada por cada fotón depende del cuerpo que emite la radiación.

Está compuesto por longitudes de onda y frecuencias. Puede manifestarse de diversas maneras: como calor radiado, luz visible, rayos X o rayos gamma. Cuando la radiación electromagnética manifiesta un comportamiento similar, se denomina espectro electromagnético.

Figura 2. **Características de radiación electromagnética**



Fuente: Teledet. *Naturaleza de las radiaciones electromagnéticas*.

<http://www.teledet.com.uy/tutorial-imagenes-satelitales/radiaciones-electromagneticas.html>.

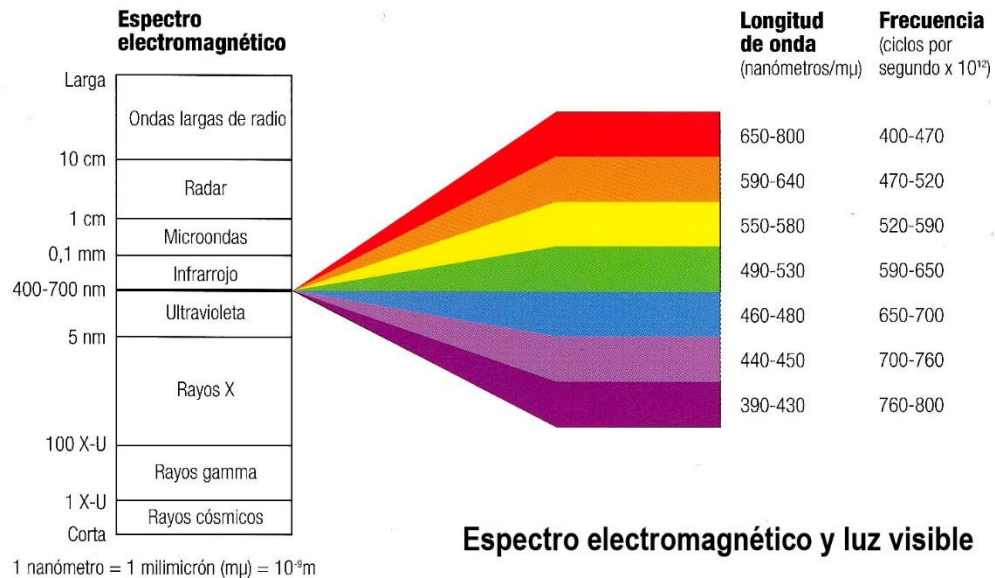
Consulta: 9 de abril de 2019.

### 2.3.2. **Espectro electromagnético**

Se conoce así al conjunto de ondas electromagnéticas que se dividen en intervalos denominados bandas espectrales. Los sistemas detectores en zonas del visible (0,4 a 0,7 micras) y microondas (1 mm – 1 m).

Este abarca la luz visible, infrarroja, ultravioleta, ondas largas de radio, radar, microondas, y rayos X.

Figura 3. Espectro magnético y luz visible



Fuente: Física cuantica. *Espectro electromagnético*. <https://edbar01.wordpress.com/segundo-corte/espectro-electromagnetico/>. Consulta: 9 de abril de 2019.

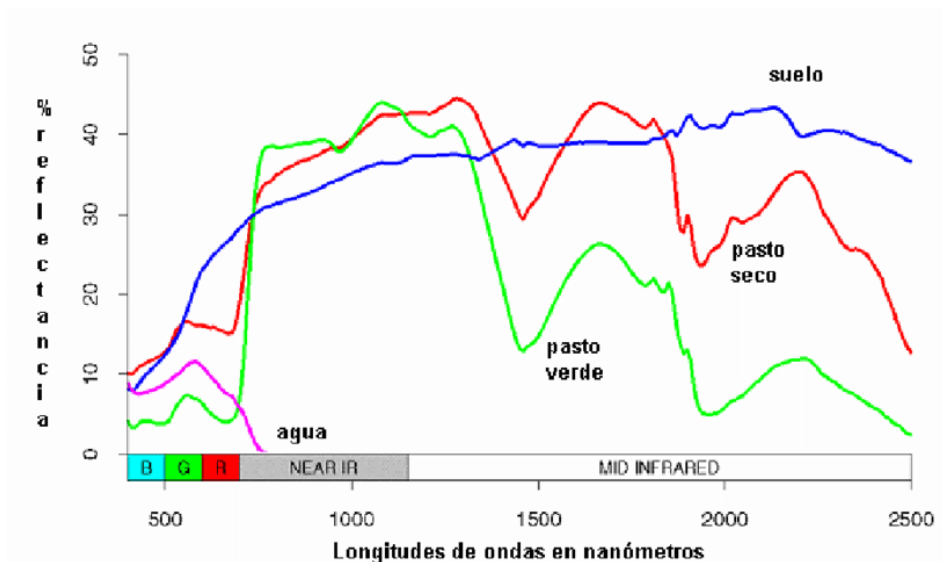
Un objetivo emite o refleja una radiación electromagnética en consecuencia de la interacción de una fuente de energía, lo cual permite una respuesta espectral propia conocida como firma espectral.

Los sensores captan energía solar reflejada por la superficie terrestre dentro de longitudes de 400 a 2 500 nm. Los sensores detectan cambios de color del agua, lo cual se puede representar como presencia de partículas en suspensión o pigmentos. La teledetección es una medida indirectamente relacionada con los parámetros para la medición de calidad de las masas de agua.

### 2.3.3. Curvas espectrales

La curva espectral muestra la relación entre la energía emitida y la longitud de onda de la radiación. Las fuentes de luz emiten diferente radiación electromagnética. Según la curva que se posea, se le denominan propiedades diferentes.

Figura 4. Curvas espectrales



Fuente: Researchgate. *Longitudes de ondas de nanometros.*

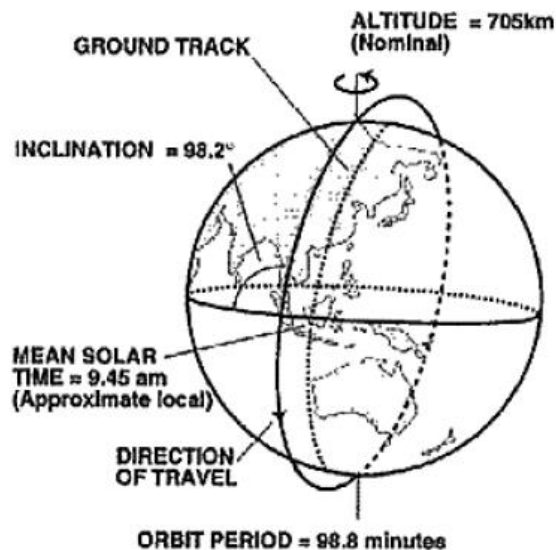
[https://www.researchgate.net/figure/Curvas-espectrales-teoricas-para-diferentes-coberturas-terrestres\\_fig2\\_228828874](https://www.researchgate.net/figure/Curvas-espectrales-teoricas-para-diferentes-coberturas-terrestres_fig2_228828874). Consulta: 9 de abril de 2019.

### 2.3.4. Landsat 7

Landsat 7 inicia su proyecto por medio de la NASA, responsable del desarrollo y lanzamiento del satélite, la NOAA encargada de su operación y mantenimiento, y USGS distribuye y almacena datos.

El satélite Landsat 7 fue lanzado en abril de 1999 con el propósito de la comercialización de datos y de la obtención de productos. La altura de vuelo es de 705 kilómetros desde la superficie terrestre y su peso, de 529 Kg. Realiza su ciclo de recubrimiento en 16 días por su periodo orbital heliosíncrona de 98,9 °, lo cual significa que pasa por el mismo lugar en un periodo de tiempo determinado. Tiene la capacidad de tomar 532 imágenes al día.

Figura 5. **Orbitas del satélite Landsat 7**



Fuente: GARCIA, Alvaro. *Landsat*. p. 29.

Landsat 7 proporciona la banda 6, instrumento esencial con alta resolución de 60 m, y, también, el resto de las bandas que mantienen características de ETM (*Enhanced Thematic Mapper*). La inclusión de la banda ETM+ (*Enhanced Thematic Mapper Plus*), con una resolución de 15 m, mejora la calidad de productos cartográficos, el monitoreo y la evaluación de la cobertura del suelo.

Este satélite presenta las siguientes características:

- Una banda pancromática con resolución espacial de 15 m
- A bordo, apertura total, de 5 % de calibración radiométrica absoluta
- Un canal IR térmico con resolución espacial de 60 m
- Un registrador de datos a bordo<sup>5</sup>

Las bandas que componen el satélite son de 7, con diferente intervalo espectral, como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla II. **Bandas del satélite Landsat 7**

| <b>Bandas</b>            | <b>Intervalo espectral (<math>\mu\text{m}</math>)</b> | <b>Resolución espectral (m)</b> |
|--------------------------|---|---------------------------------|
| 1 – Azul                 | 0,45 - 0,52   | 30                              |
| 2 – Verde                | 0,53 - 0,61   | 30                              |
| 3 – Rojo                 | 0,63 - 0,69   | 30                              |
| 4 – Infrarrojos          | 0,78 - 0,9  | 30                              |
| 5 – Swir 1               | 1,55 - 1,75   | 30                              |
| 6 – Infrarrojos térmicos | 10,4 - 12,5   | 120                             |
| 7 – Swir 2               | 2,09 - 2,35   | 30                              |
| 8 – Pancromática         | 0,5 - 0,9   | 15                              |

Fuente: USGS. *What are the band designations for the Landsat satellites?*

<https://landsat.usgs.gov/what-are-band-designations-landsat-satellites>. Consulta: 29 de marzo de 2019.

### 2.3.5. Landsat 8

Este proyecto inició por medio del USGS y de la NASA, responsable del diseño, la construcción, el lanzamiento y la calibración en órbita. El satélite fue lanzado en febrero de 2013 con el propósito de ampliar la información de las bandas para el estudio de la Tierra. En cuanto a la distancia de vuelo, se

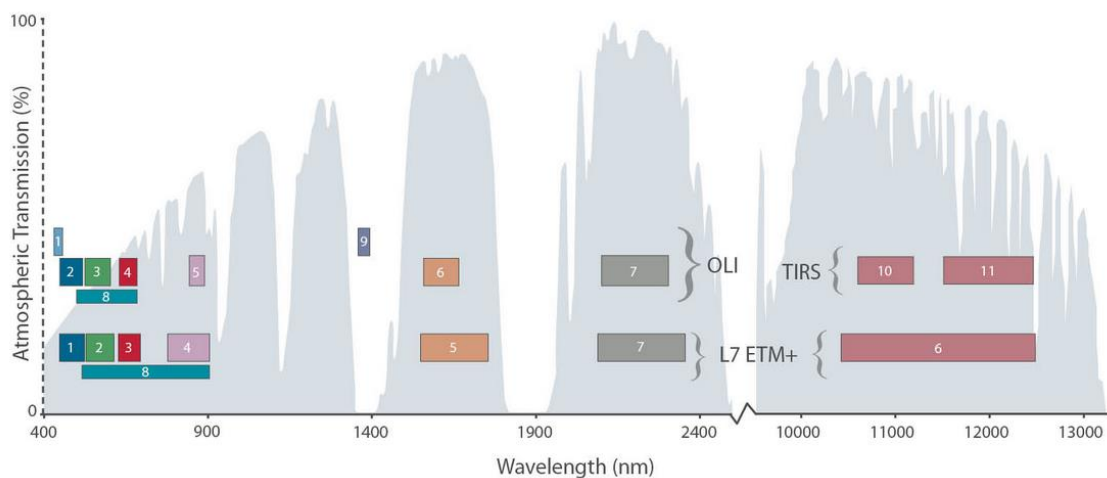
<sup>5</sup> Landsat. *Science*. <https://landsat.gsfc.nasa.gov/landsat-7/>.



encuentra a 705 kilómetros, tiene una inclinación de 98,2 °, lo que hace posible que termine su órbita cada 99 minutos, y un ciclo de 16 días. Logra capturar 650 imágenes al día.

Consta de dos instrumentos el *Operational Land Imager* (OLI) y el Sensor Infrarrojo Térmico (TIRS), lo cual permite una resolución de 100 m en la banda térmica, 15 m pancromático y 30 m en visible.

Figura 6. Ancho de banda para los sensores OLI y TIRS



Fuente: Landsat Science. *Landsat 8 Overview*. <https://landsat.gsfc.nasa.gov/landsat-8/landsat-8-overview/>. Consulta: 12 de abril de 2019.

Con los instrumentos que contiene este satélite, tales como el OLI, recopila datos para bandas espectrales de infrarrojo visible, infrarrojo cercano y onda corta. Este instrumento incorpora dos bandas especialmente para la detección de cirrus y observaciones costeras.

Las características que presentan los datos por Landsat 8 son:

- Formato GeoTIFF
- Proyección cartográfica *Universal Transversal Mercator* (UTM)
- *Datum* WGS84
- 90 % de confianza para OLI y TIRS
- Valores de pixel de 16 bits

Landsat 8 consta de nueve bandas espectrales con una resolución de 30 metros para las bandas 1 a 7 y 9. Las bandas nuevas que incorpora son la 1, de azul profundo (especial para aerosoles costeros), y la 9, para la detección de cirrus. Las bandas 10 y 11 son adecuadas para la exactitud de la temperatura de la superficie con una resolución de 100 metros. Las bandas que contiene este satélite son las siguientes:

Tabla III. **Bandas Landsat 8**

| <b>Bandas</b>                     | <b>Intervalo espectral (<math>\mu\text{m}</math>)</b> | <b>Resolución espectral (m)</b> |
|-----------------------------------|---|---------------------------------|
| 1 – Aerosol costero               | 0,43 - 0,45   | 30                              |
| 2 – Azul                          | 0,45 - 0,51   | 30                              |
| 3 – Verde                         | 0,53 - 0,59   | 30                              |
| 4 – Rojo                          | 0,64 - 0,67   | 30                              |
| 5 – Infrarrojos cercano           | 0,85 - 0,88   | 30                              |
| 6 – Swir 1                        | 1,57 - 1,65   | 30                              |
| 7 – Swir 2                        | 2,11 - 2,29   | 30                              |
| 8 – Pancromática                  | 0,5 - 0,68  | 15                              |
| 9 – Cirrus                        | 1,36 - 1,38   | 30                              |
| *10 – Infrarrojo térmico (TIRS) 1 | 10,60 - 11,19   | 100                             |
| *11 – Infrarrojo térmico (TIRS) 2 | 11,50 - 12,51   | 100                             |

Fuente: USGS. *What are the band designations for the Landsat satellites?*

<https://landsat.usgs.gov/what-are-band-designations-landsat-satellites>. Consulta: 29 de marzo de 2019.

## 2.4. Modelos matemáticos

Un modelo es una representación cuantitativa o cualitativa de un sistema. En este se muestra la relación de sus elementos por medio de ecuaciones o fórmulas matemáticas. Relaciona dos o más variables. Los modelos cualitativos se representan por medio de gráficas y no buscan un resultado exacto, y, los modelos cuantitativos, determinan un valor exacto de lo que se requiere determinar. Para la obtención de un modelo, se necesitan los siguientes elementos:

- Parámetros: Valores constantes que permanecen en un sistema.
- Variables: Símbolos dentro de un modelo que cambian en función de otras variables.
- Relaciones funcionales: Describen la forma en la que las variables cambian y cómo los parámetros son afectados.

La realización de un modelo matemático consta de 6 fases:

- Descripción de fenómeno (se plantean las variables que intervienen).
- Planeación de ecuaciones que describen matemáticamente el fenómeno.
- Selección del método de solución.
- Programación de algoritmo de cálculo.
- Calibración, verificación y validación del modelo.
- Utilización del modelo.

### **2.4.1. Validación de modelo**

La validación sirve para determinar el nivel de confianza del modelo; es decir, la verificación de sus elementos (parámetros, variables, relaciones funcionales). Se utilizan tres pruebas para validar un modelo:

- Construir y analizar el modelo
- Efectuar una o más pruebas con el modelo
- Comparar los resultados del modelo con datos actuales del sistema

Un modelo presenta dos diferentes tipos de variación: fuente de variación debido a la regresión y error, y la variación total (la sumatoria de estos dos valores). El coeficiente de correlación mide la variación respecto a la media.

$$R^2 = \frac{SCR}{STC} = 1 - \frac{SCE}{SCT}$$

Donde:

SCR: variación de la regresión

SCT: sumatoria de SCE y SCR

SCE: variación del error

STC: variación total respecto a la media

### **2.4.2. Tipos de modelo matemático**

Los modelos se pueden clasificar en:

### **2.4.2.1. Modelos deterministas**

Dependen del valor de la variable independiente para asignar un valor a la variable dependiente. Se utilizan para los modelos que están en función del tiempo, como los sistemas dinámicos.

Los modelos continuos son los que se estudian en función del tiempo. Lo que corresponde al uso de ecuaciones diferenciales, estas deducen cómo se cambian las propiedades en función del tiempo.

La evaluación de modelos deterministas es:

- Ecuaciones diferencias
- Teoría de bifurcaciones
- Ecuaciones ordinarias y parciales
- Análisis numérico

### **2.4.2.2. Modelos probabilísticos**

Este tipo de modelos asignan un número aleatoriamente para la verificación del nivel de confianza. El valor adecuado se debe sustituir por uno constante que cambia con cierta probabilidad. Un ejemplo de modelo probabilístico es el de los procesos estocásticos.

### **2.4.2.3. Modelos discretos matriciales**

Los modelos discretos matriciales se utilizan cuando se encuentra división en una serie de clases los valores y se debe de representar un valor como un vector. La matriz de transición es la que traslada de una etapa a otra.

### 2.4.3. Parámetros para seleccionar modelo matemático

Existen diversos procedimientos para seleccionar un modelo adecuado con alto nivel de confianza. Entre ellos se encuentran:

#### 2.4.3.1. Prueba de hipótesis

Considerando un modelo de regresión:

$$y = \beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \beta_3 * x_3 + \dots + \beta_n * x_n + \varepsilon$$

La prueba de hipótesis es una afirmación respecto a una característica que se desea analizar. Existen pruebas tales como F que se realiza para probar la hipótesis nula sobre parámetros.

$$F = \frac{\frac{SCR}{l-1}}{\frac{SCE}{n-l}}$$

Donde:

n: número de observaciones

l: número de parámetros

SCR: variación de la regresión

SCE: variación del error

La prueba F indica si los datos proporcionan o no pruebas suficientes que indique un modelo contribuyente a la información de la predicción. Se rechaza la hipótesis cuando F es mayor que el nivel de confianza que se ha propuesto.

### **2.4.3.2. Prueba de normalidad**

Método estadístico que involucra variables continuas y cuantitativas, y prueba si el comportamiento de los datos tiene una tendencia normal.

Los resultados de la muestra provenientes de una distribución normal indican si se puede rechazar o no la prueba de hipótesis nula.

Entre las pruebas que se encuentran para realizar este test se encuentran Ji-cuadrado, Kolmogorov-Smirnov Lilliefors, y la más utilizada es Shapiro-Wilk.

#### **2.4.3.2.1. Shapiro-Wilk**

El test consiste en el planteamiento de una hipótesis nula para una muestra de datos con distribución normal, donde esta es elegida según el nivel de confianza que se requiera en los datos. Por ejemplo, si se desea un nivel de confianza del 95 %, la hipótesis nula será de 0,05.

Este es un método efectivo para muestras superiores a 50 datos. Para poder realizarla, se deben ordenar los datos de menor a mayor y determinar la media y la varianza de los datos. Luego, se sacan las diferencias entre el primer dato y el último; el segundo con el penúltimo, y así sucesivamente. La ecuación que indica que la hipótesis es válida es:

$$W = \frac{D^2}{nS^2}$$

Donde:

D: es la diferencia entre el menor valor y el mayor

S: varianza

n: número de datos

W: nivel de confianza que se desea en la muestra

Entonces, la hipótesis se aprueba cuando el valor de la ecuación es mayor que el nivel de significancia provisto.



## 3. METODOLOGÍA

### 3.1. Variables

A continuación, se describen las variables que se van a utilizar.

#### 3.1.1. Variables dependientes

- Temperatura

Es una magnitud que expresa el contenido de calor en un cuerpo. Su unidad relativa es en grados Celsius, y se representa con el símbolo °C. Esta es la unidad de medida del sistema internacional donde el punto de fusión del agua es 0 °C y el punto de ebullición es 100 °C. El instrumento que se utiliza para la medición de calor es el termómetro, ya sea de mercurio o digital.

- Conductividad eléctrica

Esta mide la capacidad de un cuerpo para dejar pasar corriente eléctrica a través de él. Está relacionada con la presencia de sales disueltas en un cuerpo de agua. El instrumento de medición de la conductividad eléctrica es el conductímetro y se expresa en unidades microsiemen por centímetro ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ).

- Transparencia

Es una medida que determina la profundidad de extinción de luz. Para su medición, se utiliza un instrumento llamado disco de Secchi y se expresa en

metros (m). Aquí se indica la profundidad del disco hasta que no es visible en el cuerpo de agua y la profundidad de su aparición.

- Clorofila-a

Se encuentra en las cianobacterias y en todos aquellos organismos que contienen cloroplastos. Todas las plantas verdes poseen clorofila-a y es utilizada para estimar la biomasa planctónica. En la medición de la calidad del agua es usado el espectrofotómetro como un método de cuantificación y es expresado por mg/m<sup>3</sup>.

### 3.1.2. Variables independientes

Las variables independientes que se tienen dentro del análisis de los modelos matemáticos son los intervalos espectrales de los satélites Landsat 7 y 8.

Tabla IV. Intervalo espectral de Landsat 7

| Bandas                   | Intervalo espectral (µm) | Resolución espectral (m) |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 – Azul                 | 0,45 - 0,52              | 30                       |
| 2 – Verde                | 0,53 - 0,61              | 30                       |
| 3 – Rojo                 | 0,63 - 0,69              | 30                       |
| 4 – Infrarrojos          | 0,78 - 0,9               | 30                       |
| 5 – Swir 1               | 1,55 - 1,75              | 30                       |
| 6 – Infrarrojos térmicos | 10,4 - 12,5              | 120                      |
| 7 – Swir 2               | 2,09 - 2,35              | 30                       |
| 8 – Pancromática         | 0,5 - 0,9                | 15                       |

Fuente: USGS. *What are the band designations for the Landsat satellites?*  
[https://www.usgs.gov/faqs/what-are-band-designations-landsat-satellites?qt-news\\_science\\_products=0#qt-news\\_science\\_products](https://www.usgs.gov/faqs/what-are-band-designations-landsat-satellites?qt-news_science_products=0#qt-news_science_products) Consulta: 29 de marzo de 2019.

Tabla V. **Intervalo espectral de Landsat 8**

| <b>Bandas</b>                     | <b>Intervalo espectral (μm)</b> | <b>Resolución espectral (m)</b> |
|-----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 1 – Aerosol costero               | 0,43 - 0,45                     | 30                              |
| 2 – Azul                          | 0,45 - 0,51                     | 30                              |
| 3 – Verde                         | 0,53 - 0,59                     | 30                              |
| 4 – Rojo                          | 0,64 - 0,67                     | 30                              |
| 5 – Infrarrojos cercano           | 0,85 - 0,88                     | 30                              |
| 6 – Swir 1                        | 1,57 - 1,65                     | 30                              |
| 7 – Swir 2                        | 2,11 - 2,29                     | 30                              |
| 8 – Pancromática                  | 0,5 - 0,68                      | 15                              |
| 9 – Cirrus                        | 1,36 - 1,38                     | 30                              |
| *10 – Infrarrojo térmico (TIRS) 1 | 10,60 - 11,19                   | 100                             |
| *11 – Infrarrojo térmico (TIRS) 2 | 11,50 - 12,51                   | 100                             |

Fuente: USGS. *What are the band designations for the Landsat satellites?*  
[https://www.usgs.gov/faqs/what-are-band-designations-landsat-satellites?qt-news\\_science\\_products=0#qt-news\\_science\\_products](https://www.usgs.gov/faqs/what-are-band-designations-landsat-satellites?qt-news_science_products=0#qt-news_science_products) Consulta: 29 de marzo de 2019

### **3.2. Técnica cuantitativa**

La técnica cuantitativa se realiza a través de un análisis multivariado donde se utiliza métodos de variables dependientes y análisis de regresión.

#### **3.2.1. Análisis multivariado**

Método estadístico que analiza la relación de dos o más variables. Su finalidad es detectar una estructura y verificar los datos de las estructuras. Estudia el entendimiento de un fenómeno que es objeto de estudio.

Las técnicas multivariantes se dividen en dos grupos: métodos de dependencia y de independencia.

### **3.2.1.1. Métodos de dependencia**

Determinan las variables independientes que tienen influencia sobre otra dependiente.

### **3.2.1.2. Análisis de regresión**

Esta técnica estadística es utilizada para estudiar la relación entre las variables en una distribución bidimensional. Se puede adaptar a una amplia variedad de situaciones. La regresión determina el grado de dependencia de los valores X y Y. Además, predice el valor estimado que se obtendría en X que no se encuentre en la distribución.

Las variantes de la regresión lineal pueden ser: exponenciales, potenciales, logarítmicas, lineales, entre otros.

$$y = \beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \beta_3 * x_3 + \dots + \beta_n * x_n + \varepsilon$$

Donde:

Y= variable dependiente

X<sub>i</sub> = variables independientes

β<sub>i</sub> = el efecto de la variable independiente sobre la dependiente

β<sub>0</sub> = el efecto medio de las variables independientes sobre la dependiente

e = valor del residuo

### **3.2.1.3. Métodos de independencia**

No diferencian entre las variables dependientes e independientes; su finalidad es identificar la relación entre las variables. Los métodos de

independencia más comunes son los análisis de componentes principales y clúster.

### **3.3. Recolección y ordenamiento de la información**

Se recolectarán y ordenarán los datos obtenidos en la medición del estado trófico y de los parámetros fisicoquímicos de la Autoridad para el Manejo Sustentable de la Cuenca y del lago de Amatitlán (AMSA). Además, se recolectará y ordenará información de reflectividad a partir de las imágenes satelitales de Landsat 7 y 8, para la elaboración del modelo matemático durante el periodo 2008-2014.

### **3.4. Tabulación, ordenamiento y procesamiento de la información**

- Relevamiento de información procedente de imágenes satelitales con registro histórico de 2008-2014 por medio del USGS.
- Selección de imágenes satelitales sin intervención atmosférica procedentes del registro histórico 2008-2014.
- Procesamiento de datos de reflectividad procedentes de imágenes satelitales.
- Corrección atmosférica mediante el *software* R.
- Extracción de puntos de reflectancia por cada punto de muestreo de agua, para análisis fisicoquímico y trófico por medio de QGIS.
- Elaboración de mapas de correlación con base en índices de reflectancia y en función de los parámetros fisicoquímicos y tróficos realizados en los puntos de muestreo.
- Análisis estadístico de los datos de laboratorio (media, mediana, moda, varianza, desviación estándar, entre otros), utilizando el *software* R.
- Control de calidad de datos de laboratorio, utilizando el *software* R.

- Ajuste de modelo matemático por cada parámetro fisicoquímico y tráfico.
- Validación de modelo matemático con mayor confianza.
- Selección de modelo matemático para cada parámetro fisicoquímico y tráfico.

### **3.5. Análisis estadístico**

El análisis estadístico es un método que ayuda a la interpretación del comportamiento de los datos.

#### **3.5.1. Estadística descriptiva**

Su función es recolectar, analizar y caracterizar un grupo de datos con el fin de describir características de mayor importancia, los comportamientos y la estructura de un conjunto de datos.

##### **3.5.1.1. Media aritmética**

Es una medida de tendencia central que representa a un valor medio de un conjunto de números.

$$\bar{X} = \frac{\sum_i^n x_i + x_{i2} \dots}{n}$$

Donde:

n: tamaño de la muestra

### 3.5.1.2. Mediana

Es el número medio de un conjunto de datos ordenados de forma ascendente.

$$Me = Li + h * \frac{\frac{N}{2} - Fi - 1}{fi}$$

Donde:

Li: extremo inferior de la clase media

h: amplitud

n: tamaño de muestra

Fi-1: frecuencia absoluta acumulada del intervalo anterior a la clase mediana

fi: frecuencia absoluta

### 3.5.1.3. Moda

Medida de tendencia central que calcula el valor de mayor frecuencia en un conjunto de datos.

### 3.5.1.4. Varianza

Representa el valor medio de la diferencia cuadrática de la media aritmética de un grupo de datos.

Varianza poblacional:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i^n (x_i - \mu)^2}{N}$$

Donde:

N: tamaño poblacional

Varianza por muestras:

$$s^2 = \frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Donde:

n: tamaño de muestra

### 3.5.1.5. Desviación estándar

Es una medida de dispersión de datos numéricos y representa su tendencia de estar agrupados cerca de la media aritmética.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \mu)^2}{N}}$$

Donde:

n: tamaño de muestra

### 3.5.2. Control de calidad de dato fijo

Se estiman datos que se encuentran significativamente alejados de la tendencia. Los datos dudosos pueden ser ocasionados por errores durante la recolección o fallas en el equipo utilizado.

Para localizar los datos fuera de rango se utilizan las siguientes ecuaciones:



$$y_H = \bar{y} + K_n * S_y$$

$$y_L = \bar{y} - K_n * S_y$$

Donde:

$y_H$ : umbral alto

$y_L$ : umbral bajo

$K_n$ : factor dependiente del tamaño de muestra  $n$

El valor de  $K_n$  resulta de la siguiente ecuación, según Ramachandra y Hamed.

$$K_n = -3,62201 + 6,28446N^{0,25} - 2,49835N^{0,5} + 0,491436N^{0,75} - 0,037911N$$

Donde:

$N$ : número de observaciones

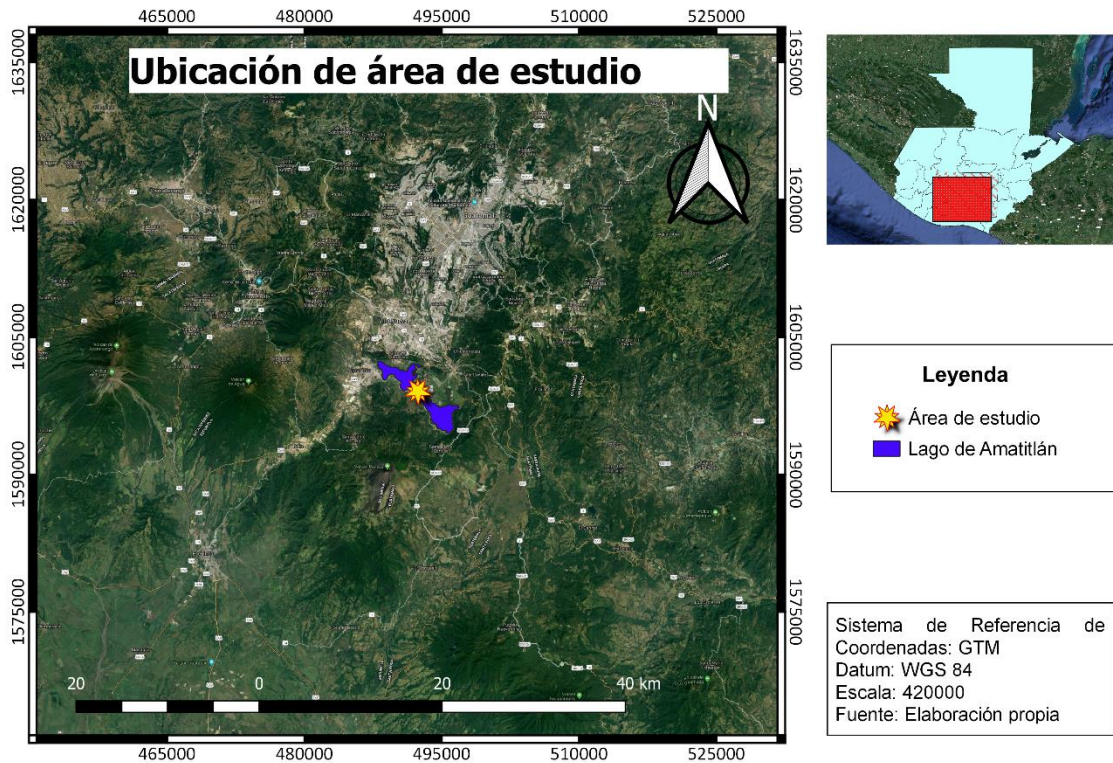
Los datos que se encuentran fuera del rango son tomados como datos no confiables.

### **3.6. Área de estudio**

El lago de Amatitlán es un cráter volcánico situado a 25 km de la Ciudad de Guatemala. Se encuentra a 1,186 metros sobre el nivel del mar. Tiene un área de 15,2 kilómetros cuadrados; por lo tanto, es el cuarto cuerpo de agua dulce más grande. Su profundidad promedio es de 15 m y su profundidad máxima es de 32 m. Se encuentra dentro de las coordenadas 14°28'16"N, 90°34'54"O y colinda con varios municipios: al norte con Villa Nueva, al sur con Santa Elena Barillas, al este con Villa Canales y al oeste con San Vicente Pacaya.

El principal afluente es el río Villa Lobos y otros que drenan directamente como Pampumay y el Chanquín, y cuyas aguas son afluentes del río Michatoya.

Figura 7. **Mapa de ubicación del lago de Amatitlán**



Fuente: elaboración propia, empleando QGIS.

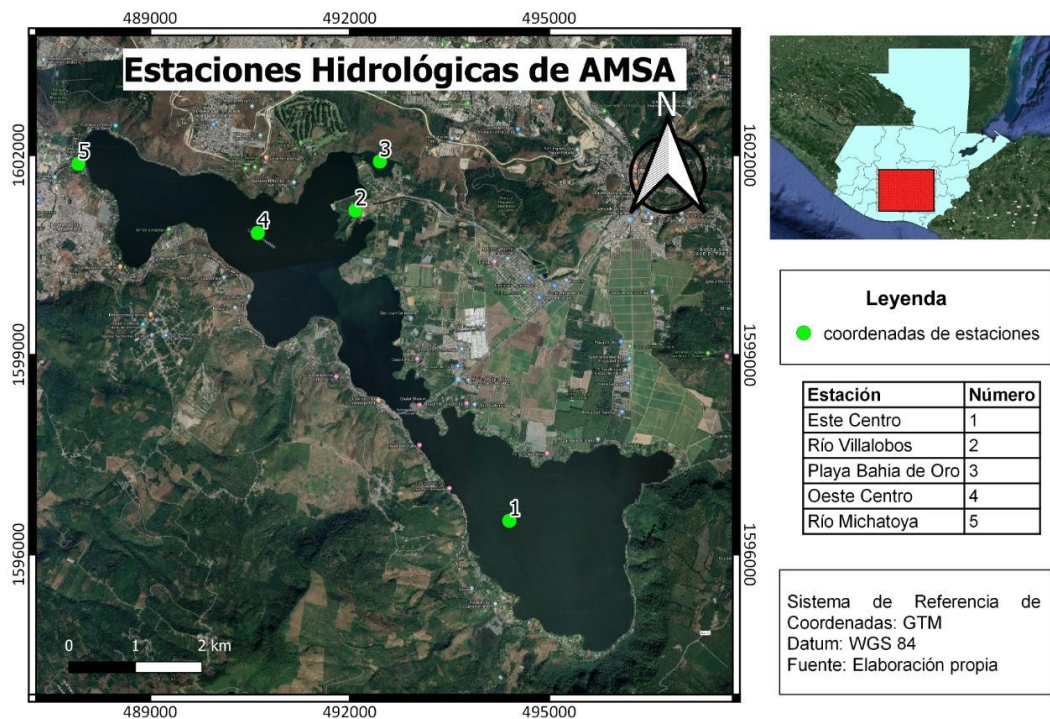
La Autoridad para el Manejo Sustentable de la Cuenca del lago de Amatitlán (AMSA) tiene cinco estaciones hidrométricas para el monitoreo de la calidad del agua del lago: Centro este, río Villalobos, Centro oeste, río Michatoya y bahía Playa de Oro. Las coordenadas de las estaciones hidrométricas son las siguientes:

Tabla VI. **Coordenadas de las estaciones hidrológicas**

| Estación           | Latitud         | Longitud        |
|--------------------|-----------------|-----------------|
| Este Centro        | 14° 26' 17.4" N | 90° 33' 07" W   |
| Río Villalobos     | 14° 28' 49.1" N | 90° 34' 24.4" W |
| Playa Bahía de Oro | 14° 29' 13.1" N | 90° 34' 12.1" W |
| Oeste Centro       | 14° 28' 38.1" N | 90° 35' 13.4" W |
| Río Michatoya      | 14° 29' 11.9" N | 90° 36' 43.5" W |

Fuente: elaboración propia.

Figura 8. **Mapa de localización de coordenadas de estaciones**



Fuente: elaboración propia, empleando QGIS.

AMSA hace un registro mensual de las características físicas y propiedades químicas; para el efecto, realiza un muestro que permite el análisis de temperatura, conductividad eléctrica, transparencia, total de solidos disueltos,

pH, oxígeno disuelto, DQO, DBO<sub>5</sub>, nitrógeno total, NO<sub>2</sub><sup>-</sup>, PO<sub>4</sub><sup>-3</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>, Si, color y turbidez. Para las condiciones tróficas del lago, analiza la clorofila-a y feotina.

Se tomaron en cuenta los parámetros fisicoquímicos y tróficos, por medio de pruebas con procesos químicos e instrumentos portátiles, los cuales se mencionan a continuación:

- Transparencia del agua: Medido a través del disco de Secchi con un diámetro de 20 cm. Este parámetro es medido en campo.
- Temperatura del agua: La temperatura es medida en °C a través de un multiparamétrico y es tomada en tres zonas, superficie, media y profunda. Para el análisis del estudio se utiliza la temperatura superficial.
- Conductividad eléctrica: Es medida en (µS/cm) e indica el grado de salinidad que contiene el agua. Es una medida en campo tomada por medio del equipo multiparamétrico.
- Clorofila-a: Es medida en (mg/m<sup>3</sup>). Su análisis se lleva a cabo en un laboratorio por medio de un espectrofotómetro, el cual mide el nivel de eutrofización del agua.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Análisis de datos de AMSA

En la siguiente tabla se muestran los valores promedio, por mes y por año, desde el 2008 al 2014, en las cinco estaciones. Es importante conocer el valor medio de los datos en cuestión para analizar el comportamiento que poseen las variables durante el año y en cada mes. Además, se debe de tener en cuenta que las condiciones de la calidad del agua varían con el clima, así como en época seca y en época lluviosa.

Tabla VII. **Datos promedio por mes de las características físicas y la condición trófica del lago de Amatitlán**

| Mes       | Clorofila-a<br>(mg/m <sup>3</sup> ) | Transparencia<br>(m) | Conductividad<br>eléctrica (µS/cm) | Temperatura<br>(°C) |
|-----------|-------------------------------------|----------------------|------------------------------------|---------------------|
| Enero     | 11,82                               | 0,74                 | 714,82                             | 22,77               |
| Febrero   | 55,44                               | 0,75                 | 719,44                             | 24,02               |
| Marzo     | 13,52                               | 0,59                 | 717,07                             | 24,16               |
| Abril     | 18,91                               | 0,64                 | 737,84                             | 25,43               |
| Mayo      | 25,48                               | 0,53                 | 734,67                             | 26,83               |
| Agosto    |                                     | 0,56                 | 658,59                             | 26,33               |
| Noviembre | 21,68                               | 0,72                 | 638,50                             | 24,45               |
| Diciembre | 86,32                               | 0,65                 | 660,33                             | 23,43               |

Fuente: elaboración propia.

Según los datos proporcionados por el laboratorio de AMSA, en algunos meses se tiene mayor incidencia de las características de la calidad del agua.

Diciembre presenta un alto nivel de clorofila-a, con un valor de 86,32 (mg/m<sup>3</sup>), y, enero es el mes que presenta el menor valor en promedio, con 11,82 (mg/m<sup>3</sup>). Por otro lado, se puede apreciar que la transparencia presenta condiciones diferentes a la condición trófica; el mes en donde se obtuvo el menor valor en la lectura del Disco de Secchi fue mayo, con 0,53 m, y el mayor fue febrero con 0,75 m. La medición de la conductividad eléctrica presenta un menor valor en noviembre, con 638,50 (µS/cm) y el mes de mayor presencia de sales fue abril, con 737,84 (µS/cm). La temperatura del agua del lago de Amatitlán es muy variable en el transcurso de los meses del año, en enero presenta la menor temperatura (22,77 °C) y mayo la más elevada (26,83 °C). Dada la ausencia de los datos correspondientes a junio, julio, septiembre y octubre, se concluye que los valores que se analizan en el estudio no presentan una relación entre sí en cuanto a la calidad del agua, ya que los valores de mayor incidencia de algunos parámetros no coinciden con los demás.

**Tabla VIII. Datos promedio por año de las características físicas y la condición trófica del lago de Amatitlán**

| <b>Año</b> | <b>Clorofila-a (mg/m<sup>3</sup>)</b> | <b>Transparencia (m)</b> | <b>Conductividad Eléctrica (µS/cm)</b> | <b>Temperatura (°C)</b> |
|------------|---------------------------------------|--------------------------|--|-------------------------|
| 2008       | 1,77                                  | 0,66                     | 683,40                                 | 24,06                   |
| 2009       | 8,83                                  | 0,62                     | 751,50                                 | 24,14                   |
| 2010       | 29,33                                 | 0,42                     | 710,40                                 | 26,64                   |
| 2011       | 74,44                                 | 0,58                     | 725,78                                 | 23,39                   |
| 2012       | 20,85                                 | 0,90                     | 704,70                                 | 23,70                   |
| 2013       | 48,90                                 | 0,69                     | 668,71                                 | 24,46                   |
| 2014       |                                       | 0,71                     | 675,13                                 | 25,54                   |

Fuente: elaboración propia.

Los datos promedio por año, nos ayudan a identificar el periodo en el cual existió un mayor aumento en cuanto a la calidad del agua. En la condición trófica de 2008, se obtuvo el menor valor de clorofila-a, con 1,77 (mg/m<sup>3</sup>); por otro lado,

en 2011 dicha condición sufrió un aumento, pues se presenta un valor de 74,44 (mg/m<sup>3</sup>). La transparencia en 2010 presenta el menor valor con 0,42 m y el año en donde se determinó el mayor valor es 2012, con 0,90 m. La conductividad eléctrica aumenta en el año 2009, con 751,50 (μS/cm), mientras que, en 2013 disminuye con un valor de 668,71 (μS/cm). La temperatura presenta un mayor valor en 2010 con 26,64 °C, y, en 2011 disminuye a 23,39 °C.

Los datos que se muestran a continuación son la media aritmética, mediana, moda, desviación estándar, varianza, valor máximo y mínimo. Esta estadística ayuda a tener un conocimiento, a lo largo del tiempo y por estación, del comportamiento que ha tenido la calidad del agua. A través de ella se pueden obtener diversas conclusiones de cómo el humano ha ido contaminando este cuerpo de agua. Así también, se pueden ver los valores más altos que estos parámetros han alcanzado con respecto al tiempo y qué sitio se encuentra más vulnerable a ser más contaminado por la población.

Tabla IX. **Datos estadísticos de la estación río Michatoya**

|                     | <b>Temperatura (°C)</b> | <b>Conductividad eléctrica (μS/cm)</b> | <b>Transparencia (m)</b> | <b>Clorofila-a (mg/m<sup>3</sup>)</b> |
|---------------------|-------------------------|--|--------------------------|---------------------------------------|
| Media aritmética    | 25,06                   | 667,76                                 | 0,35                     | 5,37                                  |
| Mediana             | 25,10                   | 710,00                                 | 0,30                     | 38,62                                 |
| Moda                | 24,70                   | 703,00                                 | 0,20                     |                                       |
| Desviación estándar | 1,58                    | 88,08                                  | 0,27                     | 218,85                                |
| Varianza            | 2,50                    | 7 758,67                               | 0,07                     | 47 894,54                             |
| Máximo              | 30,10                   | 811,00                                 | 1,30                     | 1 084,20                              |
| Mínimo              | 21,40                   | 127,90                                 | 0,00                     | 0,34                                  |

Fuente: elaboración propia.

Los datos en la estación río Michatoya presentan una temperatura media de 25,06 °C, la conductividad eléctrica de 667,76 (μS/cm), transparencia de 0,35 m y clorofila-a de 5,37 (mg/m<sup>3</sup>). Entre los años 2008 y 2014, la moda en

temperatura es de 24,70 °C, en conductividad eléctrica de 703,00 (µS/cm), en transparencia de 0,20 m y en clorofila-a no se presenta un dato que predomine durante ese periodo. La desviación estándar sobre la media aritmética de los datos en temperatura es de 1,58 °C, en conductividad eléctrica de 88,08 (µS/cm), en transparencia de 0,27 m y en clorofila-a de 218,85 (mg/m<sup>3</sup>).

En ese periodo, pueden variar los valores en temperatura, desde 21,40 °C a 30.,0 °C, en conductividad eléctrica de 127,90 (µS/cm) a 811,00 (µS/cm), en transparencia de 0 m a 1,30 m y en clorofila-a de 0,34 (mg/m<sup>3</sup>) a 1,084,20 (mg/m<sup>3</sup>).

Tabla X. **Datos estadísticos de la estación Oeste Centro**

|                     | <b>Temperatura<br/>(°C)</b> | <b>Conductividad<br/>eléctrica (µS/cm)</b> | <b>Transparencia<br/>(m)</b> | <b>Clorofila-a<br/>(mg/m<sup>3</sup>)</b> |
|---------------------|-----------------------------|--|------------------------------|---|
| Media aritmética    | 25,03                       | 717,93                                     | 0,62                         | 2,97                                      |
| Mediana             | 25,51                       | 725,00                                     | 0,70                         | 20,92                                     |
| Moda                | 24,60                       | 729,00                                     | 0,70                         | 2,13                                      |
| Desviación estándar | 1,63                        | 69,45                                      | 0,47                         | 41,59                                     |
| Varianza            | 2,65                        | 4 823,92                                   | 0,22                         | 1 729,96                                  |
| Máximo              | 29,50                       | 880,00                                     | 2,60                         | 170,91                                    |
| Mínimo              | 21,40                       | 583,00                                     | 0,20                         | 0,19                                      |

Fuente: elaboración propia.

La media de temperatura, según los datos de la estación Oeste Centro, es de 25,03 °C, la mediana de 25,51 °C, la temperatura con mayor frecuencia es 24,60 °C, la desviación estándar respecto a la media es de 1,63 °C, la varianza de 2,65 °C, y los valores oscilan entre un mínimo de 21,40 °C y un máximo de 29,50 °C.

Acerca de la conductividad eléctrica, la media es de 717,93 (µS/cm), la mediana de 725,00 (µS/cm), la moda de 729,00 (µS/cm), la desviación estándar de 69,45 (µS/cm), la variabilidad indica un valor alto de 4 823,92 (µS/cm) y sus



datos presentan valores máximos y mínimos de 583,00 ( $\mu\text{S/cm}$ ) a 880,00 ( $\mu\text{S/cm}$ ), respectivamente.

En la transparencia, se observa un valor medio de 0,92 m, una mediana de 0,70 m y el dato con mayor frecuencia es 0,70 m. La desviación estándar es de 0,47 m y la variabilidad de la distribución por medio de un valor es de 0,22 m. Los valores que puede alcanzar este parámetro van desde 0,20 m hasta 2,60 m.

La clorofila-a presenta un valor medio de 2,97 ( $\text{mg/m}^3$ ), una mediana de 20,92 ( $\text{mg/m}^3$ ), una moda de 2,13 ( $\text{mg/m}^3$ ), una desviación estándar de 41,59 ( $\text{mg/m}^3$ ), una variabilidad de su distribución de 1 729,96 ( $\text{mg/m}^3$ ), y los valores que pueden presentar van de 0,19 ( $\text{mg/m}^3$ ) a 170,91 ( $\text{mg/m}^3$ ).

Tabla XI. **Datos estadísticos de la estación Este Centro**

|                     | <b>Temperatura<br/>(°C)</b> | <b>Conductividad<br/>eléctrica (<math>\mu\text{S/cm}</math>)</b> | <b>Transparencia<br/>(m)</b> | <b>Clorofila-a<br/>(<math>\text{mg/m}^3</math>)</b> |
|---------------------|-----------------------------|--|------------------------------|---|
| Media aritmética    | 24,82                       | 618,13   | 0,58                         | 0,69  |
| Mediana             | 25,20                       | 622,00   | 0,70                         | 16,58   |
| Moda                | 25,50                       | 644,00   | 0,40                         | 17,25   |
| Desviación estándar | 1,72                        | 33,37  | 0,46                         | 194,74  |
| Varianza            | 2,94                        | 1 113,37   | 0,22                         | 37 923,04   |
| Máximo              | 28,30                       | 723,00   | 2,50                         | 1 451,06  |
| Mínimo              | 21,00                       | 537,00   | 0,10                         | 0,06  |

Fuente: elaboración propia.

Los datos de la estación este Centro indican que la temperatura tiene una media aritmética de 24,82 °C y una mediana de 25,20 °C. La temperatura con mayor frecuencia es 25,50 °C, la desviación estándar 1,72 °C, la varianza de 2,94 °C y los valores pueden estar entre un mínimo de 21,00 °C y un máximo de 28,30 °C.

La conductividad eléctrica presenta una media de 618,13 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ) y una mediana de 622,00 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ). El valor más recurrente es 644,00 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ), la desviación estándar es de 33,37 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ), la variabilidad indica un valor alto de 1,113,37 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ) y sus datos presentan valores mínimos y máximos de 537,00 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ) y 723,00 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ), respectivamente.

En cuanto a la transparencia, se observa un valor medio de 0,58 m, una mediana de 0,70 m y el dato con mayor frecuencia que presenta es de 0,40 m. La desviación estándar es de 0,46 m y la variabilidad de la distribución por medio de un valor es de 0,22 m. Los valores que puede alcanzar este parámetro van de 0,10 m hasta 2,50 m.

La clorofila-a presenta un valor promedio de 0,69 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ), una mediana de 16,58 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ), una moda de 17,25 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ), una desviación estándar de 194,74 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ), una variabilidad de su distribución de 37 923,04 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ), los valores que pueden presentar son de 0,06 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ) a 1 451,06 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ).

Tabla XII. **Datos estadísticos de la estación río Villalobos**

|                     | <b>Temperatura<br/>(°C)</b> | <b>Conductividad<br/>eléctrica<br/>(<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math>)</b> |
|---------------------|-----------------------------|---|
| Media aritmética    | 24,53                       | 614,82  |
| Mediana             | 25,20                       | 732,00  |
| Moda                | 25,30                       | 560,00  |
| Desviación estándar | 2,20                        | 218,87  |
| Varianza            | 4,82                        | 47905,53  |
| Máximo              | 29,00                       | 1106,00   |
| Mínimo              | 19,30                       | 206,00  |

Fuente: elaboración propia.

Los datos de la estación río Villalobos indican que la temperatura tiene una media aritmética de 24,53 °C y una mediana de 25,20 °C. La temperatura con mayor frecuencia es 25,30 °C, la desviación estándar es de 2,20 °C, la varianza es de 4,82 °C y los valores que pueden ser los menores y mayores son de 19,30 °C a 29,00 °C.

La conductividad eléctrica presenta un valor promedio de 614,82 (µS/cm) y una mediana de 732,00 (µS/cm). El valor más frecuente es 560,00 (µS/cm), la desviación estándar es de 218,87 (µS/cm), la variabilidad indica un valor alto de 4 7905,53 (µS/cm) y sus datos presentan valores mínimos y máximos que son de 206,00 (µS/cm) a 1 106,00 (µS/cm).

Se carece de los datos de transparencia y clorofila-a.

Tabla XIII. **Datos estadísticos de la estación bahía Playa de Oro**

|                     | <b>Temperatura<br/>(°C)</b> | <b>Conductividad<br/>eléctrica (µS/cm)</b> | <b>Transparencia<br/>(m)</b> | <b>Clorofila-a<br/>(mg/m3)</b> |
|---------------------|-----------------------------|--|------------------------------|--------------------------------|
| Media aritmética    | 26,12                       | 612,30                                     | 0,43                         | 6,74                           |
| Mediana             | 26,60                       | 608,00                                     | 0,53                         | 33,73                          |
| Moda                | 27,90                       | 602,00                                     | 0,50                         |                                |
| Desviación estándar | 1,86                        | 32,55                                      | 0,38                         | 97,22                          |
| Varianza            | 3,45                        | 1 059,72                                   | 0,14                         | 9 452,17                       |
| Máximo              | 31,20                       | 690,00                                     | 1,90                         | 587,43                         |
| Mínimo              | 22,60                       | 552,00                                     | 0,10                         | 0,35                           |

Fuente: elaboración propia.

Los datos de la Estación bahía Playa de Oro indican que la media de temperatura es de 26,12 °C, la mediana de 26,60 °C, la temperatura con mayor frecuencia es 27,90 °C, la desviación estándar respecto a su media es de 1,86 °C, varianza es de 3,45 °C y los valores que pueden ser los menores y mayores son 22,60 °C y 31,20 °C, respectivamente.

La conductividad eléctrica presenta un valor promedio de 612,30 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ) y una mediana de 608,00 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ). El dato más recurrente es 602,00 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ), la desviación estándar es de 32,55 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ), la variabilidad indica 1 059,72 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ) y sus datos presentan un valor mínimo de 552,00 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ) y uno máximo de 690,00 ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ).

En la transparencia, se observa un valor medio de 0,43 m, una mediana de 0,53 m y el dato más frecuente que se presenta es 0,50 m. La desviación estándar es de 0,38 m y la variabilidad de la distribución por medio de un valor es de 0,14 m. Los valores que puede alcanzar este parámetro van de 0,10 m hasta 1,90 m.

La clorofila-a presenta un valor medio de 6,74 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ), una mediana de 33,73 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ), no posee moda, una desviación estándar de 97,22 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ), una variabilidad de su distribución de 9 452,17 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ), y los valores que pueden presentarse van de 0,35 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ) a 587,43 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ ).

#### **4.2. Procesamiento de imágenes satelitales**

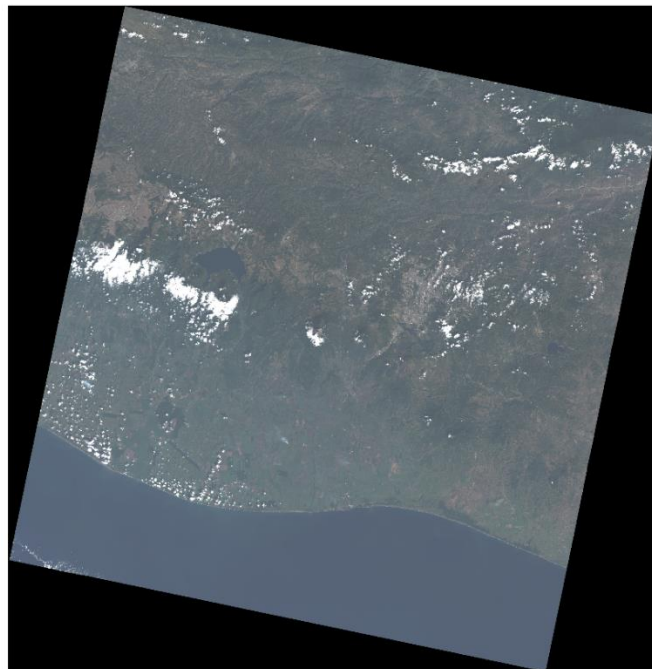
En este estudio se utilizaron imágenes proporcionadas por los satélites Landsat 7 y Landsat 8, entre el año 2008 al 2014. Las imágenes de Landsat 7 fueron captadas en el periodo de enero de 2008 hasta marzo de 2013; para las imágenes restantes, se utilizó información del otro satélite.

Las imágenes fueron procesadas mediante la plataforma geomática *Google Earth Engine*, la cual permite trabajar los datos en la web y analizarlos mediante procesos de teledetección.

Los lotes de imágenes utilizados fueron "LANDSAT/LE07/C01/T1" y "LANDSAT/LC08/C01/T1". Se realizó una reclasificación de cobertura de nubes, donde se tomaron en cuenta las imágenes que tenían un porcentaje menor o igual a 10 % de cobertura de nubes, ya que estas interfieren con la radiancia.

La siguiente imagen muestra las escenas completas originales de Landsat 8, para el 20 de diciembre de 2013.

Figura 9. **Landsat OLI 8, imagen de escena completa en color natural sin corrección atmosférica**



Fuente: Earthexplorer. *Imagen natural*. <https://earthexplorer.usgs.gov/>. Consulta 11 de marzo de 2021.

#### 4.2.1. Corrección atmosférica

Después de la selección de las imágenes, estas deben seguir el proceso de corrección atmosférica y geométrica. Esta corrección implica remover efectos de las nubes y componentes atmosféricos para tener como resultado la reflectancia de la superficie terrestre.

La corrección es llevada a cabo a partir de una serie de cálculos de la radiancia estimada por el satélite Landsat. Los metadatos obtenidos son para generar la ganancia y un desplazamiento de píxeles.

La plataforma geomática *Google Earth Engine* brinda el uso gratuito de las imágenes satelitales Landsat *Top of Atmosphere* (TOA), que consiste en las imágenes corregidas automáticamente. Además, el *software* QGIS brinda una herramienta llamada *Semi-Automatic Classification Plugin*, que, con el ingreso de las bandas y el metadato, realiza la corrección atmosférica.

Después de aplicar la corrección atmosférica, la radiancia de las imágenes se convierte en reflectancia de la superficie como se muestra en la siguiente imagen. Por lo tanto, las nubes y otros componentes atmosféricos no afectan en la reflectancia de la superficie.

Figura 10. **Landsat OLI 8, imagen de escena completa en color natural con corrección atmosférica**



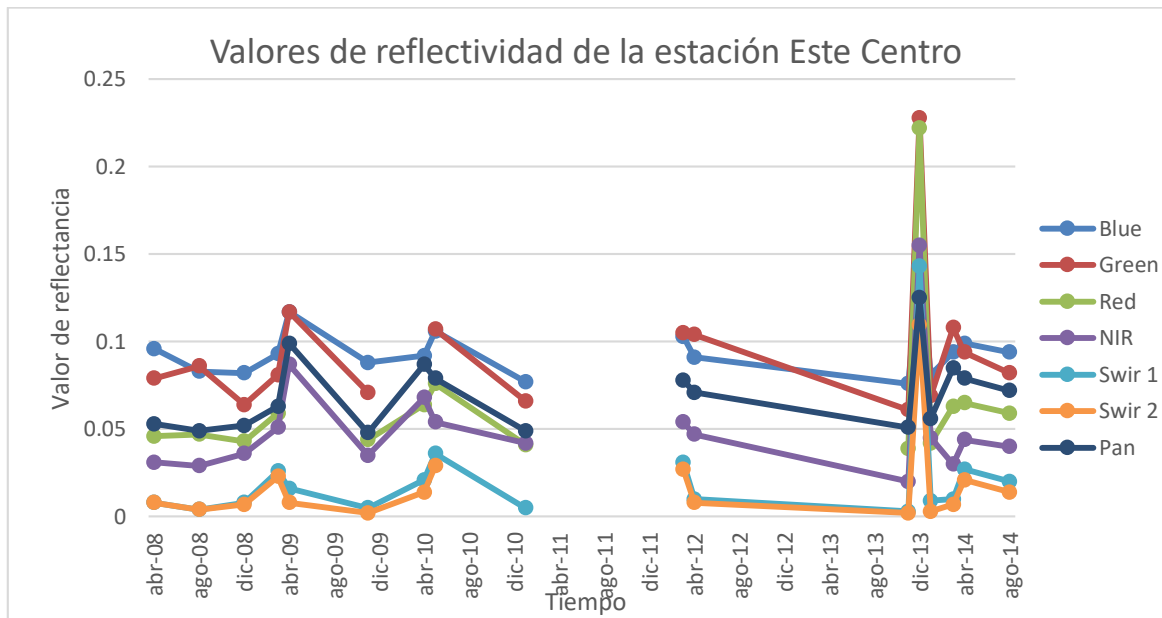
Fuente: elaboración propia.

#### **4.2.2. Extracción de datos en los satélites Landsat 7 y 8**

La extracción de los datos se hizo después de realizarse la corrección atmosférica. Para dicha extracción se tomaron en cuenta las coordenadas de las estaciones hidrométricas de AMSA, para así encontrar la similitud de los resultados de los parámetros por medio de modelos lineales y multivariantes. A través de la plataforma de *Google Earth Engine* se pueden extraer los datos de reflectividad de las bandas espectrales y térmicas de los satélites Landsat 7 y 8, del periodo que se desee. En el *software* QGIS, se puede visualizar el valor del píxel con la herramienta *Value Tool*. En las siguientes gráficas se presentan los

valores de reflectancia obtenidos con los satélites Landsat 7 y 8, en el periodo comprendido entre 2008 y 2014.

Figura 11. **Valores de reflectancia de bandas espectrales de la estación Este Centro durante el periodo 2008 a 2014**

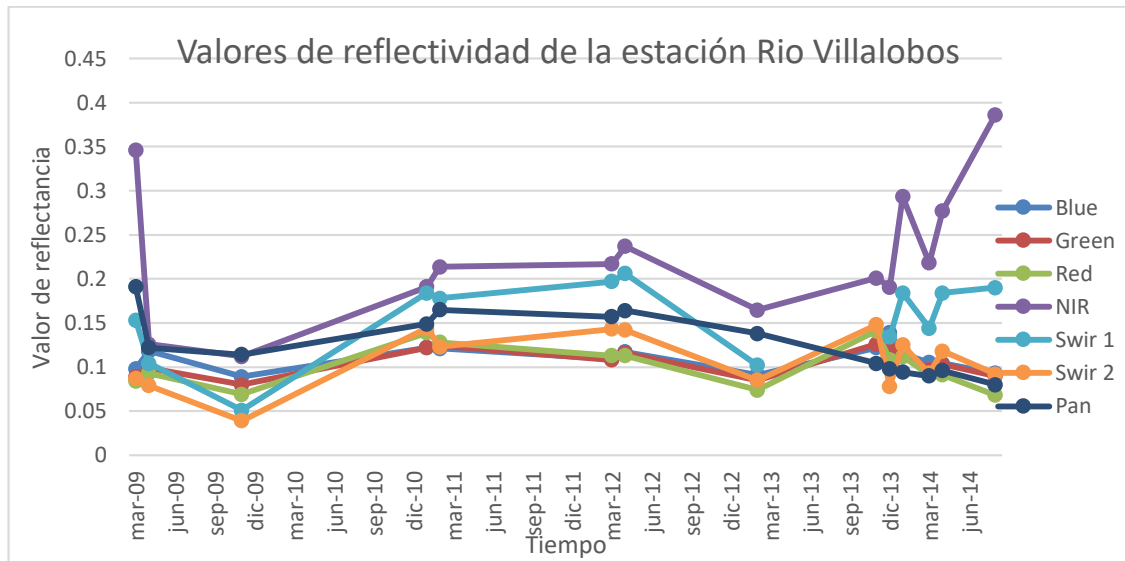


Fuente: elaboración propia.

Los valores de reflectancia que se presentan en la estación Este Centro se encuentran, en su mayoría, entre el rango de 0 a 0,1, con excepción de diciembre de 2013, que presenta un incremento de este valor en todas sus bandas espectrales. Además, se puede observar que se tiene una ausencia de datos entre enero y marzo de 2012; esto se debe a la discontinuación del satélite Landsat 7 y al nuevo ingreso del Landsat 8.



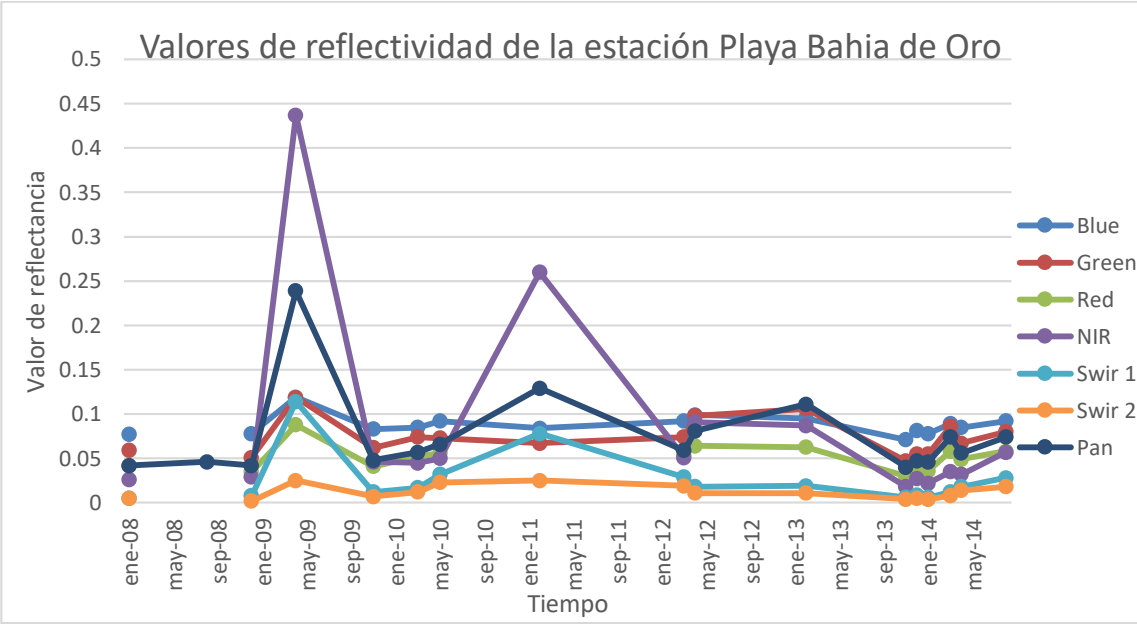
Figura 12. Valores de reflectancia de bandas espectrales de la estación río Villalobos durante el periodo 2008 a 2014



Fuente: elaboración propia.

El comportamiento de las bandas espectrales se presenta, en su mayoría, en el rango de 0,04 a 0,2 de reflectancia, excepto la banda NIR que se encuentra entre 0,12 y 0,38. Además, se puede observar que, en diciembre, se presentan los valores más bajos en su reflectancia.

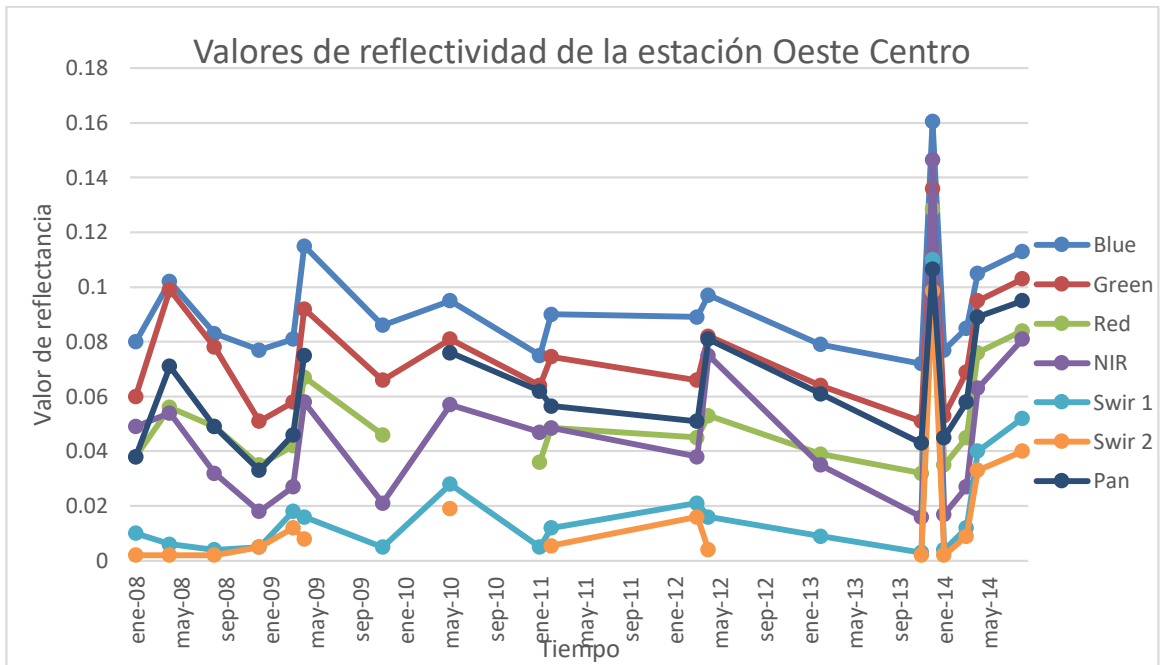
Figura 13. **Valores de reflectancia de bandas espectrales de la estación Playa bahía de Oro durante el periodo 2008 a 2014**



Fuente: elaboración propia.

El comportamiento de la gráfica muestra altos valores de reflectancia en los meses de enero a octubre en 2009 y de abril a octubre del 2011.

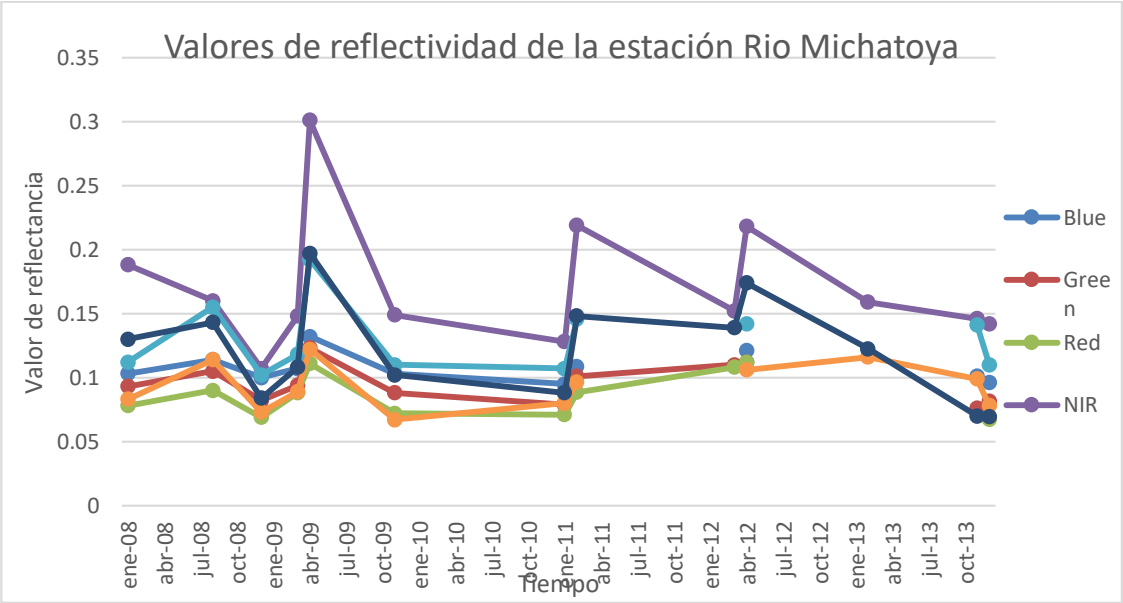
Figura 14. Valores de reflectancia de bandas espectrales de la estación Oeste Centro durante el periodo 2008 a 2014



Fuente: elaboración propia.

Los valores de reflectancia se presentan muy variados en cuanto a las bandas espectrales, pues muestran un incremento de octubre de 2013 a enero de 2014 con valores de hasta 0,16. La banda *Swir 2*, como se visualiza, no presenta gran cantidad de valores de reflectancia. La banda *Blue* es la que muestra el intervalo de valores más altos.

Figura 15. **Valores de reflectancia de bandas espectrales de la estación río Michatoya durante el periodo 2008 a 2014**



Fuente: elaboración propia.

Los valores que se muestran en la gráfica oscilan en su mayoría en el intervalo de 0,06 a 0,2. Además, se observan valores altos en los meses de marzo de 2009, febrero de 2011 y abril de 2012. El mayor valor que se presenta en esta estación río Michatoya es de la banda *NIR*. También se visualiza que el espectro *Red* no presenta valores entre febrero y noviembre de 2013.

**4.3. Combinación de bandas espectrales**

Las proporciones de bandas mejoran las diferencias espectrales, lo cual permite que la relación entre los datos de AMSA tomados en laboratorio, tengan un comportamiento en común con los datos de reflectancia de las bandas espectrales; generando un modelo matemático. La división de una banda por otra

genera otro tipo de imagen que puede relacionarse con los datos de laboratorio. Las combinaciones de bandas que se pueden utilizar son: "(C/B), (C/G), (C/R), (C/NIR), (B/C), (B/G), (B/R), (B/NIR), (G/C), (G/B), (G/R), (G/NIR), (R/C), (R/G), (R,B), (R/NIR), (NIR/C), (NIR/B), (NIR/G), (NIR/R), (B+C), (B+G), (B+R), (B+NIR), (G+C), (G+R), (G+NIR), (R+C), (R+NIR), (C+NIR), (B+G+C), (B+G+R), (B+G+NIR), (B+R+NIR), (B+R+C), (B+C+NIR), (G+C+R), (G+C+NIR), (R+C+NIR), (G+R+NIR), (B+G+R+NIR), (C+B+G+R), (C+B+G+NIR), (C+G+R+NIR), (C+B+R+NIR), (C+B+G+R+NIR), (B/NIR+C), (B/NIR+B), (B/NIR+G), (B/NIR+R), (B/NIR+NIR), (B/R+C), (B/R+B), (B/R+G), (B/R+R), (B/R+NIR), (NIR/B+C), (NIR/B+B), (NIR/B+G), (NIR/B+R) and (NIR/B+NIR)".<sup>6</sup>

Donde:

C: Coastal

B: Blue

G: Green

R: Red

#### **4.4. Formulación de modelo matemático**

A continuación, se presenta el modelo matemático.

##### **4.4.1. Modelo matemático de la clorofila-a**

Para la elaboración de un modelo matemático se debe de tener en cuenta que los datos posean una distribución normal, por lo que se realizó el Test de Shapiro Wilk con un nivel de confianza del 95 %.

---

<sup>6</sup> ABDULLAH, Hasti Shwan. *Water quality assessment for dokan lake using landsat 8 oli satellite images*. p. 100.

El comportamiento de la variable de clorofila-a se transformó mediante la variable de logaritmo. Posteriormente se creó un modelo con la variable dependiente de clorofila-a, según las combinaciones que tienen un alto valor de significancia; con base en esto, se tiene como mejor modelo el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Clorofila} = & 72,549 \frac{\text{Blue}}{\text{Green}} - 463,373 \text{ Green} - 49,571 \frac{\text{Blue}}{\text{Red}} + 13,167 \frac{\text{Blue}}{\text{NIR}} - \\ & 177,092 \frac{\text{Red}}{\text{Green}} + 121,577 \frac{\text{Red}}{\text{Blue}} - 30,087 \frac{\text{Red}}{\text{NIR}} - 29,191 \frac{\text{NIR}}{\text{Blue}} + 218,106 (\text{Blue} + \text{NIR}) + \\ & 81,829 \end{aligned}$$

Ecuación (1)

El análisis que se tiene por cada variable del modelo de clorofila-a es a partir de la desviación estándar, de T valor y del nivel de confianza dada por el resultado de la ecuación de T valor.

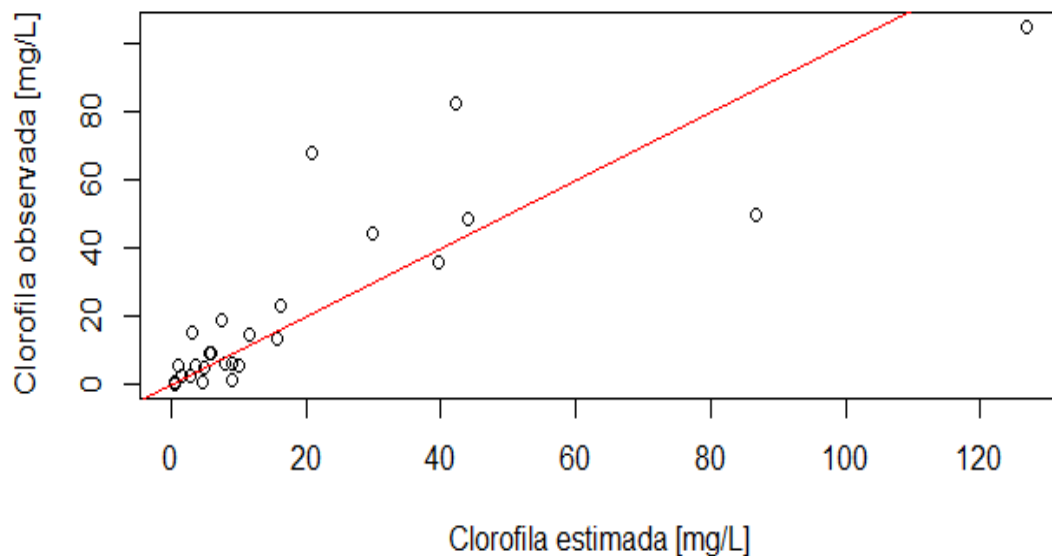
Tabla XIV. **Análisis de variables a utilizar en el modelo matemático de clorofila-a**

| Bandas     | Valor    | Desviación estándar | T valor | Pr (>   t   ) | Confianza |
|------------|----------|---------------------|---------|---------------|-----------|
| Intercepto | 81,829   | 22,990              | 3,559   | 0,002614      | 0,001     |
| Green      | -463,373 | 169,784             | -2,729  | 0,014856      | 0,01      |
| Blue/Green | 72,549   | 18,526              | 3,916   | 0,001231      | 0,001     |
| Blue/Red   | -49,571  | 12,635              | -3,923  | 0,001213      | 0,001     |
| Blue/NIR   | 13,167   | 3,127               | 4,211   | 0,000663      | 0         |
| Red/Green  | -177,092 | 46,318              | -3,823  | 0,001497      | 0,001     |
| Red/Blue   | 121,577  | 32,495              | 3,741   | 0,001780      | 0,001     |
| Red/NIR    | -30,087  | 7,036               | -4,276  | 0,000579      | 0         |
| NIR/Blue   | -29,191  | 10,921              | -2,673  | 0,016673      | 0,05      |
| Blue+NIR   | 218,106  | 86,029              | 2,535   | 0,022051      | 0,05      |

Fuente: elaboración propia.

El modelo de clorofila-a muestra una  $R^2$  múltiple de 0,6841 y con un nivel de confianza de 0,009206, lo que representa un 99,9918 % del comportamiento de las variables observadas y estimadas de la clorofila-a con relación al modelo matemático, como se muestra en la siguiente gráfica.

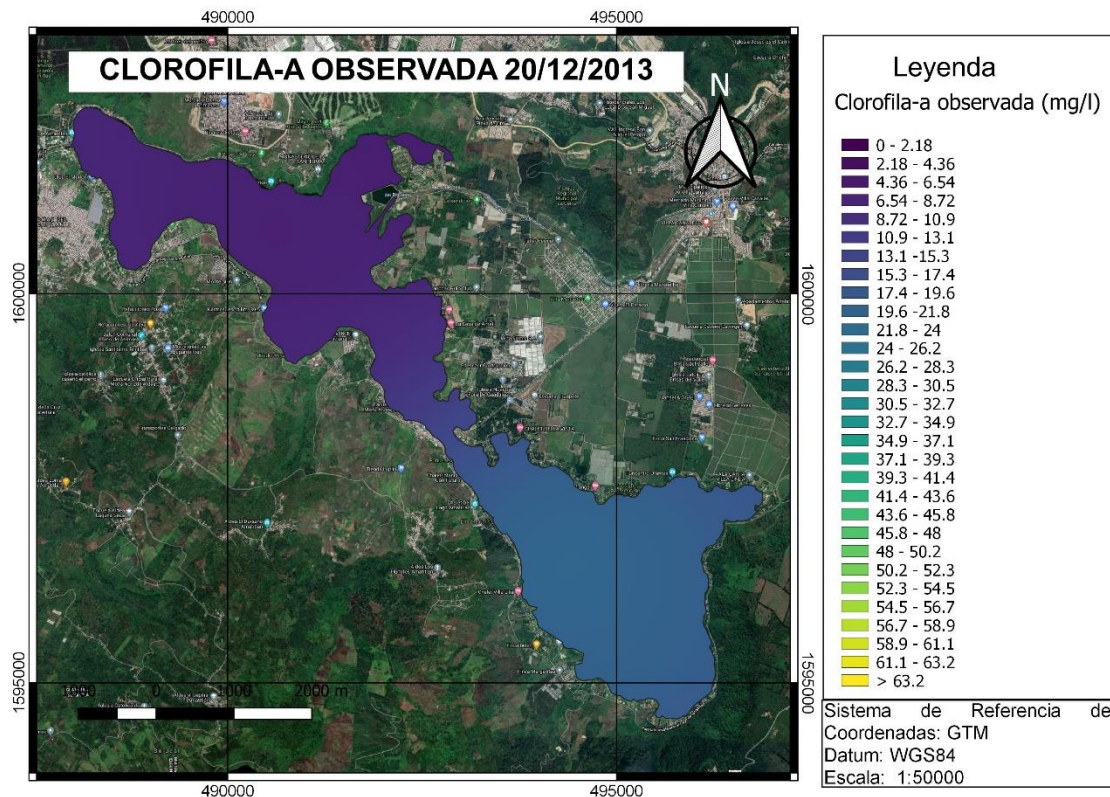
Figura 16. **Gráfico de comparación de concentración de clorofila-a real y estimada**



Fuente: elaboración propia.

Se realizó una prueba del modelo matemático para la estimación de clorofila-a mediante una imagen satelital de fecha 20 de diciembre de 2013, en la cual se interpolaron los datos proporcionados por AMSA para tener una condición trófica general del lago. En la siguiente imagen se puede observar que la concentración de los datos se encuentra entre 6,54 mg/l y 26,2 mg/l; se presenta un rango pequeño debido a que la toma de muestras es de cinco estaciones hidrométricas.

Figura 17. Mapa de clorofila-a observada en diciembre de 2013

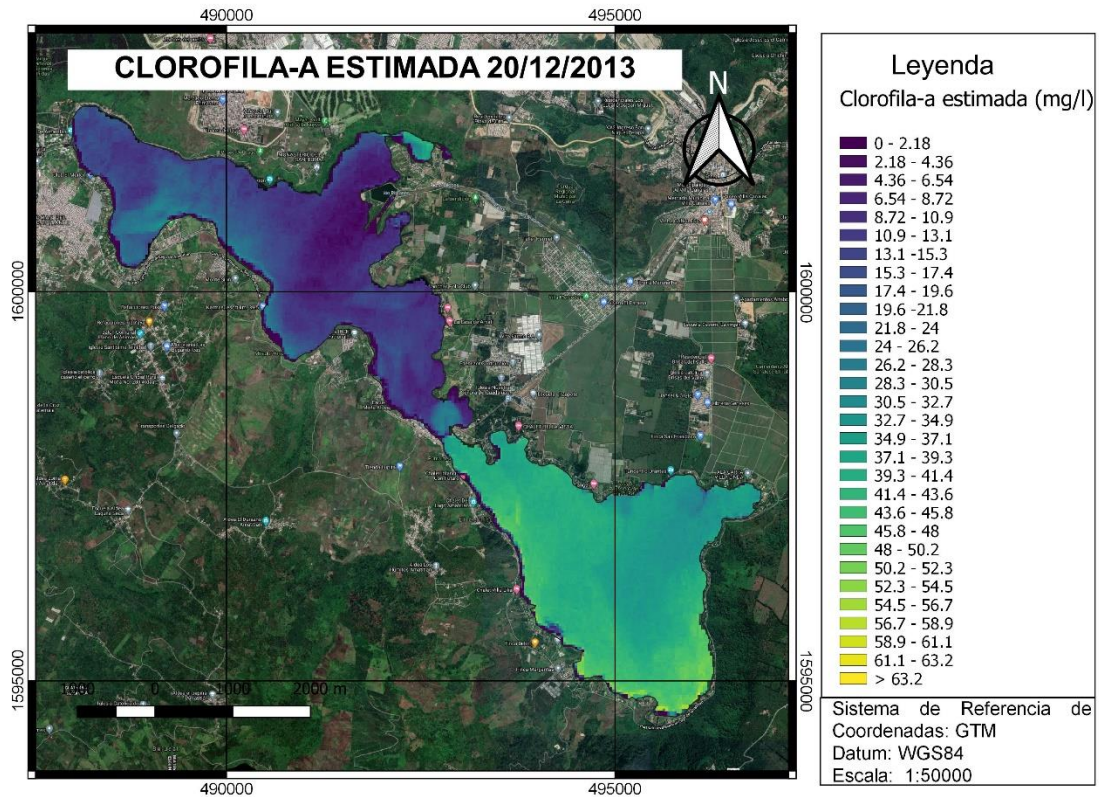


Fuente: elaboración propia.

Se aplicó el modelo matemático en la imagen satelital para la observación del comportamiento trófico del lago. Como se presenta en la imagen, se tienen rangos de clorofila-a desde 0 mg/l hasta 63,2 mg/l; se obtiene un amplio rango debido que el modelo matemático se aplica a cada píxel que proporciona la imagen satelital para tener mayor precisión en los datos.



Figura 18. Mapa de clorofila-a estimada el 20 de diciembre de 2013



Fuente: elaboración propia.

#### 4.4.2. Modelo matemático de la transparencia

En la elaboración del modelo matemático para la estimación de transparencia, se realizó la prueba de normalidad de Shapiro Wilk. A través de esta prueba, se pudo observar el comportamiento normal de la variable. Con base en el comportamiento normal de los datos, se procede a verificar cuales son las combinaciones de bandas que tienen mayor significancia con los datos de transparencia observados, para obtener el mejor modelo matemático. Se observa que las variables de clorofila-a y transparencia tienen una correlación, por lo que

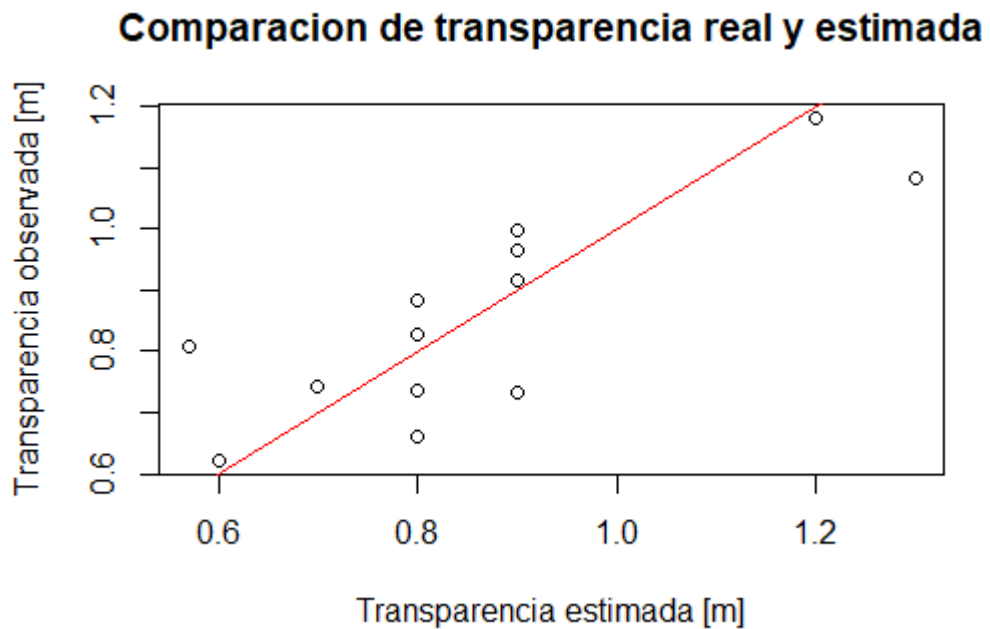
se usó el modelo matemático de la clorofila-a estimada y se realizó un ajuste con los datos de transparencia proporcionados por AMSA, para elaborar el siguiente modelo matemático de la transparencia. Se debe de tener en cuenta que se descartaron datos que no seguían con la tendencia para lograr una mayor correlación de las variables.

$$\begin{aligned}
 \text{Transparencia} = & 0,995903 * (-0,104 \ln(72,549 \text{ Blue/Green} - 463,373 \text{ Green} - \\
 & 49,571 \text{ Blue/Red} + 13,167 \text{ Blue/NIR} - 177,092 \text{ Red/Green} + 121,577 \text{ Red/} \\
 & \text{Blue} - 30,087 \text{ Red/NIR} - 29,191 \text{ NIR/Blue} + 218,106 (\text{Blue} + \text{NIR}) + 81,829) + \\
 & 1,1258) + 0,004648
 \end{aligned}$$

Ecuación (2)

El modelo matemático de transparencia muestra una R<sup>2</sup> múltiple 0,6467 y un nivel de confianza de 0,00018, lo que representa un 99,999 % del comportamiento de las variables observadas y estimadas de transparencia con relación al modelo matemático, como se muestra en la siguiente gráfica.

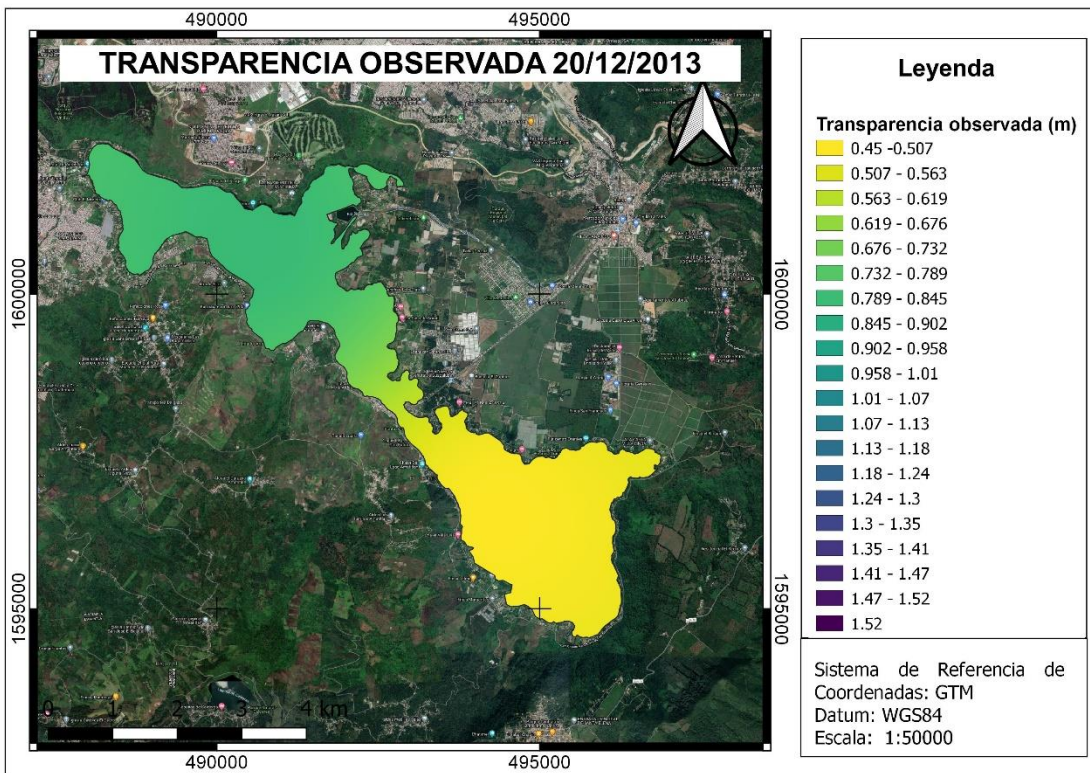
Figura 19. **Gráfico de comparación de concentración de transparencia real y estimada**



Fuente: elaboración propia.

Se realizó una interpolación con los datos de cinco estaciones hidrométricas, proporcionados por AMSA en diciembre de 2013, para saber el comportamiento de los datos según la transparencia del agua como se muestra en la siguiente imagen. El rango que se tiene en esta imagen es de aproximadamente 0,450 m a 0,958 m.

Figura 20. Mapa de transparencia observada en diciembre de 2013

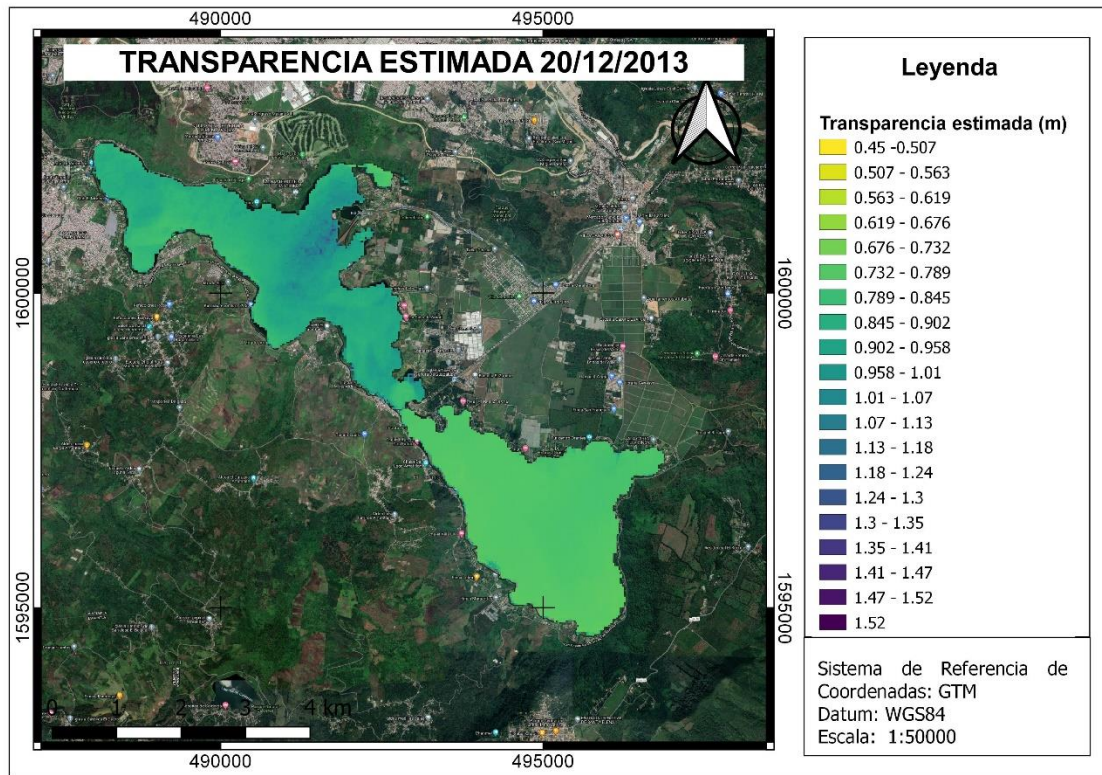


Fuente: elaboración propia.

Se aplicó el modelo matemático de transparencia en la imagen satelital del 20 de diciembre de 2013 para su prueba y verificación del modelo. Se puede observar que, en la parte este del lago, se cuenta con mayor rango de transparencia, asociado con la disminución de clorofila-a y solidos disueltos. Se deben de tomar en cuenta las variaciones de rango en esta imagen, que oscilan entre 0,45 m hasta 1,52 m, debido a que se tiene mayor cantidad de pixeles y precisión en los datos.



Figura 21. **Mapa de transparencia estimada del 20 de diciembre de 2013**



Fuente: elaboración propia.

#### 4.4.3. **Modelo matemático de la conductividad eléctrica**

Durante la elaboración del modelo matemático, se realizaron varios test de normalidad para los datos, con el fin de validar un modelo matemático. Sin embargo, los datos proporcionados por AMSA y los obtenidos en las imágenes satelitales, no cuentan con relación alguna; por ende, no se pudo encontrar un modelo matemático con una alta correlación y alto nivel de confianza para este estudio, por lo que la hipótesis se considera nula.

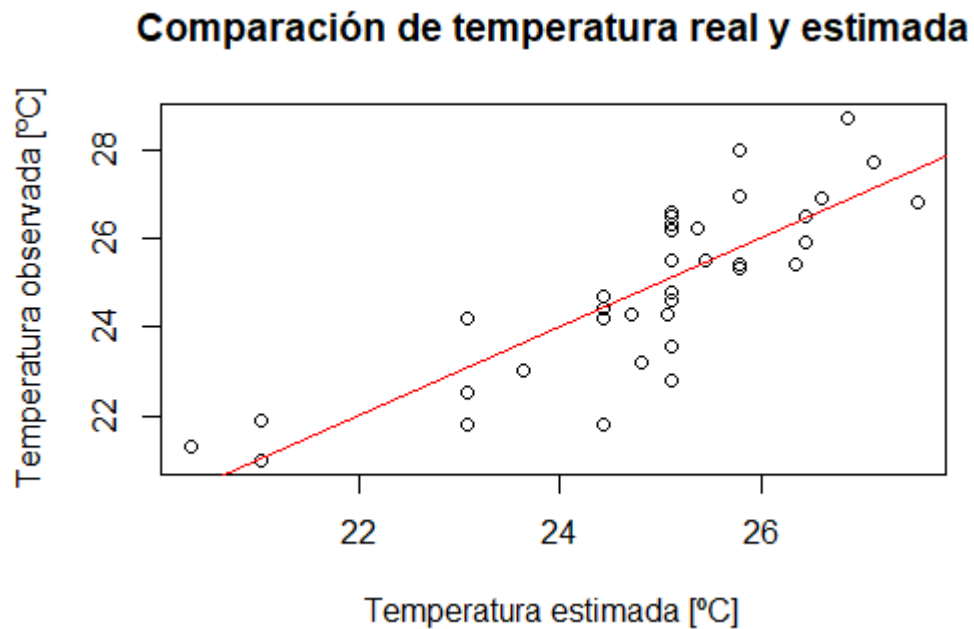
Antes de descartar el modelo matemático de conductividad eléctrica, se realizaron regresiones lineales simples y múltiples, en las cuales no se presentaban altas correlaciones.

#### **4.4.4. Modelo matemático de temperatura**

En la elaboración del modelo matemático, se comenzó por descartar los datos que no tenían una tendencia con respecto a los que se presentaban en la banda infrarroja TIRS. Los datos descartados son de la estación hidrométrica río Villalobos. Se verificó si los datos de temperatura proporcionados por AMSA tienen una distribución normal a través del método Shapiro Wilk.

En el gráfico que se presenta a continuación, se verificó que la tendencia era lineal con respecto a la temperatura obtenida por TIRS y la temperatura obtenida por AMSA.

Figura 22. **Gráfico de comparación de concentración de temperatura real y estimada**



Fuente: elaboración propia.

El modelo matemático que se obtuvo es el siguiente:

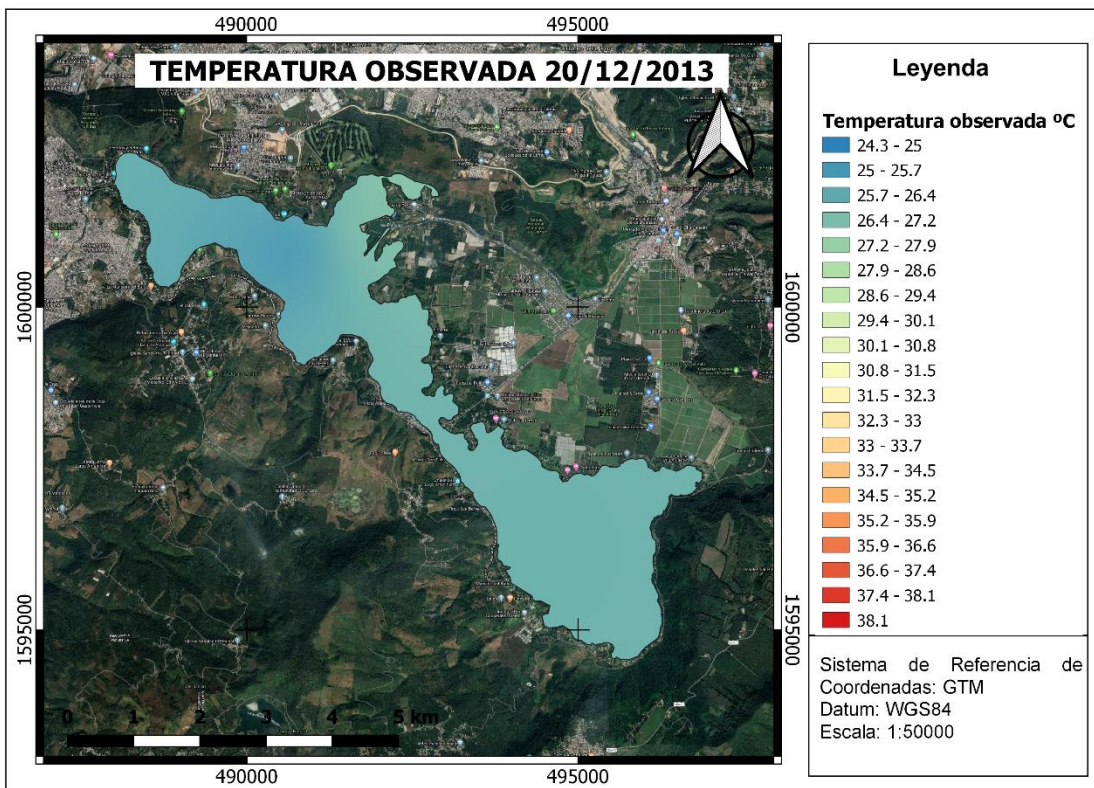
$$Temperatura = 1,3024TIRS - 3,3101$$

Ecuación (3)

El análisis de la variable TIRS dentro de la ecuación tiene un nivel de confianza de 100 %, y, a su vez, la ecuación tiene un p valor de 6,50e-10, lo que se puede interpretar con un alto nivel confianza: aproximadamente de 100 %. Además, se tiene una  $R^2$  múltiple de 0,6794 y una correlación de 0,8243.

Se realizó una interpolación de los datos proporcionados por AMSA del mes de diciembre de 2013, de sus cinco estaciones hidrométricas, para conocer la temperatura y la diversidad de organismos presentes en el agua. Como se puede observar en la imagen, los rangos aproximados que se tienen son de 24,3 °C a 27,9 °C.

Figura 23. Mapa de temperatura observada en diciembre de 2013



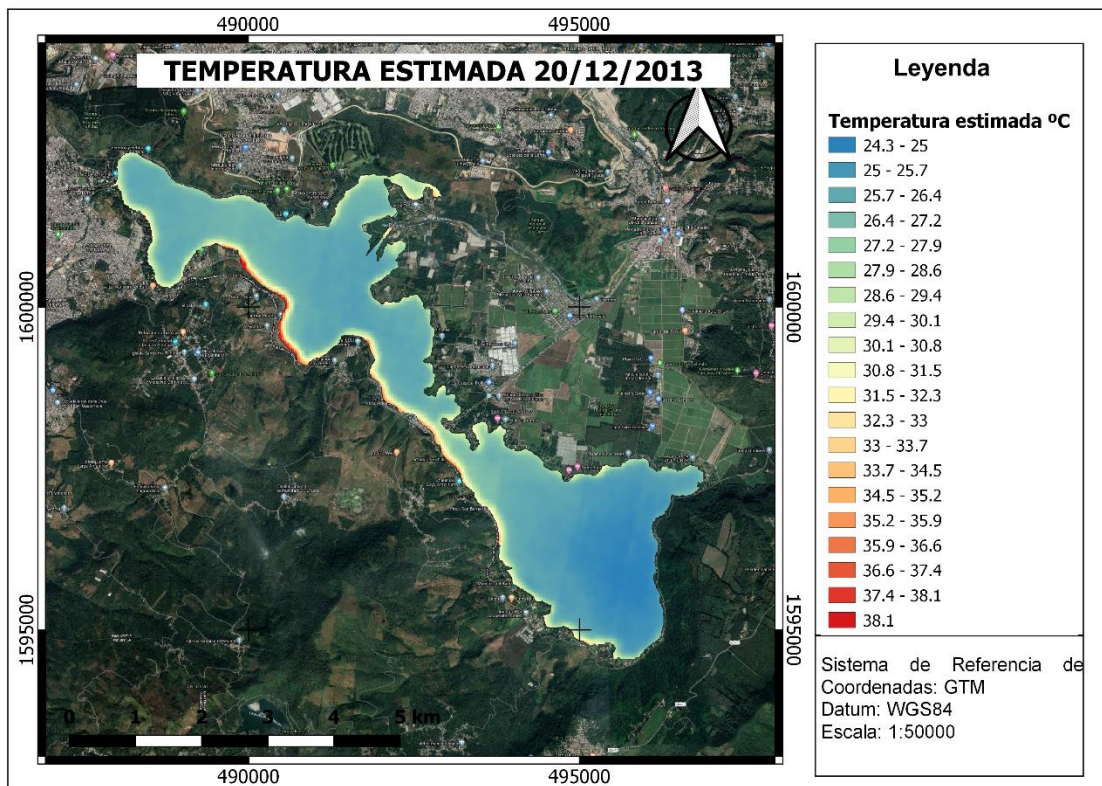
Fuente: elaboración propia.

En la siguiente imagen se aplica el modelo matemático de temperatura encontrado para la verificación de datos en el lago de Amatitlán. Como se observa, hay un amplio valor de datos de temperatura, ya que se analiza cada



píxel que se proporciona por las imágenes satelitales. Alrededor de la parte este del lago es en donde se encuentran las altas temperaturas que oscilan entre 37,4 °C y 38.1 °C. La ventaja del uso del modelo matemático es la mayor precisión y mejores resultados debido al análisis de cada píxel.

Figura 24. **Mapa de transparencia estimada del 20 de diciembre de 2013**



Fuente: elaboración propia.



## CONCLUSIONES

1. Los datos fisicoquímicos y tróficos proporcionados por AMSA, difieren según la ubicación de la estación hidrométrica. En la estación Río Michatoya, se tiene una temperatura media de 25,06 °C y una moda de 24,70 °C; la conductividad eléctrica presenta una media de 667,76  $\mu\text{S}/\text{cm}$  y una moda de 703  $\mu\text{S}/\text{cm}$ ; la transparencia tiene una media de 0,35 m y una moda de 0,2 m; y, la clorofila-a, presenta una media de 5,37  $\text{mg}/\text{m}^3$ . En la estación de Oeste Centro se tiene una temperatura media de 25,03 °C y una moda de 24,60 °C; la conductividad eléctrica muestra una media de 717,93  $\mu\text{S}/\text{cm}$  y una moda de 729  $\mu\text{S}/\text{cm}$ ; la transparencia tiene una media de 0,62 m y una moda de 0,70m; y, la clorofila-a, presenta una media de 2,97  $\text{mg}/\text{m}^3$  y una moda de 2,13  $\text{mg}/\text{m}^3$ . En la estación de Este Centro se tiene una temperatura media de 24,82 °C y una moda de 25,50 °C; la conductividad eléctrica presenta una media de 618,13  $\mu\text{S}/\text{cm}$  y una moda de 644  $\mu\text{S}/\text{cm}$ ; la transparencia tiene una media de 0,58 m y una moda de 0,40m; y, la clorofila-a, muestra una media de 0,69  $\text{mg}/\text{m}^3$  y una moda de 17,25  $\text{mg}/\text{m}^3$ . En la estación Río Villalobos, se tiene una temperatura media de 24,53 °C y una moda de 25,30 °C; la conductividad eléctrica presenta una media de 614,82  $\mu\text{S}/\text{cm}$  y una moda de 560  $\mu\text{S}/\text{cm}$ .
2. El modelo matemático para la estimación de clorofila-a (Ecuación 1) posee un coeficiente de correlación de 0,6841. La estimación de la transparencia (Ecuación 2) muestra un coeficiente de correlación 0,6467. Finalmente, el modelo de estimación de temperatura (Ecuación 3) presenta un coeficiente de correlación de 0,6794. El modelo de clorofila-a es el que posee mayor correlación. El modelo matemático de conductividad eléctrica

no posee correlación alguna con los datos proporcionados por AMSA, por lo que este modelo fue descartado y la hipótesis se consideró nula.

3. A partir de los análisis de parámetros fisicoquímicos y tróficos proporcionados por AMSA, y de los valores de las imágenes satelitales de Landsat 7 y 8, se observa que a través de modelos lineales y multivariantes, se obtiene un alto nivel de confianza; puesto que, en la Ecuación 1 el nivel de confianza es 99,9918 %, en la Ecuación 2 es 99,9992 %, y en la Ecuación 3 es 100 %, se logra tener modelos matemáticos que estiman la clorofila-a, la transparencia y la temperatura, para cualquier parte del lago de Amatitlán, en un periodo de 16 días.

## RECOMENDACIONES

1. La toma de muestra de los datos que son analizados por el laboratorio debe de ser realizada en puntos medios y significativos para que se obtenga un análisis de parámetros fisicoquímicos y tróficos con mayor significancia. No obstante, se debe de tener un laboratorio certificado por la ISO 17025:2017 para la validación de los datos.
2. Para una mayor correlación de los datos, se debe de tomar en cuenta la fecha en la cual el satélite oscila sobre el territorio que se desea estudiar, para que, en esos días, se realice la toma de muestra y se tenga una mayor correlación en cuanto a la realización del modelo matemático.
3. Es apropiado tomar en cuenta que cuando se extraigan valores de las imágenes satelitales Landsat 7 y 8, no exista nubosidad en el área que se desea estudiar, ya que esta altera el valor de la reflectividad que se capta en las imágenes satelitales.



## BIBLIOGRAFÍA

1. ABDULLAH, Hasti Shwan. *Water quality assessment for Dokan lake using Landsat 8 Oli satellite images*. [en línea]. <[https://www.researchgate.net/publication/322982871\\_WATER\\_QUALITY\\_ASSESSMENT\\_FOR\\_DOKAN\\_LAKE\\_USING\\_LANDSAT\\_8\\_OLI\\_SATELLITE\\_IMAGES](https://www.researchgate.net/publication/322982871_WATER_QUALITY_ASSESSMENT_FOR_DOKAN_LAKE_USING_LANDSAT_8_OLI_SATELLITE_IMAGES)>. [Consulta: 21 de junio de 2020].
2. AGUIRRE GÓMEZ, Raúl. *Análisis espectral del lago de Guadalupe, mediante imágenes de satélite y datos in situ*. [en línea]. <[http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0188-46112015000100003](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-46112015000100003)>. [Consulta: 28 de abril de 2019].
3. ÁLVAREZ AMADO, Jesús Pilar. *Modelo Predictivo de la calidad del agua en reservorios de Chihuahua-México usando percepción remota*. Chihuahua, México: Dialnet, 2014. 108 p.
4. ARDILA LEÓN, Jhon Fredy; QUINTERO DELGADO, Oscar Yesid. *Aplicación de la teledetección y los sistemas de información geográfica en la interpretación de zonas inundables. Caso de estudio: río Soapaga, sector Paz de río, Boyacá*. Bogotá, Colombia: Universidad Militar de Nueva Granada, 2013. 22 p.
5. CHUVIECO, Emilio. *Teledetección ambiental. La observación de la Tierra desde el espacio*. Barcelona, España: Digital Reasons, 2008. 586 p.

6. FIGUERAS, Salvador. *Introducción al análisis multivariable*. [en línea]. <<http://www.5campus.com/leccion/anamul>>. [Consulta: 28 de abril de 2019].
7. FIGUEROA, Edgar Iván. *Estimación de parámetros relativos a la calidad del agua mediante percepción remota en la laguna de Bustillos, Chihuahua, México*. Chihuahua, México: CONACYT, 2015. 1 p.
8. GALINDO, Claudia. *Indicadores de contaminación en tres lagos de Guatemala*. Trabajo de graduación de Química y Biología. Facultad de Ciencias Químicas y Farmacia, Universidad de San Carlos de Guatemala, 2011. 70 p.
9. HERRERA ACOSTA, Roberto José; FONTALVO HERRERA, Tomás José. *Seis Sigma métodos estadísticos y sus aplicaciones*. [en línea]. <<https://www.eumed.net/libros-gratis/2011b/939/index.htm>>. [Consulta: 11 de octubre de 2019].
10. LÓPEZ, Ezequiel; GONZÁLEZ, Byron. *Estadística: fundamentos y aplicaciones a la agronomía y ciencias afines*. Guatemala: Editorial Universitaria, Usac, 2015. 276 p.
11. MARTÍN, Raúl. *Prácticas estadísticas: correlaciones con SPSS*. España: Universidad de Castilla-La Mancha, 1996. 1 p.
12. Organización Naciones Unidas, ONU. *Calidad del agua*. [en línea]. <<http://www.un.org/spanish/waterforlifedecade/quality.shtml>>. [Consulta: 22 de octubre de 2019].



13. PERDOMO VANEGAS, Alexander. *Predicción de parámetros físico químicos de calidad del agua mediante el uso de sensores remotos: caso de estudio embalse del Neusa*. Bogotá, Colombia: Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano, 2015. 99 p.
14. PEREZ GUDIÉL, Dunia Beatriz. *Evaluación del efecto de la aireación artificial para mejorar la calidad del agua en el lago de Amatitlán*. Trabajo de graduación de Química y Biología. Facultad de Ciencias Químicas y Farmacia, Universidad de San Carlos de Guatemala, 2007. 98 p.
15. PÉREZ, Carlos; MUÑOZ, Ángel. *Teledetección: nociones y aplicaciones*. Salamanca, España: Editores Carlos Pérez, 2006. 18 p.
16. Science. *Landsat 7*. [en línea]. <<https://landsat.gsfc.nasa.gov/landsat-7/>>. [Consulta: 25 de abril de 2019].
17. Scribd. *Contrastes de normalidad*. [en línea]. <[http://www.ub.edu/aplica\\_infor/spss/cap5-6.htm](http://www.ub.edu/aplica_infor/spss/cap5-6.htm)>. [Consulta: 21 de junio de 2020].
18. SEPÚLVEDA HIROSE, Rodrigo Takashi. *Diseño de modelos de calidad del agua mediante el uso de la percepción remota*. México: Universidad Nacional Autónoma de México, 2011. 140 p.
19. SOBRINO NAVAS, Raquel. *Aplicación de la teledetección y modelos de regresión en la caracterización del lago de Sanabria*. Zamora, España: Universidad Nacional de Educación a Distancia, 2015. 653 p.

20. Soporte de Minitab 18. *Prueba de normalidad*. [en línea]. <<https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/normality/test-for-normality/>>. [Consulta: 21 de junio de 2020].
21. TENJO, Carolina; RUIZ-VERDÚ, Antonio; DELEGIDO, Jesús; PEÑA, Ramón; MORENO, José. *Determinación de componentes ópticamente activos en aguas continentales a partir de imágenes Landsat 8*. Medellín, Colombia: revista UD y la geomática, 2013. 10 p.
22. UNAM. *Formulación del diagnóstico y el pronóstico*. [en línea]. <<http://dicyg.fi-c.unam.mx:8080/sistemas/publicaciones/TEMAIII.3.pdf>>. [Consulta: 25 de abril de 2019].
23. URREGO DE MÁRQUEZ, Esther. *Estimación de parámetros de calidad del agua del lago de Maracaibo a partir de imágenes del satélite venezolano Miranda (VRSS-1)*. Valencia, España: Universidad de Valencia, 2015. 43 p.
24. USGS. *Misiones Landsat*. [en línea]. <<https://www.usgs.gov/land-resources/nli/landsat>>. [Consulta: 20 de abril de 2019].
25. ZHEN WU, Bi Yun. *Calidad físico-química y bacteriológica del agua para consumo humano de la microcuenca de la quebrada Victoria, Curubandé, Guanacaste, Costa Rica, año hidrológico 2007-2008*. Costa Rica: Universidad estatal a Distancia, 2009. 204 p.