

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERIA

"MENSULAS EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO"



Presentada a la Junta Directiva de la
Facultad de Ingeniería

de la
Universidad de San Carlos de Guatemala
Por

MARCO AURELIO SONOZA SOTO

al conferírsele el título de

INGENIERO CIVIL

Guatemala, Octubre de 1975.

**JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA DE LA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**

Decano:	Ing. Hugo Quan Má
Vocal Primero:	Ing. Julio Campos Bonilla
Vocal Segundo:	Ing. Roberto Barrios Morataya
Vocal Tercero:	Ing. Leonel Aguilar Girón
Vocal Cuarto:	Br. Roberto Urdiales C.
Vocal Quinto:	Br. Edgar Cifuentes H.
Secretario:	Ing. Manuel Angel Castillo G.

**TRIBUNAL QUE PRACTICO EL EXAMEN
GENERAL PRIVADO**

Decano:	Ing. Hugo Quan Má
Secretario:	Ing. José Luis Terrón C.
Examinador:	Ing. Enrique Azmitia C.
Examinador:	Ing. Manuel Angel Castillo B.
Examinador:	Ing. Juan Antonio López V.

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con los Preceptos que la ley de la Universidad de San Carlos establece, presento a vuestra consideración mi trabajo de Tesis titulado:

**MENSULAS EN ESTRUCTURA
DE
CONCRETO**

Tema que me fue asignado por la Junta Directiva de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos.

ACTO QUE DEDICO

A DIOS

A MIS PADRES

MARCO ANTONIO SOMOZA TOBIAS
JOSEFINA SOTO DE SOMOZA

A Mi esposa

GLORIA MARINA ESCOBAR DE SOMOZA

A Mis hijos

MARCO AURELIO
CLAUDIA PAOLA

A Mis hermanos

BELMA JOSEFINA
MARIA DOLORES
MARIA ELENA (Q.E.P.D.)
FELIPE OBDULIO (Q.E.P.D.)

A Mi Suegra

PILAR AQUINO

A Mi cuñada

ADELA OCHOA DE BERMUDEZ

A LA FACULTAD DE INGENIERIA

A Usted

RECONOCIMIENTO

- Al ING. JOSE EDUARDO RAMIREZ SARAVIA
Por su guía en la realización del presente trabajo
- Al ING. CARLOS POLO COSSICH
Por su guía en la realización del presente trabajo
- Al Ing. JOAQUIN LOTTMANN
Por su guía durante Mis Estudios
- Al ING. CARLOS DE LA CERDA
- Al ING. GUISEPPE CHINASSI
- Al ING. CARLOS GUILLERMO ESTRADA
- Al ING. OTTO ENRIQUE MARCKWORDT M.
- Al ING. INFIERI JORGE LUIS ZEA GONZALES
- Al ING. INFIERI HUGO RODAS ZAMORA
- Al Sr. MIGUEL ANGEL CONTRERAS SRA. Y FAM.
- A TODOS AQUELLOS PROFESIONALES QUE EN UNA
U OTRA FORMA AYUDARON A LA REALIZACION
DEL PRESENTE TRABAJO.
- A MIS CATEDRATICOS
- A MIS COMPAÑEROS. Y AMIGOS

CONTENIDO

INTRODUCCION.

Capítulo 1. DEFINICION DE MENSULAS Y USOS QUE SE LES PUEDE DAR.

Capítulo 2. COMPORTAMIENTO DE LAS MENSULAS.

Capítulo 3. CRITERIOS DE DISEÑO.

Capítulo 4. REFUERZOS Y ANCLAJES.

Capítulo 5. DESARROLLO DE EJEMPLOS.

Capítulo 6. ENSAYOS

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

BIBLIOGRAFIA.

INTRODUCCION

El presente trabajo "Ménsulas en Estructuras de Concreto", es eminentemente práctico y pretende ser una guía, tanto para profesionales como para estudiantes en el campo de la Ingeniería Civil, ya que en la actualidad es escasa la bibliografía que al respecto podemos obtener en nuestro medio. A la vez proporciona los dos métodos más usuales en el cálculo y diseño de las ménsulas, pudiéndose usar indistintamente cualquiera de los dos.

También se ha cuidado de que las exposiciones que se hacen en los capítulos que lo integran, sean lo más claro posible.

Para completar el Capítulo III, donde se exponen los tipos de fallas más comunes, se realizaron pruebas a cuatro modelos de las ménsulas en el Laboratorio Central de Ingeniería para comprobar en forma real los tipos de fallas siguientes:

- a) Falla por menor área del refuerzo principal
- b) Falla por menor área del refuerzo de corte
- c) Falla por menor área del refuerzo principal, menor área del refuerzo de corte y anclajes cortos.

Quedo completamente satisfecho de haber contribuido con el presente trabajo, a llenar en gran parte la información para el cálculo y diseño de las ménsulas.

CAPITULO I

1.1 Definición de Ménsulas

1.2 Usos que se les pueden dar

1.1 Definición de Ménsulas

Las ménsulas son elementos estructurales, en las cuales la relación entre el claro de corte y el peralte "a/d", sea menor que la unidad. En esta relación "a/d"; "a" es la distancia que existe entre la carga que se aplica a la ménsula y el rostro de la columna; "d" es el peralte interno de la ménsula.

Para comprender en forma clara, lo expuesto anteriormente, se indicará en la siguiente figura 1.1.1

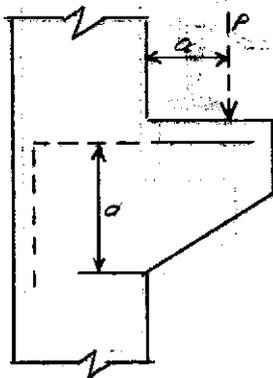


Figura 1.1.1

Las ménsulas son elementos estructurales, fabricados en estructura de concreto y estructuras de acero. Se pueden colocar de acuerdo a la función que se le va a dar; esta colocación puede ser en la parte superior de la columna o en la parte intermedia de la misma.

1.2 Usos que se les pueden dar a las Ménsulas

Las ménsulas son elementos a los cuales se les puede dar varios usos. Mencionándose algunos de ellos, tenemos que puede utilizarse para soportar carriles de grúas viajeras, vigas prefabricadas de concreto, armaduras de acero y otras similares.

A continuación se representan algunos de estos usos en las figuras 1.2.1, 1.2.2 y 1.2.3.

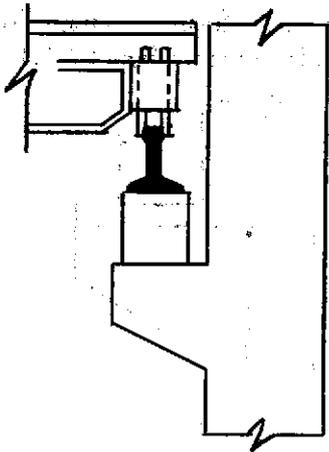


Fig. 1.2.1

Ménsulas soportando carriles de grúas viajeras.

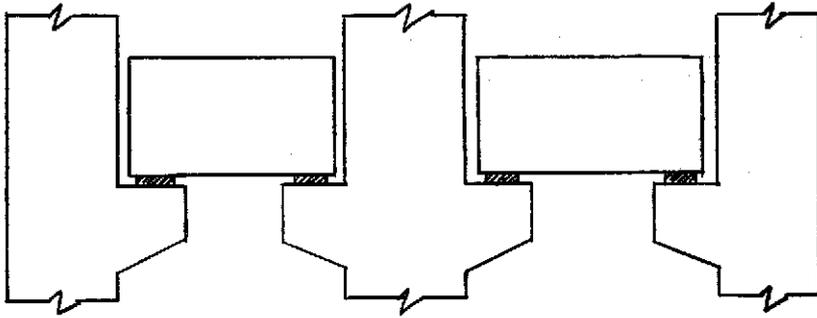


Fig. 1.2.2
Ménsulas soportando vigas
prefabricadas.

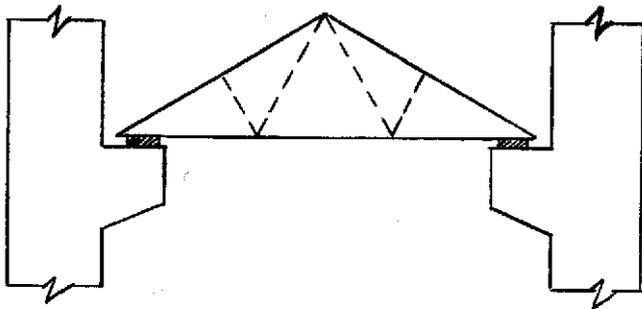


Fig. 1.2.3
Ménsulas soportando armadura
de acero.

CAPITULO II

Comportamiento de las Ménsulas.

- 2.1 Fallas
- 2.2 Formas de evitar las fallas
- 2.3 Resistencia de las Ménsulas

El comportamiento de las ménsulas ha sido estudiado por ciertas instituciones, mencionándose entre ellas: a la ACI 318-71, que ha estudiado el comportamiento de las ménsulas a través de más o menos doscientos ensayos, el Instituto Mexicano del Cemento y el Concreto y también instituciones de países europeos como España, Francia, Alemania, etc.

2.1 Fallas de las Ménsulas

Las fallas que se observan con más frecuencia son:

- 2.1.1 Fallas por flexión
- 2.1.2 Fallas por tensión diagonal
- 2.1.3 Fallas por cortante directo

2.1.1 Fallas por Flexión

Esta falla se semeja al que se observa en vigas largas. Consiste en el aplastamiento por compresión del concreto, que sucede antes o después de que fluya el acero de tensión.

Este tipo de falla se puede observar en las figuras 2.1.1.1 y 2.1.1.2 que se muestran a continuación:

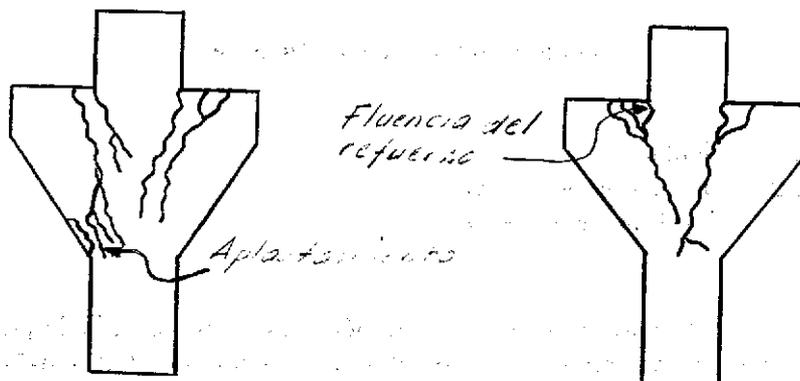


Fig. 2.1.1.1
COMPRESION

Fig. 2.1.1.2
TENSION

2.1.2 Falla por Tensión Diagonal

En este caso se forma inicialmente una grieta de flexión a partir de la cual se desarrolla una grieta inclinada que se extiende desde el borde de la placa de carga, en la cara superior de la ménsula, hasta la intersección de la cara inclinada de la ménsula con la columna.

La falla ocurre en la zona de concreto sujeta a esfuerzo de compresión como el caso del resultante de vigas largas que se apoyan en ménsulas.

Este tipo de falla se puede observar en las figuras 2.1.2.1 y 2.1.2.2 que se muestran a continuación.

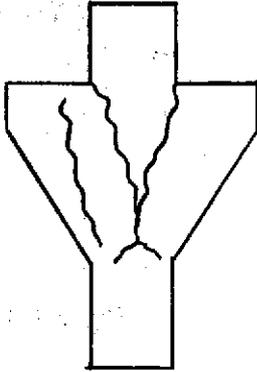


Fig. 2.1.2.1

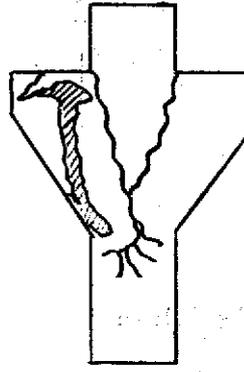


Fig. 2.1.2.2

Fallas por Tensión Diagonal

2.1.3 Falla por Cortante Directo

Esta falla se caracteriza por el apareamiento y desarrollo de pequeñas grietas inclinadas en el plano que forma la intersección de la columna y la ménsula. Estas grietas lo que hacen es debilitar este plano y producen una falla por corte directo.

Este tipo de falla se puede observar en las figuras 2.1.3.1 y 2.1.3.2 que se muestran a continuación.

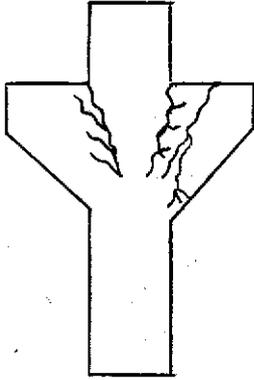


Fig. 2.1.3.1

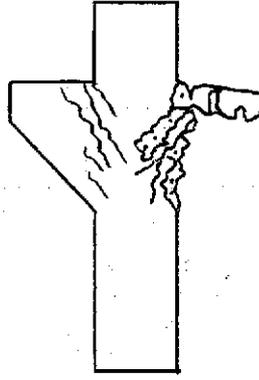


Fig. 2.1.3.2

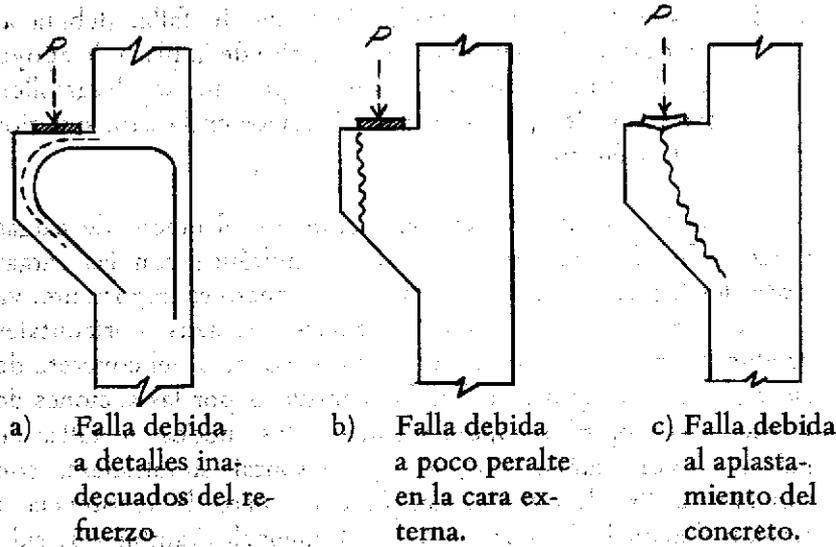
Fallas por corte directo

Además de las formas de falla que se describieron anteriormente, se han observado otras que se presentan por detalles no apropiados en la geometría de la ménsula o en la colocación del refuerzo.

Estas fallas pueden ser las siguientes:

- a) Falla que se desarrolla cuando las varillas de tensión, por efecto del dobléz, quedan demasiado lejos del borde de la ménsula; en este caso se forma una grieta que sigue el contorno de la varilla.
- b) Falla que sucede cuando el peralte en el extremo de la ménsula es mucho menor que el peralte en el rostro de la columna; la grieta inclinada no alcanza a desarrollarse hasta la cara inclinada de la ménsula.
- c) Falla que sucede cuando la placa de apoyo es demasiado pequeña y se desarrollan, por consiguiente, en el concreto esfuerzos de aplastamiento muy altos.

Estos tipos de fallas se pueden observar en las figuras a), b) y c), que se muestran a continuación:



La resistencia de las ménsulas cuando se desarrolla alguna de estas formas de falla, es menor que la correspondiente a las formas principales de falla mencionadas anteriormente.

Por lo que es necesario evitarlas mediante detalles adecuados en la geometría y en la colocación del refuerzo.

2.2 Formas de evitar las fallas

2.2.1 Para evitar que se realice la forma de falla, por detalles inadecuados del refuerzo, es necesario detallar el refuerzo de flexión.

Este refuerzo se corta cerca del extremo de la ménsula y se solda a este refuerzo una barra transversal cuyo objeto es ayudar al anclaje del refuerzo de flexión.

- 2.2.2 Para evitar que se realice la forma de falla, debida a poco peralte en la cara externa, el peralte de la ménsula en su extremo debe ser por lo menos la mitad del peralte en el rostro de la columna.
- 2.2.3 Para evitar que se realice la forma de falla, debida al aplastamiento del concreto, el ancho de la placa de apoyo se determina de tal manera que no se desarrollen esfuerzos de aplastamientos excesivos en la cara superior de la ménsula.

Se ha estudiado experimentalmente el efecto de cargas horizontales que actúan de manera simultánea con las cargas verticales aplicadas a las ménsulas. Este aspecto es importante, ya que en la práctica suelen presentarse fuerzas horizontales producidas por la contracción y el flujo plástico del concreto de las vigas que se apoyan sobre la ménsula o por las acciones de viento o sismo. El comportamiento y los modos de fallas de ménsulas con cargas vertical y horizontal simultáneas, son similares a los descritos anteriormente, pero la resistencia a tensión diagonal y a corte directo de ménsulas también ha sido objeto de estudios experimentales. Se ha observado que los estribos verticales, como los usados en vigas largas, no aumentan prácticamente la resistencia, ya que las grietas forman un ángulo cercano a 90° con la horizontal y por lo tanto, pueden desarrollarse sin que sean cortadas por los estribos. Los estribos horizontales si son eficientes, pero sólo en ménsulas con carga vertical. Cuando actúa carga horizontal simultáneamente con carga vertical los estribos horizontales tampoco son eficientes.

2.3 Resistencia de Ménsulas

Las expresiones que han sido empleadas para llegar a calcular la resistencia de ménsulas son de naturaleza puramente empírica. Se han podido obtener a partir de una serie de análisis estadísticos de los resultados de ensayos. En estos ensayos se ha observado que la resistencia de ménsulas está en función del ancho "b", del peralte efectivo "d", de la relación de refuerzo,

“ ρ_r ”, de la resistencia del concreto, “ f_c ”, y de la relación entre el claro de corte, “ a ”, y el peralte, “ d ”.

Kriz y Rathz que se han dedicado al estudio de las ménsulas, han propuesto las siguientes ecuaciones:

- a) Para las ménsulas que están sujetas a carga vertical únicamente

$$V_r = 1.7bd\sqrt{f_c} (1-0.5d/a) (1000 \rho_r)^{1/3}$$

en donde:

- V_r = capacidad última a corte de la ménsula, kg;
 b = ancho de la ménsula;
 d = distancia de la fibra en compresión hasta el centroide del refuerzo en tensión de la ménsula, cm;
 f_c = resistencia del concreto afectada por el coeficiente de variación, kg/cm²;
 a = distancia del punto de aplicación de la carga al rostro de la columna, cm;
 ρ_r = porcentaje del refuerzo de la sección de la ménsula al rostro de la columna.

Este porcentaje “ ρ_r ” esta dado de la siguiente manera:

$$\rho_r = \frac{A_s + A_h}{b.d}$$

en donde:

- A_s = área del refuerzo por flexión.
 A_h = área de los estribos horizontales.

- b) Para las ménsulas que están sujetas a carga vertical y horizontal.

$$V_r = 1.7 bd \sqrt{f_c} (1 - 0.5d/a) \frac{(1000)^{1/3 + 0.4 H/v}}{10^{0.8 H/v}}$$

En esta ecuación "g" está dado de la siguiente manera:

$$g = \frac{A_s}{bd}$$

debido a que los estribos horizontales no son eficientes, según se indicó anteriormente, "H" y "V" son las fuerzas horizontal y vertical que actúan sobre la ménsula.

El Código "ACI 318-71" nos proporciona ecuaciones similares a las que fueron obtenidas por Kris y Raths, pero siendo más sencillas de aplicar para fines de diseño.

Estas ecuaciones son:

- a) El esfuerzo de corte no debe exceder de;

$$V_u = \left[65 - 5.1 \sqrt{N_u/V_u} \right] \left[1 - 0.5a/d \right] \times \left[1 + \left[64 + 160 \sqrt{N_u/V_u} \right]^{1/3} g \right] 0.26 f_c$$

donde "g" no debe exceder de $0.13 f_c / f_y$ y N_u / V_u no debe considerarse menor que 0.20. La fuerza de tensión N_u debe considerarse como carga viva aún cuando resulte del flujo plástico, contracción o cambios de temperatura.

- b) Cuando se toman medidas para evitar la tensión debida a la contracción y flujo plástico del concreto de tal forma que el miembro esté sujeto solamente a momento y cortante, \bar{v}_u no debe exceder de:

$$V_u = 1.7(1 - 0.5 \frac{a}{d}) (1 + 64 \rho_v) \sqrt{f_c}$$

donde:

$$\rho_v = \frac{A_s + A_H}{b.d}$$

Pero no mayor que $0.20 f_c / f_y$ y A_H no debe exceder de A_s .

CAPITULO III

CRITERIOS DE DISEÑO

4.1 DIMENSIONAMIENTO DE MENSULAS

Kris y Raths han propuesto recomendaciones específicas basadas en ecuaciones empíricas y modos de falla observados en ensayos.

Por otra parte el Código ACI 318-71 propone dos métodos para el diseño:

- a) Cuando se considera el corte como una medida de la tensión diagonal (a este se le denominará Método de Código).
- b) Cuando es inadecuado utilizar el corte como una medida de la tensión diagonal (Método de Corte por Fricción).

METODO DEL CODIGO

La carga que actúa sobre la ménsula es la reacción de una viga, apoyo, etc.

Supone que los detalles de los apoyos son de características tales que no se transmiten cargas longitudinales a la ménsula. Por lo que la única acción sobre la ménsula es una carga vertical de magnitud igual a la reacción del elemento soportado. Los factores de carga son 1.4 para carga muerta y 1.7 para carga viva. En el diseño de la ménsula se usan estos mismos factores, pero incrementados en un 33o/o, esto se hace para dar a la ménsula mayor seguridad que la dada a otros elementos ya que es conveniente que la resistencia de elementos de unión, tales como ménsulas o conexiones de otro tipo, sea mayor que la resistencia de los elementos estructurales. Sin embargo se deja a criterio del proyectista.

Los detalles geométricos de las ménsulas se determinan a partir de recomendaciones empíricas. Así el claro de corte "a", se calcula como la mitad de la longitud resistente más dos veces la abertura de tolerancia, entre la superficie de soporte y el final del miembro de soporte.

Esta recomendación toma en cuenta que la separación real entre el extremo de la viga y el rostro de la columna puede diferir de la separación teórica, ya sea por aspectos constructivos o por deformaciones del elemento. También se recomienda que la separación mínima entre viga y columna sea del orden de 2 a 3 centímetros, para no dificultar el montaje del elemento.

El ancho de la placa de apoyo se determina de tal manera que no se desarrollen esfuerzos de aplastamiento excesivos en la cara superior de la ménsula.

Se recomienda limitar los esfuerzos de aplastamiento a un valor de $0.5 f'_c$.

Determinado el claro de corte "a", se procede a fijar el peralte efectivo "d", de la ménsula en el rostro de la columna. Según la experiencia se ha observado que se obtienen diseños satisfactorios si la relación claro de corte a peralte "a/d", está comprendida entre los valores de 0.15 y 0.40.

Determinada la relación "a/d" entre los límites fijados anteriormente se procede a obtener el valor de "d" (peralte efectivo). Este valor debe modificarse si el porcentaje de refuerzo correspondiente resulta excesivo o muy pequeño, al compararlo con el máximo y mínimo del Código ACI 318-71. A partir del valor del peralte, se calcula el esfuerzo cortante nominal " V_u ".

Conocido el esfuerzo cortante nominal " V_u ", se calcula el porcentaje de refuerzo " ρ ".

Para calcular este porcentaje de refuerzo " ρ ", hay que considerar los tipos de carga que actúan en la ménsula:

- Ménsula sujeta a carga vertical y horizontal
- Ménsula sujeta a solo carga vertical.

El Código ACI 318-71 recomienda en la sección 11.14.2, cuando tenemos el caso "a" utilizar la ecuación siguiente:

$$V_u = \left[6.5 + 5.1 \sqrt{\frac{N_u}{V_u}} \right] \left[1 - 0.5 \frac{a}{d} \right] \times \left\{ 1 + \left[64 + 160 \sqrt{\left(\frac{N_u}{V_u} \right)^3} \rho \right]^{0.26} \sqrt{f'_c} \right.$$

De la cual podemos despejar " ρ ".

Este " ρ " hay que compararlo con el " ρ_{min} " y " ρ_{max} " dados por el Código.

Donde $\rho_{min} = 0.04 \frac{f'_c}{f_y}$, $\rho_{max} = 0.13 \frac{f'_c}{f_y}$, y $\frac{N_u}{V_u}$ no debe

considerarse menor a 0.20, " N_u " debe considerarse como carga viva aún cuando resulte del flujo plástico, contracción a cambios de temperatura.

Si tenemos el caso "b" el Código recomienda en la sección 11.14.3 utilizar la ecuación siguiente:

$$V_u = 1.7 \left(1 - 0.5 \frac{a}{d} \right) (1 + 64 \rho) \sqrt{f'_c}$$

De la cual podemos despejar " ρ ".

Este " ρ " hay que compararlo con el " ρ_{min} " y " ρ_{max} " dados por el Código.

Donde $\rho_{min} = 0.04 \frac{f'_c}{f_y}$ y $\rho_{max} = 0.20 \frac{f'_c}{f_y}$.

con el valor de " ϕ " obtenido se calcula el área de acero del refuerzo principal " A_s ".

Se recomienda que el área de los estribos " A_h " sea la mitad del área del refuerzo principal ($A_h = 0.5 A_s$).

Estos estribos tienen que ser distribuidos en los dos tercios del peralte efectivo " d ", de la ménsula.

A continuación se procede a calcular el refuerzo vertical.

Usualmente son usadas dos barras verticales unidas a través de la barra de anclaje. Estas son regularmente barras No.4, pero la práctica normal indica que su área de corte no será menor que 0.002 veces el área de la sección de corte de la proyección horizontal de la ménsula o dos barras No.4 el cual es mayor.

Se recomienda verificar los requisitos de anclaje, tanto para el refuerzo principal como también el refuerzo vertical.

Para el refuerzo vertical su longitud de desarrollo es cuatro pulgadas (4") ó 10.16 cm. en la parte inferior de la ménsula.

Para el refuerzo principal de la sección 12.5 "a" del Código ACI 318-71 recomienda utilizar la siguiente fórmula:

$$l_d = \frac{0.06 A_b f_y}{\sqrt{f'_c}}$$

Donde A_b es el área de una sola varilla

METODO DE CORTE POR FRICCION

Los esfuerzos que producen las llamadas fallas por corte en vigas de concreto reforzado no son realmente esfuerzos cortantes, sino esfuerzos principales de tensión debidos a la combinación de esfuerzos normales de flexión y esfuerzos

cortantes. Sin embargo en el caso de ménsulas con relación claro de corte a peralte efectivo "a/d" menor que uno, los esfuerzos de corte puro pueden ser el factor crítico en el diseño. Debido a que la resistencia del concreto a esfuerzos de corte directo es muy elevada, pueden existir algunas secciones a través de las cuales sea necesario transferir fuerza cortante y cuya capacidad para hacerlo sea pequeña o nula, debido a la presencia de grietas previas o porque la unión no sea monolítica.

En tales casos, la única manera de desarrollar la fuerza cortante es a través de la fricción que se presenta cuando uno de los dos elementos tiende a deslizarse respecto al otro.

La manera en que puede desarrollarse fuerza de corte a través de fricción entre dos elementos, se puede observar en la figura 4.1.2.1.

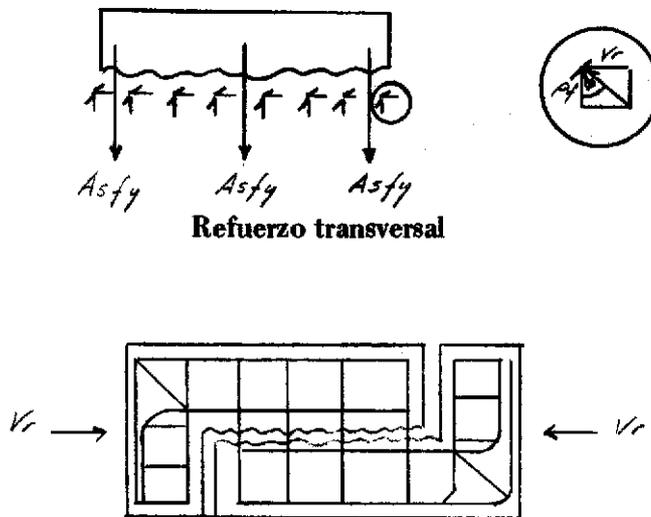


Figura 4.1.2.1
Cortante por Fricción

en la que se muestra el elemento de ensayo usado generalmente para investigar la resistencia al deslizamiento entre dos elementos

de concreto como se indica en esta figura, la superficie de contacto entre los dos elementos es irregular. Al deslizar un elemento respecto al otro, ocurre un desplazamiento relativo entre ambos en dirección perpendicular a la superficie de contacto; este desplazamiento produce fuerzas de tensión en el refuerzo transversal, lo cual origina como reacción fuerzas de compresión sobre la superficie de contacto, como se muestra en la figura 4.1.2.1 descrita anteriormente.

Por la acción de estas fuerzas de compresión se generan fuerzas de fricción, que pueden estimarse por medio de la ecuación.

$$V_r = \mu N$$

en la cual V_r es la fuerza de fricción " μ " es el coeficiente de fricción y " N " es la fuerza normal.

Si se considera que el refuerzo transversal fluye, $N = A_s f_y$, por consiguiente, sustituyendo este valor de " N " y dividiendo ambos miembros de la ecuación; $V_r = \mu N$ entre el área de la superficie de contacto, se obtiene la siguiente ecuación:

$$V_r = \mu \cdot S \cdot f_y$$

El valor del coeficiente de fricción " μ ", ha sido determinado experimentalmente por varios investigadores. En la tabla que se muestra a continuación:

TABLA DE COEFICIENTE DE FRICCION

DESCRIPCION	μ
Concreto fundido monolíticamente	1.4
Concreto fundido en contacto con concreto endurecido.	1.0
Concreto fundido en el lugar en contacto contra acero estructural laminado	0.70

Se dan algunos valores típicos recomendados en la revista Journal Of The Structural Division, ASCE, Junio 1968.

Los valores de esta tabla son válidos siempre que el valor de $\xi \cdot f_y$ no exceda de $0.2 f_c$ ó 55 Kg/cm^2 .

Para poder aplicar el concepto de corte por fricción al diseño de ménsulas consideraremos el caso de la figura 4.1.2.2.

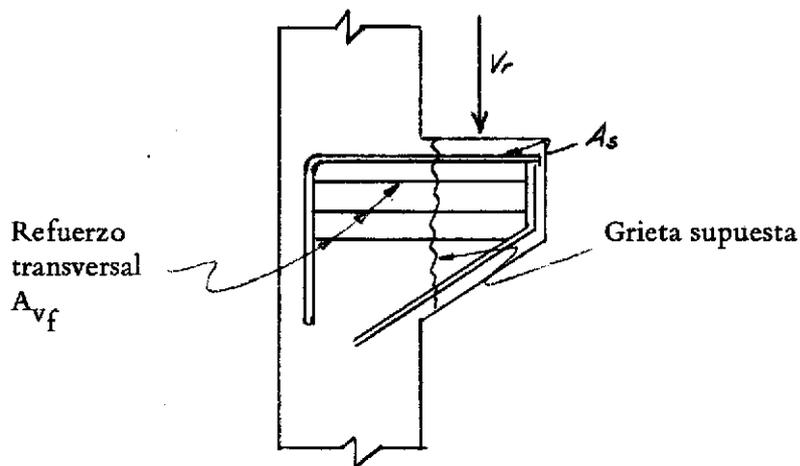


Figura 4.1.2.2

Cortante por fricción aplicado a una ménsula.

El refuerzo perpendicular a la columna es equivalente al refuerzo transversal de la figura 4.1.2.1 por consiguiente la relación requerida de este refuerzo puede obtenerse de la ecuación:

$$v_r = \rho_s \cdot f_y$$

$$\therefore \rho_s = \frac{v_r}{f_y}$$

en donde " v_r ", es el esfuerzo cortante promedio en la superficie de contacto o en otras palabras es la fuerza aplicada " V_r ", dividida entre el área de la superficie de contacto, la cual es igual al peralte total de la ménsula multiplicado por su ancho:

$$v_r = \frac{V_r}{b \cdot d}$$

una vez que se ha calculado la relación, " ρ_s ", el área requerida de acero transversal, A_{vf} , se obtiene multiplicando la relación por la superficie de contacto:

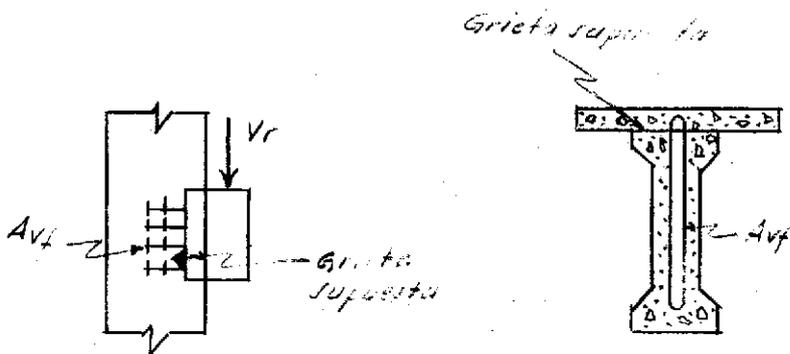
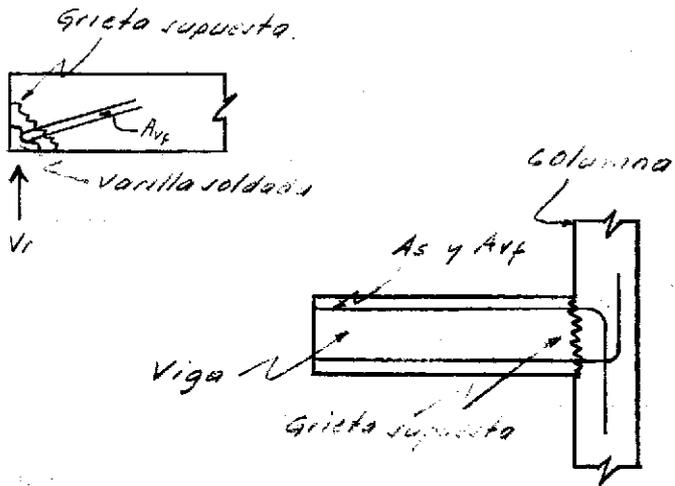
$$A_{vf} = \rho_s \cdot b \cdot d$$

El refuerzo transversal obtenido de la manera descrita anteriormente debe adicionarse al acero requerido por otras acciones, como flexión o tensión directa y distribuirse a lo largo de la grieta supuesta. Los otros detalles de dimensionamiento y colocación del refuerzo de la ménsula, pueden hacerse como se describió en la sección anterior.

A continuación se presentan varios casos en los cuales puede utilizarse el concepto de corte por fricción. Para aplicar este concepto, deben investigarse las posiciones posibles de la grieta y escoger la más desfavorable. También se han señalado posiciones razonables de la grieta inicial. En todos los casos, el refuerzo determinado con la ecuación:

$$A_{vf} = \xi \cdot bd$$

debe colocarse perpendicularmente a la grieta supuesta.



Algunas aplicaciones del concepto de corte por fricción

Al diseñar la ménsula, por el método "corte por fricción", debe tomarse en consideración el tipo de carga que actuará en la ménsula. Esta consideración es importante ya que la ménsula puede estar sujeta:

- a) Ménsula con carga horizontal y vertical
- b) Ménsula con solo carga vertical.

Si es el caso "a" el procedimiento es el siguiente:

1. Determinar fuerza de corte "Vu" y tensión directa Nu.

$$V_u = 1.4 (\text{carga muerta}) + 1.7 (\text{Carga viva})$$

$$N_u = 1.7 (\text{carga horizontal}).$$

2. Esfuerzo que va a resistir

De la sección 10.14.1 y ϕ de la sección 9.2.1.2 del Código ACI 318-71.

$$\text{El esfuerzo resistente} = 0.85 \phi f'_c \phi = 0.70$$

3. Area de la plancha

$$\text{Area plancha} = \frac{V_u}{\text{Esfuerzo resistente permisible}}$$

4. Longitud de la plancha

$$\text{Long. de plancha} = \frac{\text{Area plancha}}{\text{Ancho de ménsula}}$$

5. Determinar As incluyendo Nu y Vu

"As" área principal

$$A_s = \frac{N_u}{f_y} + \frac{V_u \cdot a}{f_y J d}$$

“Jd” es el par interno, formado por el esfuerzo de tensión del acero y el esfuerzo de compresión del concreto.

“J” es una constante que generalmente por esfuerzo de trabajo, su valor es menor a la unidad (recomendable J=0.9).

“d” Peralte.

6. Refuerzo para esfuerzo de corte por fricción

Utilizando la ecuación 11-30 de la sección 11.15.4 del Código ACI 318-71.

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu}$$

μ deberá ser escogido de acuerdo a la tabla de coeficiente de fricción expuesta anteriormente.

7. Cálculo del peralte de la ménsula.

Según especificación del Código ACI 318-71 Sección 11.14.2 “ ρ ” no debe exceder de $0.13 f_c / f_y$

$$\rho = \frac{0.13 f_c}{f_y}$$

sabemos que, $A_s = \rho \cdot b \cdot d$

$$d = \frac{A_s}{\rho \cdot b}$$

8. Chequear el esfuerzo nominal de corte.

Utilizando la ecuación 11.3 de la sección 11.2 del Código ACI 318-71.

$$\bar{v}_u = \frac{V_u}{\phi b \cdot d}$$

El máximo esfuerzo de corte permisible es, $\bar{v}_u = 0.2 f'_c$ ó 55 kg./cm^2 según sección 11.15.3 del Código ACI 318-71.

$$\bar{v}_u = 0.2 f'_c$$

pero:

$$\bar{v}_u = \frac{V_u}{\phi b d} < \bar{v}_u = 0.2 f'_c \text{ ó } 55 \text{ kg./cm}^2$$

Ahora bien si el caso es el "b" varía respecto al "a" únicamente en que no hay que calcular la tensión directa "Nu", también el cálculo de "As" varía debido a que no se calcula "Nu"; la fórmula queda en la siguiente forma:

$$A_s = \frac{V_u \cdot a}{\phi f_y J d}$$

los demás cálculos son iguales al "a".

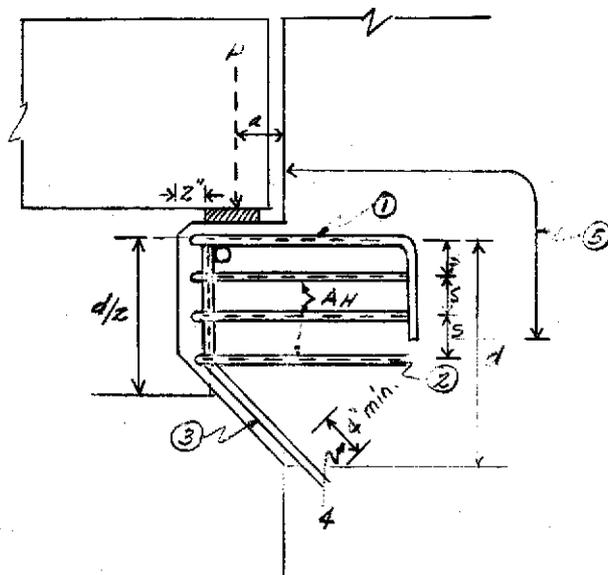
Para comprender en forma clara lo expuesto en este capítulo, se desarrollarán ejemplos en el Capítulo VI, que es el capítulo que tratará concretamente del desarrollo de EJEMPLOS.

CAPITULO IV

REFUERZOS Y ANCLAJES

- 5.1 Refuerzo principal (Tensión)
- 5.2 Refuerzo de corte
- 5.3 Anclajes

La siguiente figura proporciona una valiosa ayuda ya que permite visualizar claramente los refuerzos y los anclajes que se especifican para este tipo de estructuras.

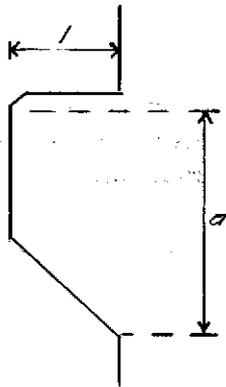


- 1) Refuerzo principal
- 2) Refuerzo por corte
- 3) Refuerzo vertical
- 4) Anclaje refuerzo vertical
- 5) Anclaje del refuerzo principal

5.1 REFUERZO PRINCIPAL (Tensión)

Las ménsulas son elementos y puede considerarse que trabajan como un voladizo.

Sin embargo, su principal característica es que son elementos que trabajan casi solo a esfuerzo cortante, ya que la relación entre su largo y su peralte externo es muy pequeña.



l/d es muy pequeña

Además aparece un momento flexionante, debido a la carga y el brazo que existe entre dicha carga y el rostro de la columna.

Este momento lo podemos obtener de la forma siguiente:

$$M = P \times a$$

M = Momento flexionante
 P = carga
 a = distancia entre la carga y el paño de la columna.

Obtenido este momento podemos calcular el área por flexión de la siguiente forma:

$$A_s = \frac{M}{\phi f_y \times Jd}$$

A_s	=	Area de acero principal
M	=	Momento flexionante
f_y	=	Esfuerzo del acero
ϕ	=	0.9
J_d	=	Brazo del par interno

Por lo expuesto anteriormente, es conveniente detallar este refuerzo, pero casi nunca es crítico, ya que por lo general queda cubierto con el que se obtiene para el esfuerzo de corte.

A este tipo de refuerzo (el obtenido por el esfuerzo de corte o el momento flexionante), usualmente se le llama Refuerzo Principal.

El refuerzo se corta cerca del extremo de la ménsula y se solda a este refuerzo una barra transversal cuyo objeto es ayudar al anclaje de este refuerzo. Esta ayuda es aconsejable debido a que, en general la longitud de las ménsulas es menor que la longitud de desarrollo de las barras longitudinales. El diámetro de la barra transversal debe ser por lo menos igual al de las barras longitudinales.

Para el recubrimiento de concreto se siguen las especificaciones dadas por el Código "ACI 318-71"

5.2 REFUERZO DE CORTE

Cuando se usan ménsulas de concreto, la totalidad de la fuerza cortante debe transmitirse por la sección de la ménsula al rostro de la columna.

Como un complemento al refuerzo principal A_s , hay pruebas que muestran que el refuerzo de corte en la sección o zona potencial de ruptura es un requerimiento para las ménsulas.

Para el refuerzo de corte, el Código "ACI 318-71" recomienda lo siguiente: que el armado "estribos o anillos", tome la forma de armadura cerrada o amarres paralelos a la armadura

principal, y que tenga un área total "Ah" no menor que 0.5 As. Deberán distribuirse dentro de las dos terceras partes del peralte efectivo "d" adyacente al refuerzo principal.

5.3 ANCLAJES

El anclaje es otro de los aspectos que hay que tomar en consideración en cualquier armado de una estructura de concreto.

Refiriéndonos a las ménsulas se puede decir lo siguiente:

En el inciso 5.1 "Refuerzo Principal", se habla de una barra transversal cuyo objeto es ayudar al anclaje de este refuerzo.

En algunas ocasiones puede lograrse un anclaje adecuado, sin necesidad de recurrir a soldadura como se explicó en el inciso "5.1" sin embargo, el anclaje puede mejorarse aumentando la distancia entre la placa de carga y el extremo de las varillas.

En el inciso 5.2 "Refuerzo de Corte", para hacer adecuadamente los anclajes sobre ambos lados de la zona potencial de ruptura, se puede observar en la figura mostrada al principio de este capítulo, que se indica el refuerzo vertical, usualmente un par de barras No.4, corriendo verticalmente de la barra cruzada entre el refuerzo principal a través de estribos o amarres y proyectando 4" pulgadas dentro del soporte en la parte más baja de la ménsula. Especificaciones no precisas para el cálculo de estas barras son dadas en el Código "ACI 318-71", pero la práctica normal indicará que su área de corte no será menor que 0.002 veces la proyección del grueso de la ménsula o dos barras No.4, cuya área resulta siempre mayor.

CAPITULO V

DESARROLLO DE EJEMPLOS

En este Capítulo, se desarrollan tres ejemplos para aclarar todos los conceptos expuestos en los capítulos anteriores.

Se han tomado en cuenta, todas las especificaciones dadas por el Código ACI 318-71. Además se consideran los dos métodos de diseño para la resolución:

Estos ejemplos son:

- a) Considerando carga vertical y horizontal, desarrollado por el método que he llamado "Método del Código".
- b) Considerando carga vertical y horizontal, desarrollado por el método "Corte por Fricción".
- c) Considerando solo carga vertical, desarrollado por el "Método del Código".

El ejemplo "c" es el que he tomado para efectuar los ensayos de las fallas que aparecen detalladas en el Capítulo VII "ENSAYOS".

Ejemplo "a"

Considerando carga vertical y horizontal, desarrollado por el "Método del Código".

Calcular una ménsula soportada por una columna de 40 x 40 cms., los esfuerzos del concreto y el acero son: $f_c = 352 \text{ kg/cm}^2$ (5000 Psi) y $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$ (60,000 Psi) respectivamente. Las cargas son las siguientes; carga viva = 19051 kg, carga muerta = 13608 kg.

Debido al Creep y a la contracción crear una fuerza horizontal de 20412 kg, en la unión de soporte. Calcular la ménsula con las dimensiones nominales mínimas para soportar las cargas señaladas anteriormente.

Solución:

a) Cálculo de la plancha o placa de soporte

El ancho del área resistente es 40 cm.

El largo debe calcularse para satisfacer los requisitos dados en el Código ACI 318-71 en la sección 10.14 en lo que se refiere a esfuerzos de aplastamiento permisible.

$$V_u = 1.4 (13,608) + 1.7 (19,051)$$

$$V_u = 51,438 \text{ kg.}$$

NOTA:

En el diseño de ménsulas existe el criterio de utilizar los mismos factores de seguridad para carga viva y muerta que se utilizan en el diseño de carga última, pero incrementados en un 33o/o para dar mayor seguridad. Sin embargo queda a criterio del diseñador. En el presente ejemplo no se hizo el incremento.

$$N_u = 1.7 (20,412) \text{ (Nota: se usa el mismo factor 1.7 de carga viva)}$$

$$N_u = 34,700 \text{ kg.}$$

$$N_u/V_u = 34,700/51,438$$

$$N_u/V_u = 0.67 \text{ Este valor se utilizará cuando se calcule " } \zeta \text{ "}$$

De la sección 10.14.1 y ϕ de la sección 9.2.1.2 del Código ACI 318-71.

$$\text{Esfuerzo resistente permisible} = 0.85 \phi P_c$$

$$\text{Esfuerzo resistente permisible} = 0.85 \times 0.70 \times 352$$

$$\text{Esfuerzo resistente permisible} = 209 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Area resistente requerida (área de la plancha)} = 51438/209$$

$$\text{Area resistente requerida (área de la plancha)} = 246 \text{ cm}^2$$

$$\text{Longitud resistente (longitud de la plancha)} = 246/40$$

$$\text{Longitud resistente (longitud de la plancha)} = 6.15 \text{ cm.}$$

Se tomarán 6 cms, para la longitud de la plancha.

NOTA: El valor 40 es el ancho de la ménsula que es el mismo de la columna.

b) Cálculo del claro de corte (claro cortante) "a"

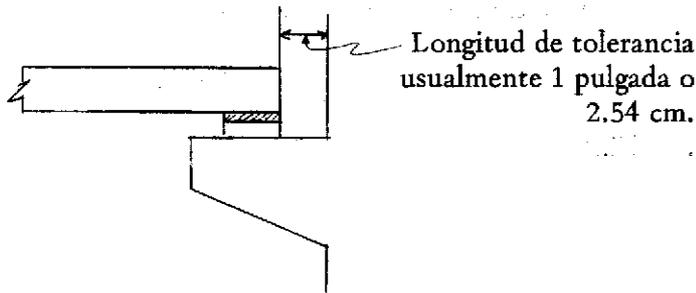
Cálculo de "a" distancia que existe entre el punto de aplicación de la carga y el rostro de la columna.

Se recomienda que "a" sea igual a la mitad de la longitud resistente de la plancha de soporte más dos veces la abertura de tolerancia entre la superficie de soporte y el final del miembro de soporte.

$$a = 6/2 + 2 \times 2.54$$

$$a = 8.08 \text{ cm}$$

Se tomara a = 8 cm.



c) Estimar a/d en la primera prueba.

La experiencia ha demostrado que se obtienen diseños satisfactorios si la relación "a/d" esta comprendida entre 0.15 y 0.40.

$$a/d = 0.2 \text{ y } a = 8 \text{ cm}$$

$$8/d = 0.2 \text{ y } d = 40 \text{ cm}$$

Empleando la ecuación 11-25 de la sección 11.10.3 del Código ACI 318-71, para calcular el esfuerzo de corte nominal para una sección en dos direcciones.

$$v_u = V_u / \phi \cdot b \cdot d$$

$$v_u = 51438 / 0.85 \times 40 \times 40$$

$$v_u = 38 \text{ kg./cm}^2$$

Para el cálculo del porcentaje de esfuerzo " ρ " se empleará la ecuación 11.28 de la sección 11.14.2 del Código ACI 318-71

$$v_u = \left[6.5 - 5.1 \sqrt{N_u/V_u} \right] \left[1 - 0.5 a/d \right] \times \left\{ 1 + \left[64 + 160 \sqrt{(N_u/V_u)^3} \right] \right\} 0.26 \sqrt{f_c}$$

$$v_u = \left[6.5 - 5.1 \sqrt{0.67} \right] \left[1 - 0.5 \times 0.2 \right] \times \left\{ 1 + \left[64 + 160 \sqrt{(0.67)^3} \right] \right\} 0.26 \sqrt{352}$$

$$v_u = 10.25 + 1558\rho$$

Pero sabemos que $v_u = 38 \text{ kg/cm}^2$

$$\therefore \rho = 38 - 10.25 / 1558$$

$$\rho = 0.0178$$

Este " ρ " se compara con $\rho_{\min} = 0.04 f'_c / f_y$ dado en la sección 11.14.4 y $\rho_{\max} = 0.13 f'_c / f_y$ de la sección 11.14.2 del Código ACI 318-71

$$\rho_{\max} = 0.13 \times 352 / 4200 = 0.0109$$

$$\rho_{\min} = 0.04 \times 352 / 4200 = 0.0034$$

$$0.0034 < 0.0178 > 0.0109$$

Se puede observar que el " ρ " encontrado en nuestro Problema, excede al máximo dado por el Código ACI 318-71 por lo que "a/d" deberá modificarse.

Para la segunda prueba:

$$a/d = 0.15 \text{ y } a = 8 \text{ cm}$$

$$8/d = 0.15 \therefore d = 8/0.15$$

$$d = 53 \text{ cm.}$$

Cálculo del refuerzo de corte nominal.

$$v_u = V_u / \phi b d$$

$$v_u = 51438 / 0.85 \times 40 \times 53$$

$$v_u = 29 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de porcentaje de refuerzo " ρ "

$$v_u = \left[6.5 - 5.1 \sqrt{0.67} \right] \left[1 - 0.5 \times 0.15 \right] \times \left\{ 1 + \left[64 + 160 \sqrt{(0.67)^3} \right] \right. \\ \left. \rho \right\} 0.26 \sqrt{352}$$

$$v_u = 10.44 + 1587 \rho$$

Pero sabemos que $v_u = 29 \text{ kg/cm}^2$

$$\therefore \rho = 29 - 10.44 / 1587$$

$$\rho = 0.0117$$

Este " ρ " lo volvemos a comparar con " ρ_{\max} " y " ρ_{\min} " dados por el Código ACI 318-71

$$\begin{aligned} \rho_{\max} &= 0.0109 & \therefore 0.0034 < 0.0117 > 0.0109 \\ \rho_{\min} &= 0.0034 \end{aligned}$$

Se puede observar que el " ρ " encontrado en nuestro problema, continúa siendo mayor que, ρ_{\max} dado por el Código ACI 318-71, por lo que "a/d" deberá modificarse.

Para la Tercera Prueba

$$a/d = 0.14 \text{ y } a = 8 \text{ cm.}$$

$$8/d = 0.14 \therefore d = 8/0.14$$

$$d = 57 \text{ cm}$$

Cálculo de refuerzo de corte nominal

$$v_u = V_u / \phi b d$$

$$v_u = 51438 / 0.85 \times 40 \times 57$$

$$v_u = 27 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de porcentaje de refuerzo " ρ "

$$v_u = \left[6.5 - 5.1 \sqrt{0.67} \right] \left[1 - 0.5 \times 0.14 \right] \times \left\{ 1 + \left[64 + 160 \sqrt{(0.67)^3} \right] \right. \\ \left. \rho \right\} 0.26 \sqrt{352}$$

$$v_u = 10.59 + 1610 \rho$$

Pero sabemos que $v_u = 27 \text{ kg/cm}^2$

$$\therefore \rho = 27 - 10.59 / 1610$$

$$\rho = 0.0102$$

Este " ρ " lo volvemos a comparar con " ρ_{\max} " y " ρ_{\min} " del Código ACI 318-71

$$\therefore \xi_{\max} = 0.0109$$

$$\xi_{\min} = 0.0034$$

$$\xi = 0.0102$$

$$\therefore 0.0034 < 0.0102 \leq 0.0109 \text{ OK}$$

Se puede observar que el “ ξ ” encontrado, es mayor que el “ ξ_{\min} ” y menor que el “ ξ_{\max} ” del Código ACI 318-71 por lo tanto será el que se utilice para encontrar el área de acero para el refuerzo principal.

Area de acero para el refuerzo principal requerida

$$A_s = b \cdot d$$

$$A_s = 0.0102 \times 40 \times 57$$

$$A_s = 23.25 \text{ cm}^2$$

De acuerdo al área de acero que nos dió se busca el número de varillas más adecuado.

El número de varillas a usar son:

2 varillas No. 8

2 varillas No. 9

d) Chequeo de flexión



$$\begin{aligned} M &= p \times a \\ M &= 51438 \times 0.08 \\ M &= 0.12 \text{ ton-mt} \\ b &= 40 \text{ cm} \\ d &= 57 \text{ cm} \\ t &= 57 + 5 = 62 \text{ cm} \end{aligned}$$

“t” es igual al peralte efectivo más el recubrimiento de concreto de los lados ($2.5 + 2.5 = 5$)

$$\rho_{\min} = 14/f_y = 0.0033$$

$$A_{s\min} = \rho_{\min} b \cdot d$$

$$A_{s\min} = 14/4200 \times 40 \times 57$$

$$A_{s\min} = 7.52 \text{ cm}^2$$

“ ρ ” necesario para cubrir $M = 4.12$ ton-mt. es igual a 0.0007, que es menor al $\rho_{\min} = 0.0033$ y este a su vez es menor que el “ ρ ” de corte encontrada. Por lo tanto el área de acero en flexión queda cubierta con el área de acero de corte encontrada. Por lo que regularmente no se hace chequeo por flexión.

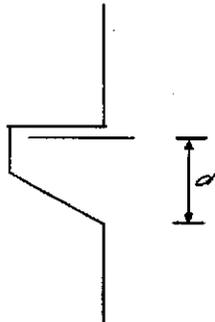
e) Cálculo de estribos

De la sección 11.14.4 del Código ACI 318-71, estos estribos tienen que ser cerrados o amarrados, teniendo un área A_h no menor que $0.5 A_s$. Esta área será uniformemente distribuida dentro de las dos terceras partes del peralte efectivo “d”

$$A_h = 0.5 A_s$$

$$A_h = 0.5 \times 23.26$$

$$A_h = 11.63 \text{ cm}^2$$



El número de varillas a usar son:

6 Varrillas No. 5

f) Refuerzo vertical

Usualmente son usadas dos barras verticales, unidas a través de la barra transversal que une también al refuerzo principal. Esas son regularmente barras No. 4 pero la practica normal indicará que su área de corte no será menor que 0.002 veces al área de la sección de corte de la proyección horizontal de la ménsula o 2 barras No. 4 el cual es mayor.

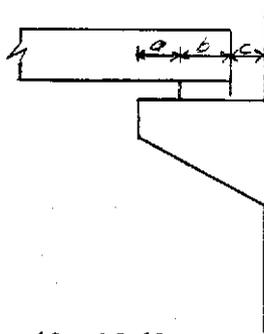
$$A_r = 0.002 \times b \text{ (ancho)} \times L$$

$$A_r = 0.002 \times 40 \times 13.62$$

El valor de 13.62 esta integrado por:

- 2.54 cm distancia del rostro de la columna a la viga
- 6.00 cm es longitud de la plancha resistente
- 5.08 cm es la distancia que se extiende la ménsula, más allá de la parte de afuera del área de soporte para prevenir la concentración de fuerzas cerca del eje.

Estas distancias aparecen indicadas en la figura siguiente:



$$a = 5.08 \text{ cm o } 2''$$

$$b = 6.00 \text{ cm}$$

$$c = 2.54 \text{ cm}$$

$$A_r = 0.002 \times 40 \times 13.62$$

$$A_r = 1.09 \text{ cm}^2 \quad \text{área de acero de la sección de corte de la proyección horizontal de la ménsula.}$$

El número de varillas a usar son:

2 varillas No. 4

g) Verificar los requisitos de anclaje para A_s

De la sección 12.5 "a" del Código ACI 318-71.

$$l_d = 0.06 A_b f_y / \sqrt{f'_c}$$

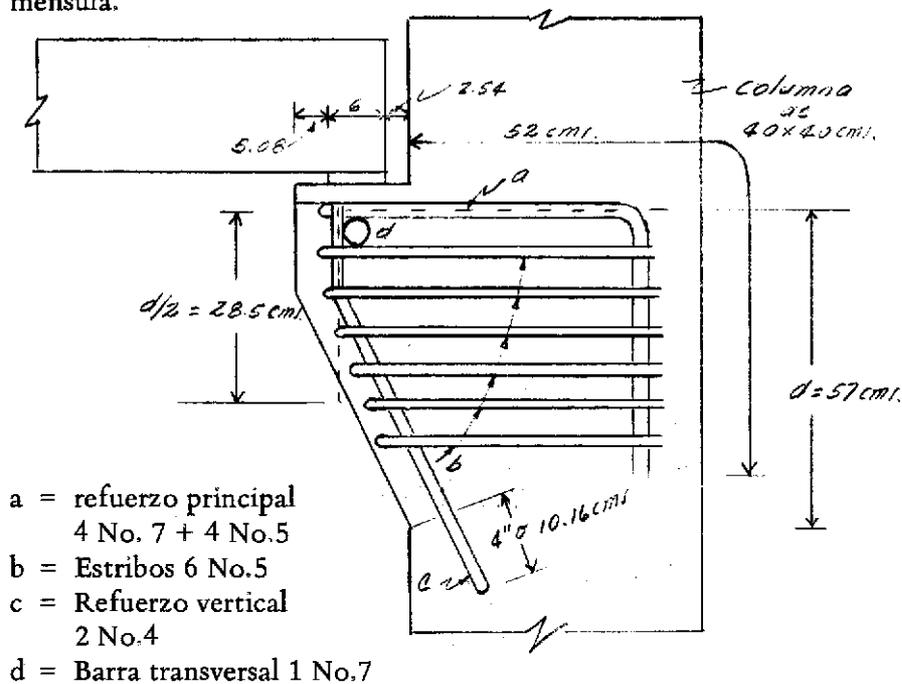
A_b = área de una sola varilla, en nuestro caso tomaré el área de una varilla No. 7.

$$l_d = 0.06 \times 3.87 \times 4200 / \sqrt{352}$$

$$l_d = 52 \text{ cm.}$$

RESUMEN:

De acuerdo a las recomendaciones, la ménsula es detallada como se mostrará. Observar que el espesor de la ménsula en la cara del área de soporte no debe ser menor que la mitad del espesor del peralte efectivo "d". Esto permite al proyectista alguna libertad en darle forma arquitectónica a la ménsula.



EJEMPLO "b"

Considerando carga vertical y horizontal, desarrollado por el método "Corte por fricción".

Diseñar la ménsula del ejemplo "a" por el método "Corte por fricción". Las cargas obtenidas son viva = 19051 kg., muerta = 13608 kg., los esfuerzos del concreto y el acero, 352 kg/cm² (5,000 Psi), y 4200 kg/cm² (60,000 Psi) respectivamente, la excentricidad de 7.62 cm.

Restringiendo el creep y la contracción proporcionar una fuerza horizontal de 20412 kg. en la unión de soporte.

Calcular la ménsula con las dimensiones nominales mínimas para soportar las cargas señaladas anteriormente.

SOLUCION:

- a) Determinar fuerza de corte V_u y tensión directa N_u

$$V_u = 1.4 (13608) + 1.7 (19051)$$

$$V_u = 51438 \text{ kg.}$$

$$N_u = 1.7 (20412)$$

$$N_u = 34700 \text{ kg}$$

- b) Esfuerzo que va a resistir

De la sección 10.14.1 y ϕ de la sección 9.2.1.2 del Código ACI 318-71

$$\text{Esfuerzo resistente permisible} = 0.85 \phi f'_c$$

$$\text{Esfuerzo resistente permisible} = 0.85 \times 0.70 \times 352$$

$$\text{Esfuerzo resistente permisible} = 209 \text{ kg/cm}^2$$

Area resistente requerida (área de la plancha) = 51438/209

Area resistente requerida (área de la plancha) = 246 cm²

Longitud resistente (Longitud de la plancha) = $246/40 = 6\text{cm}$.

e) Determinar A_s incluyendo N_u y V_u

$$A_s = N_u / \phi f_y + V_u \cdot a / \phi f_y J d$$

“Jd” es el brazo del par interno, formado por el esfuerzo de tensión del acero y el esfuerzo de compresión del concreto.

“J” es una constante que generalmente, para esfuerzo de trabajo su valor es menor que la unidad.

Para estimar Asumir “d” = 30

$$\therefore d = 30$$

$$J = 0.9$$

$$A_s = 34700 / 0.90 \times 4200 + 51438 \times 7.62 / 0.90 \times 4200 \times 27$$

$$A_s = 13.02 \text{ cm}^2$$

El número de varillas a usar son:

2 varillas No. 6

2 varillas No. 7

d) Refuerzo para esfuerzo de corte por fricción

Utilizando la ecuación 11.30 de la sección 11.15.4 del Código ACI 318-71

$$A_{vf} = V_u / \phi f_y \mu$$

μ deberá ser 1.4 (el cual es concreto fundido monolíticamente).

$$A_{vf} = 51438 / 0.85 \times 4200 \times 1.4$$

$$A_{vf} = 10.29 \text{ cm}^2$$

para estimar el número de varillas a usar, se toma doble área de la varilla.

El número de varillas a usar

4 varillas No. 4

e) Cálculo del peralte de la ménsula

Según especificación del Código ACI 318-71, sección 11.14.2, " ρ " no debe exceder de $0.13 f'_c/f_y$.

$$\begin{aligned}\rho &= 0.13 \times 352 / 4200 \\ \rho &= 0.0109\end{aligned}$$

sabemos que: $A_s = \rho b d$.

$$\begin{aligned}A_s &= 13.02 \\ b &= 40 \\ \rho &= 0.0109 \\ d &= A_s / \rho, b \\ d &= 13.02 / 0.0109 \times 4 \\ d &= 30 \text{ cm}\end{aligned}$$

f) Chequeando el esfuerzo nominal de corte

Utilizando la ecuación 11.3 de la sección 11.2 del Código ACI 318-71

$$\begin{aligned}v_u &= V_u / \phi b d \\ v_u &= 51438 / 0.85 \times 40 \times 30 \\ v_u &= 50 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

El máximo esfuerzo de corte permisible es

$v_u = 0.2f'_c$ o 55 kg/cm^2 según sección 11.15.3 del Código ACI 318-71

$$v_u = 0.2f'_c$$

$$v_u = 0.2 \times 352$$

$$v_u = 70 \text{ kg/cm}^2$$

$$70 \text{ y } 55 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow 50 \text{ kg/cm}^2$$

por lo que estamos bien.

EJEMPLO "C"

Considerando solo carga vertical, desarrollado por el "Método del Código".

Calcular una ménsula soportada en una columna de $30 \times 60 \text{ cm.}$, los esfuerzos del concreto y el acero son; $f'_c = 281 \text{ kg/cm}^2$ (4000 Psi) y $f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$ (40,000 Psi) respectivamente. Las cargas son las siguientes; carga viva 6,000 kg., carga muerta = 3,428 kg.

SOLUCION:

a) Cálculos de la ménsula

1) Cálculo de la plancha o placa de soporte

El ancho del área resistente es 30 cm.

El largo debe calcularse para satisfacer los requisitos dados en el Código ACI 318-71 en la sección 10.14 en lo que se refiere a esfuerzos de aplastamiento permisible.

$$V_u = 1.4 (3,428) + 1.7 (6,000)$$

$$V_u = 15,000 \text{ kg.}$$

2) Esfuerzo resistente permisible

$$\text{E.R.P.} = 0.85 \phi f'_c$$

$$\text{E.R.P.} = 0.85 \times 0.70 \times 281$$

$$\text{E.R.P.} = 167.20 \text{ kg/cm}^2$$

3) Area resistente requerida (área de la plancha)

$$A_p = 15,000/167.20$$

$$A_p = 89.71 \text{ cm}^2$$

4) Longitud resistente (longitud de la plancha)

$$L_p = 89.71/30$$

$$L_p = 2.99 \text{ cm}$$

se tomará 3 cm para la longitud de la plancha.

5) Cálculo del claro de corte (claro cortante) "a"

$$a = 3/2 + 2 \times 2.54$$

$$a = 6.58 \text{ cm}$$

se tomará $a = 7 \text{ cm}$

6) Estimar a/d en la primera prueba

$$a/d = 0.3 \text{ y } a = 7 \text{ cm}$$

$$d = 7/0.3$$

$$d = 23.33 \text{ cm}$$

Se tomará $d = 24 \text{ cm}$.

7) Estimando esfuerzo de corte nominal

$$\begin{aligned} v_u &= V_u / \phi . b . d \\ v_u &= 15,000 / 0.85 \times 30 \times 24 \\ v_u &= 24.51 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

8) Cálculo del porcentaje de refuerzo " ρ "

Se empleara la ecuación 11-29 de la sección 11.14.3 del Código ACI 318-71

$$\begin{aligned} v_u &= 1.7 (1 - 0.5 a/d) (1 + 64 \rho) \sqrt{f'_c} \\ v_u &= 1.7 (1 - 0.5 \times 0.3) (1 + 64 \rho) \sqrt{281} \\ v_u &= 24.22 + 1549.96 \rho \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \rho &= (24.51 - 24.22) / 1549.96 \\ \rho &= 0.0002 \end{aligned}$$

Comparando este " ρ " con " ρ_{\max} " = $0.20 f'_c / f_y$ sección 11.14.3 y " ρ_{\min} " = $0.04 f'_c / f_y$ de sección 11.14.5 del Código ACI 318-71

$$\begin{aligned} \rho_{\max} &= 0.20 \times 281 / 2800 \\ \rho_{\max} &= 0.0201 \\ \rho_{\min} &= 0.04 \times 281 / 2800 \\ \rho_{\min} &= 0.0040 \end{aligned}$$

$$\therefore 0.0040 > 0.0002 < 0.0201$$

" ρ " a utilizar para calcular el área de acero es el mínimo del Código $\rho = 0.0040$

9) Área de acero para el refuerzo principal A_s

$$\begin{aligned} A_s &= \rho . b . d \\ A_s &= 0.0040 \times 30 \times 24 \\ A_s &= 2.88 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

El número de varillas a usar son:

2 varillas No. 4
1 varilla No. 3

10) Cálculo de estribos

$$\begin{aligned} A_h &= 0.5 A_s \\ A_h &= 0.5 \times 2.88 \\ A_h &= 1.44 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

El número de varillas a usar son:

2 varillas No. 3

11) Refuerzo vertical

$$\begin{aligned} A_r &= 0.002 \times 30 \times 10.62 \\ A_r &= 0.64 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

El número de varillas a usar son:

2 varillas No. 4

El anclaje deberá ser 4" o 10.16 cm

12) Verificar los requisitos de anclaje para A_s

Esta verificación se hará por dos fórmulas, para tomar el mayor valor de las dos.

a)

$$\begin{aligned} l_d &= 0.06 A_b \cdot f_y / \sqrt{f'_c} \\ l_d &= 0.06 \times 1.27 \times 2800 / \sqrt{281} \\ l_d &= 12.73 \text{ cm} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 l_d &= 0.0057 \times d \times f_y \\
 l_d &= 0.0057 \times 1.27 \times 2800 \\
 l_d &= 20.27 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Se tomará el valor de 20 cm.

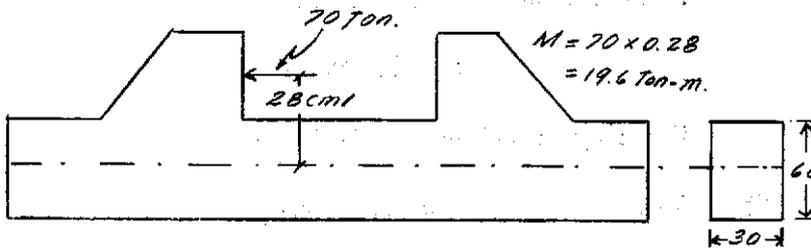
b) Cálculo de la columna

SOLUCION

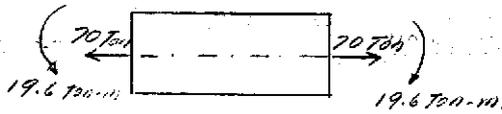
$$\begin{aligned}
 b &= 30 \text{ cm (11.81 pulg.)} \\
 t &= 60 \text{ cm (23.62 pulg.)} \\
 f'_c &= 281 \text{ kg./cm}^2 \text{ (4,000 P.S.i)} \\
 f_y &= 2800 \text{ kg/cm}^2 \text{ (40,000 P.S.i)}
 \end{aligned}$$

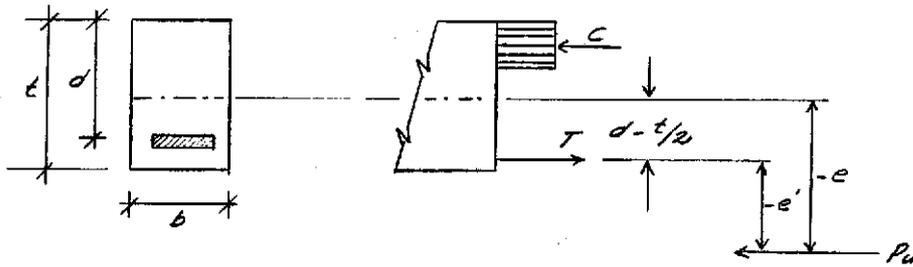
1) $P_u = 50 \times 1.4 = 70 \text{ Ton.}$

2) Geometría cargas.



3) Diagrama de las cargas y momentos que actúan en la parte central



4) **Cuerpo libre**

$$\begin{aligned}
 e &= 30+8 = 38\text{cm (14.96 pulg.)} \\
 b &= 30\text{ cm (11.81 pulg)} \\
 d &= 60-4-0.95-3.58/2=53.26\text{ cm (20.97 pulg.)} \\
 P_u &= 70\text{ Ton. (154 Kips)} \\
 f'_c &= 4,000\text{ psi} \\
 f_y &= 40,000\text{ Psi}
 \end{aligned}$$

5) **Carga modificada (para usar gráficas)**

$$7/9 \times 154 = 119.78\text{ Kips}$$

$$\begin{aligned}
 6) \quad \frac{P_u(e+d-t/2)}{f'_c b d^2} &= \frac{119.78(-14.96+20.97-11.81)}{4 \times 11.81 \times 20.97^2} \\
 &= 0.033
 \end{aligned}$$

$$\frac{P_u}{f'_c b \cdot d} = \frac{119.78}{4 \times 11.81 \times 20.97} = -0.121$$

$$7) \quad f_s = f_y$$

8) Usando gráfica "BEAMS-COLUMNS 1.1" pag. 205 libro "ULTIMATE STRENGTH DESIGN HANDBOOK" Vol. 2 con $\frac{P_u e}{f'_c b d^2} = 0.033$, se intersecta con $c'p'm$ $(1-d'/d)=0.00$; luego se intersecta este valor con la curva $\frac{P_u}{f'_c b d} = -0.121$ obteniendo el valor en la lectura horizontal $\phi_m = 0.275$

9) Area de acero

$$As = 0.275 (0.85 \times 4/40) \times 11.81 \times 20.97$$

$$As = 5.789 \text{ Pulg.}^2 (37.35 \text{ cm}^2)$$

Varillas a usar:

8 varillas No. 8 arriba

4 varillas No. 7 abajo

CAPITULO VI

ENSAYOS

Estos ensayos se efectuaron gracias a la colaboración de las siguientes Instituciones: Dirección General de Obras Públicas, Laboratorio Central de la Facultad de Ingeniería Civil y de la Compañía "CONCRETO PREEFORZADO CENTROAMERICANO" (COPRECA), por intervención del Ingeniero GUISEPPE CHINASSI.

Como se mencionó el Capítulo V, "Desarrollo de Ejemplos", el caso "C" es el que se ha tomado para comprobar en forma real los tipos de fallas debido a:

- Falla por menor área de refuerzo principal
- Falla por menor área del refuerzo de corte
- Falla por estar mal armados todos los refuerzos, es decir; anclajes cortos incluyendo también los dos casos anteriores.

En este ejemplo se encuentran los cálculos para el armado, tanto de la columna como de las ménsulas.

A continuación presento una serie de Gráficas que nos indica.

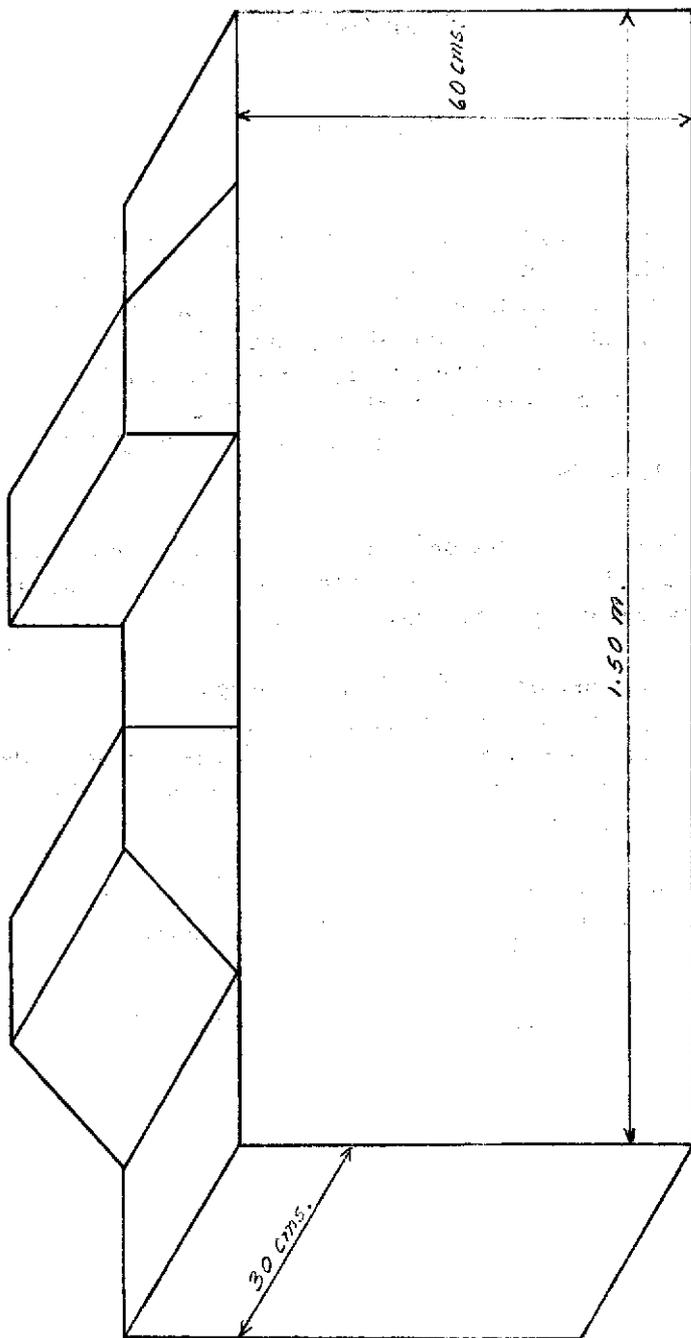


Figura (1)

Forma como se ve la columna y ménsula fundidas.

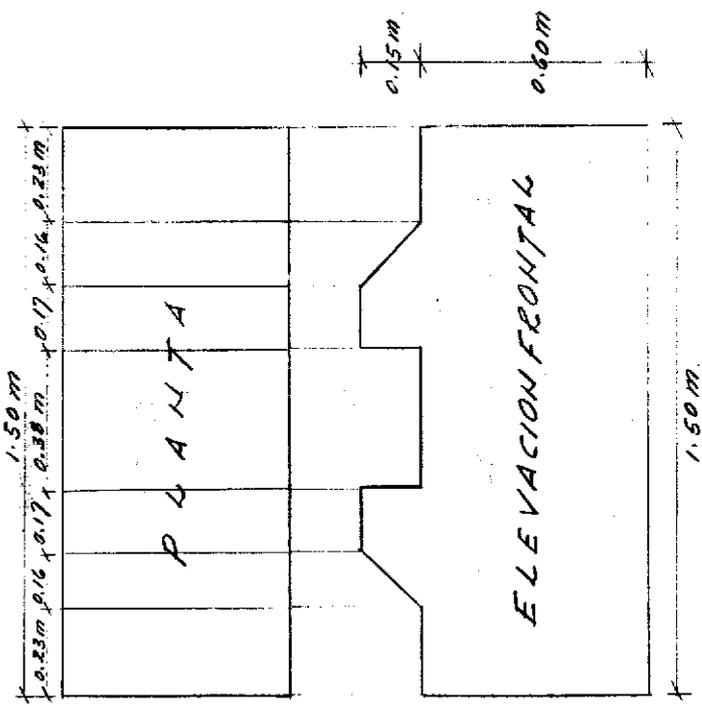


Figura (2)
Planta y elevación frontal

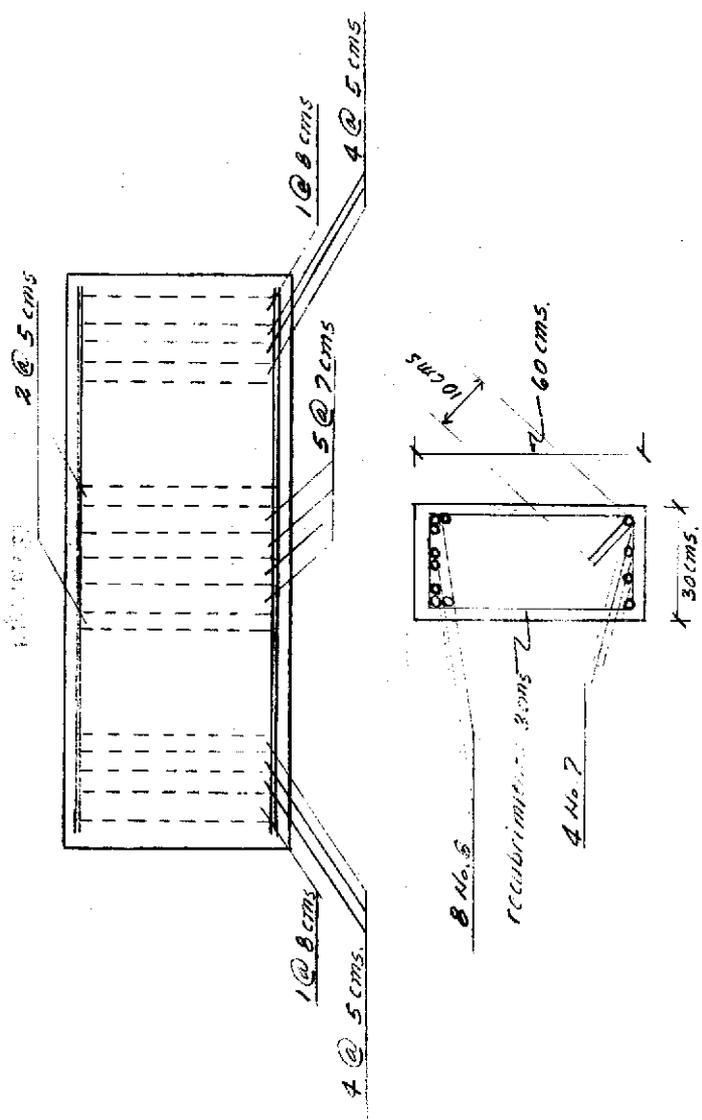
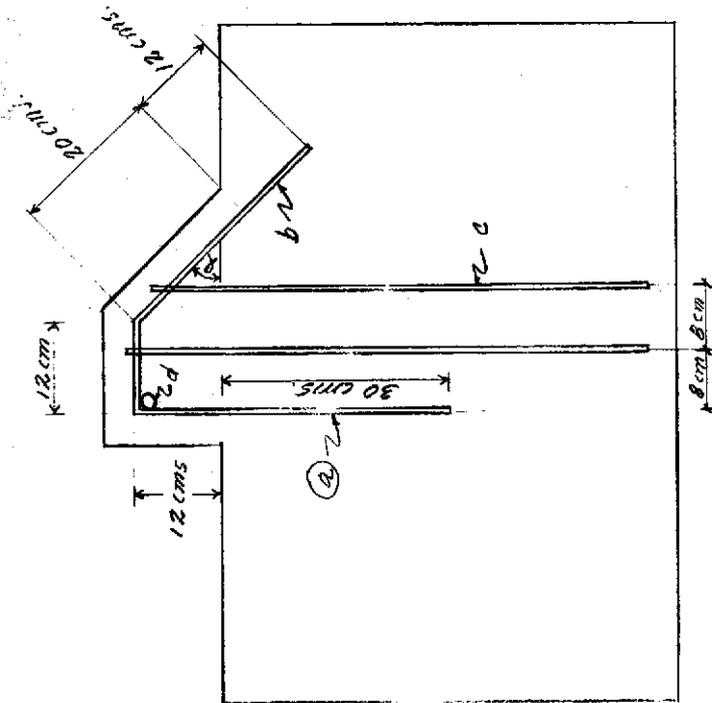


Figura (3)

Armado de la columna



Notas:

- $\alpha = 45^\circ$ 100% = P
- a = refuerzo principal
- b = refuerzo vertical
- c = estribos
- d = barra de anclaje

Figura (4)
Armado de las ménsulas

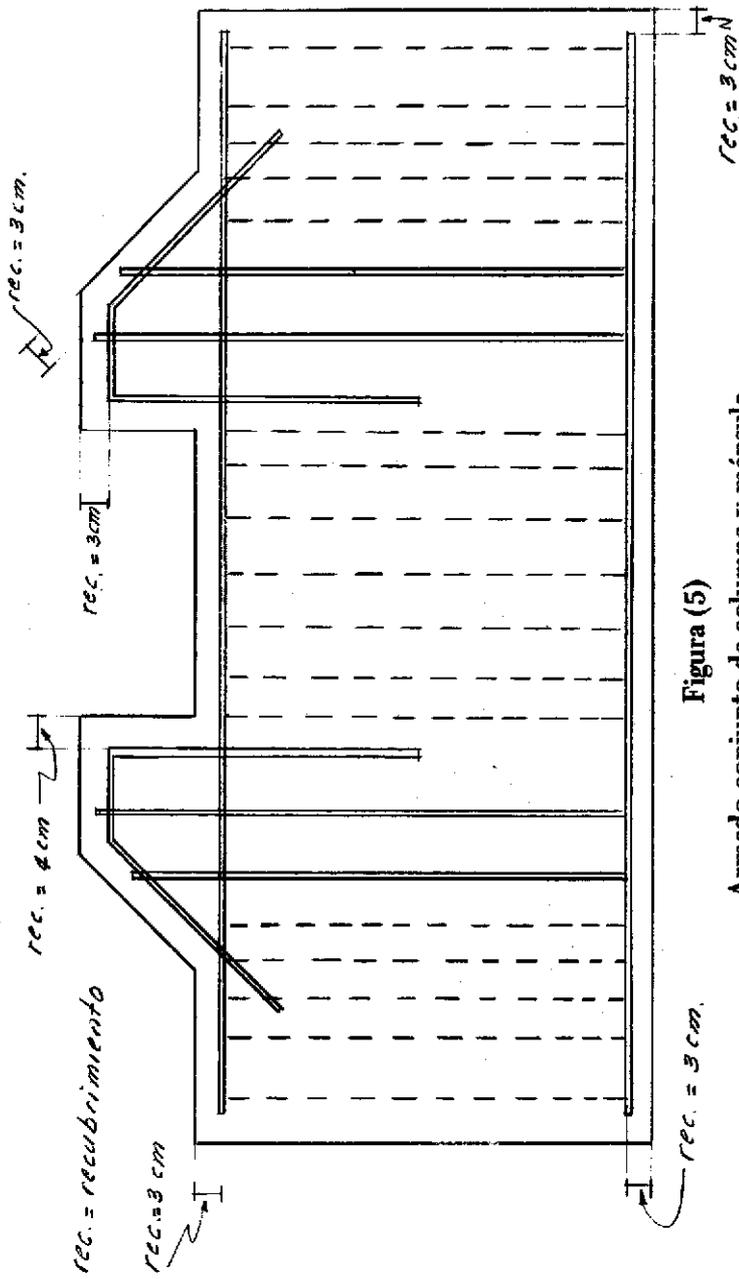


Figura (5)

Armado conjunto de columna y ménsula.

Para realizar estas pruebas se hicieron cuatro modelos de la siguiente manera:

- a) , Modelo donde el área de refuerzo principal es menor que la dada en los cálculos; los demás refuerzos y anclajes de acuerdo a lo especificado en los cálculos.
- b) Modelo donde el área del refuerzo de corte es menor que la dada en los cálculos; los demás refuerzos y anclajes de acuerdo a lo especificado en los cálculos.
- c) . Modelo Bien armado, es decir todos los refuerzos y anclajes de acuerdo con lo especificado en los cálculos.
- d) Modelo mal armado, es decir todos los refuerzos y anclajes malos; no están de acuerdo a lo especificado en los cálculos.

Las formas de las grietas que se obtuvieron cuando se hicieron fallar estos modelos, se presentan en las fotos siguientes:

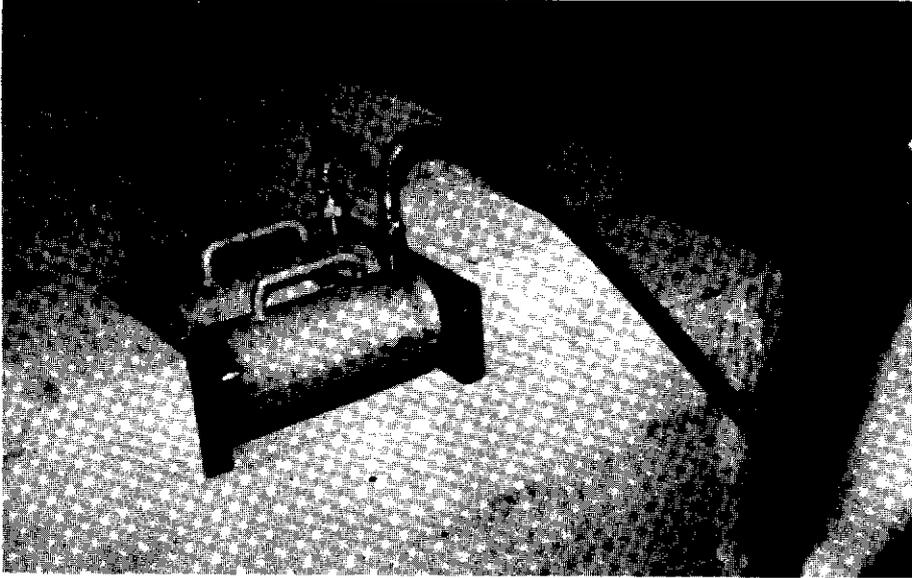


FOTO 1

Esta foto nos muestra la forma en que se colocaron los gatos hidráulicos en los modelos, para hacer fallar las ménsulas. Se observa también las planchas de acero que se colocaron con el fin de evitar concentraciones de esfuerzos.

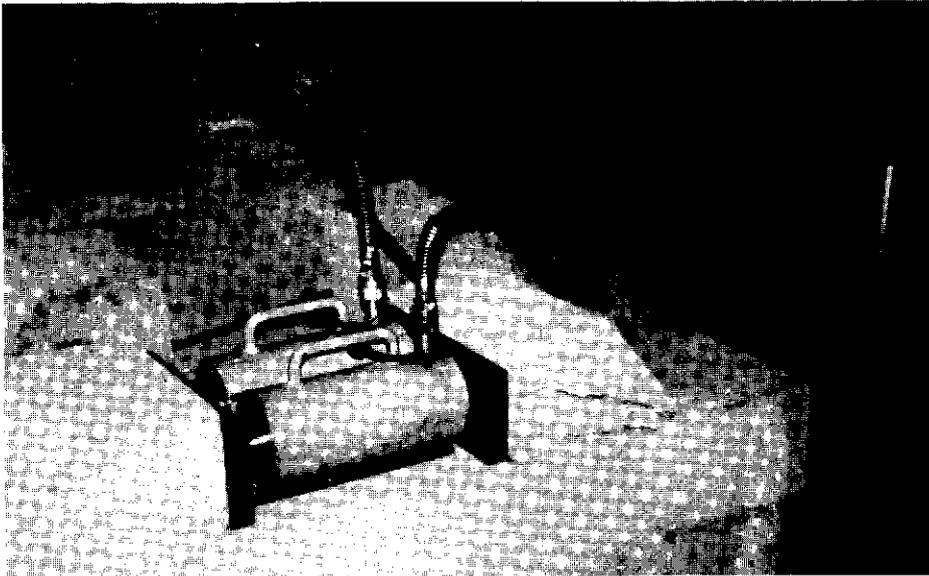


FOTO 2

Esta foto nos muestra, las grietas que se forman en el Modelo "C" mencionado anteriormente.

Primera grieta a los 120 kg/cm^2

Falla total a los 400 kg/cm^2 (según esta foto)



FOTO 3

Esta foto nos muestra, las grietas que se formaron en el modelo "a" mencionado anteriormente.

Primera grieta a los 75 kg/cm^2

Falla total a los 420 kg/cm^2 (según esta foto)



FOTO 4

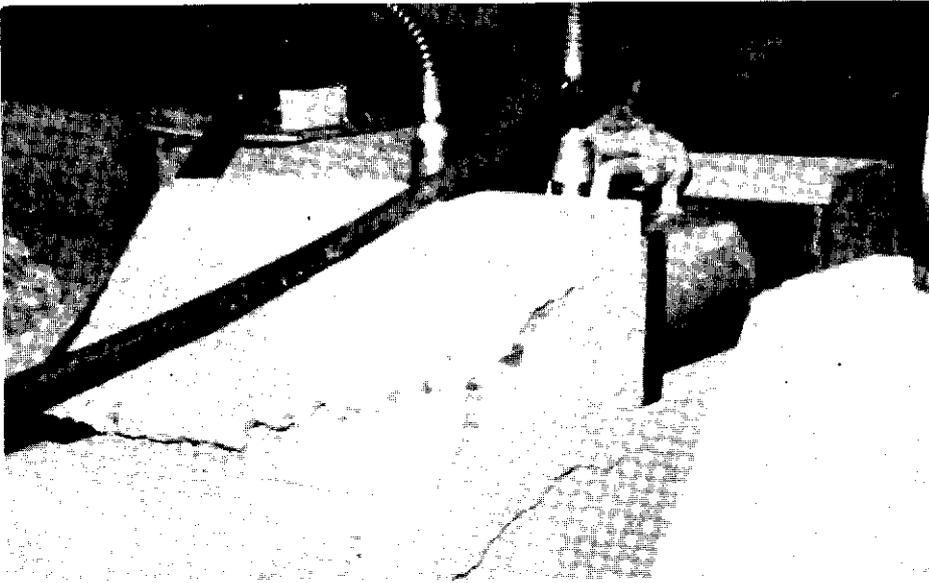


FOTO 5

Las fotos 4 y 5 nos muestran las grietas que se formaron en el modelo "b" mencionado anteriormente.

Primera grieta a los 50 Kg/cm²

Falla total a los 460 kg/cm² (según estas fotos)

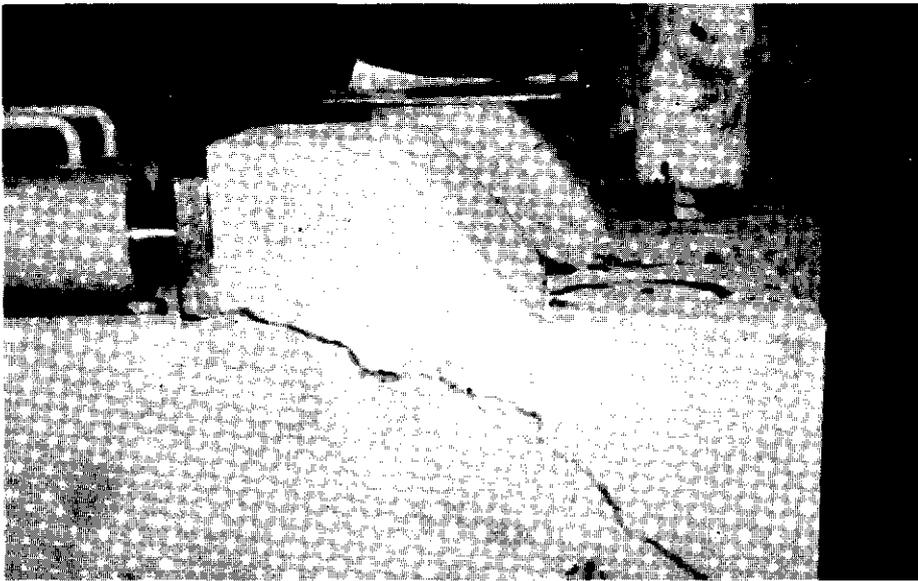


FOTO 6



FOTO 7

Las fotos 6 y 7 nos muestran las grietas que se formaron en el modelo "d" mencionado anteriormente; como se observará en la figura 6 la falla se interno hasta la columna, pero esto se debió a desprendimiento del recubrimiento de concreto.

Primera grieta a los 25 kg/cm^2

Falla total a los 320 kg/cm^2 (según estas fotos)

De acuerdo a lo expuesto en este Capítulo, los datos más importantes, aparecen resumidos en el cuadro que expongo a continuación:

Modelo	f'_c kg/cm ²	Esfuerzo 1a. grieta kg/cm ²	Esfuerzo Falla total kg/cm ²	Carga 1a. grieta		Carga falla total	
				Kg.	Ton.	Kg.	Ton.
c	199	120	400	11,820	11.82	39,400	39.40
a	296	75	420	7,387	7.39	41,370	41.37
b	324	50	460	4,925	4.93	45,310	45.31
d	259	25	320	2,462	2.46	31,520	31.52

De acuerdo a estos valores, se puede decir que los ensayos efectuados nos dieron valores bastante satisfactorios, en el sentido que se cumplió con todo lo que se había previsto que sucedería; por ejemplo la columna donde se encuentran anotados los valores de los esfuerzos, que corresponden al apareamiento de la 1a. grieta, van en forma decreciente correspondiendo el valor más alto al modelo "c" que estaba bien armado y el valor menor al modelo "d" que estaba mal armado. Cosa idéntica sucedió con la columna donde se encuentra anotados los valores correspondientes a la carga que soportaba cada modelo cuando apareció la 1a. grieta.

Referente a la columna donde aparece f'_c del concreto, se observa que los valores no son los mismos, pues fueron varios los factores que influyeron, mencionándose entre ellos:

Fecha en que se fundieron los modelos no fue el mismo día

La mezcla que se utilizó al fundir los modelos no fue la misma.

Cuando se les sometió a llevar vapor, para apresurar el fraguado, el modelo "c", "a" y "b" de acuerdo a la fecha de función, tenían entre si un día de diferencia, no así el modelo "d" que se fundió cuatro días después de los anteriores.

Observando la columna, "carga para la falla total", los valores también varían, esto sucedió porque se dejaba de bombear el aparato, cuando se consideraba que la falla estaba bastante expuesta.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. Al emplear los métodos para calcular los problemas, la diferencia más importante es: el método que he llamado del "Código" considera el corte como una medida de la tensión diagonal, mientras que el de "Corte por fricción" lo toma inadecuado.

Considero a la vez que el método del "Código" es más rápido y las fórmulas que en él se emplean son claras y sencillas, sucediendo lo contrario con el método de "Corte por fricción".

2. Al efectuar el ensayo al modelo "C" (bien armado), se observó que la carga que actuaba en el instante en que apareció la primera grieta era de 12 ton; la cual no coincidía con la carga que se utilizó en el problema que nos sirvió para el diseño de estos modelos, que es de 15 Ton.

Esta diferencia se debe precisamente a que el " f_c' " utilizado en nuestros cálculos no coincidió con el " f_c' " de nuestros ensayos, de acuerdo a reporte del Laboratorio de la Facultad de Ingeniería, sobre los cilindros de las muestras.

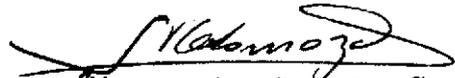
3. Es de gran importancia tomar en consideración al diseñar la ménsula, la carga axial y el momento adicional generados para el diseño de la columna.
4. Otro aspecto que se debe de tomar en cuenta, es el arreglo del armado, pues de ello depende que obtengamos un buen confinamiento y anclajes; de lo contrario tendremos fallas como se observan en el Capítulo correspondiente, bajando además considerablemente la capacidad de carga de la ménsula.

5. En el presente trabajo se obtuvieron resultados muy satisfactorios respaldados por las pruebas de laboratorio, pero habría que ampliarlo con más pruebas como sería el variar los armados con las resistencias del concreto, hacer pruebas a las ménsulas aplicando carga horizontal y vertical, y, además hacer modelos que se asemejen más a la realidad, es decir, formar una especie de marco rígido en el cual las columnas tengan ménsulas en ambos lados y hacer las pruebas en esas condiciones.

BIBLIOGRAFIA

1. "Reglamento de la construcción de concreto reforzado"
(ACI 318-71).
(Traducción autorizada de "Building Code Requirements
For Reinforced Concrete" ACI 318-71" del American
Concrete Institute).
Instituto Mexicano del cemento y del concreto, A.C.
Marzo 1973.
2. American concrete Instituto "Ultimate Strength" Design
Hanbook
Volumen 2 columns
Cuarta Impresion, Julio 1973
3. Portland cement Association
Notes on ACI 318-71 Building Code Requirements With
Design Applications.
Tercera Impresion, Nov. 1972
4. Ferguson, Phil M.
Reinforced Concrete Fundamentales
Third Edition
John Wiley & Sons. Inc.
5. González Cuevas, Oscar M., Robles, Francisco. Casillas,
Juan.
Días de Cossio, Roger
Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado.
Editorial Limusa
1a. Edición 1974.
6. Francisco Robles F.V.
"Prefabricación de Estructuras de Concreto"
Revista IMCYC.

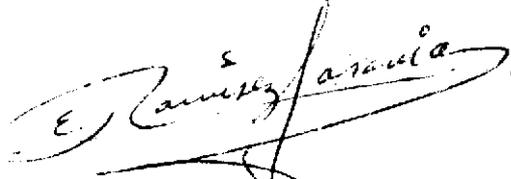
7. José Ma. Rioboo M.
"Estructuras prefabricados para el I.M.P."
Revista IMCYC, Vol. 3
Número 18, Enero-Febrero 1966
8. José Ma. Rioboo y Francisco Robles
"Criterios de diseño de Estructuras prefabricadas sujetas a sismo"
Revista IMCYC, Vol. 6.
Número 34 septiembre-octubre 1968.
9. Francisco Moreno Derbez, José Ma. Rioboo sobretiro de la revista IMCYC. Vol. 8
Número 48, Enero-Febrero 1971.
10. W.J. Elliston.
"Connections Between Precast Beam To Column Members".
Journal P.C.I. Vol. 8
Número 4. Agosto 1963
11. R.F. Mast.
"Auxiliary Reinforcement in concrete connections.
Journal of the structural division.
Junio 1968
Proceedings of ASCE.


Marco A. Somoza Soto

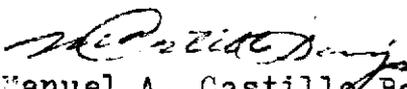
Vo. Bo.


Ing. Carlos Polo Cossich
Asesor

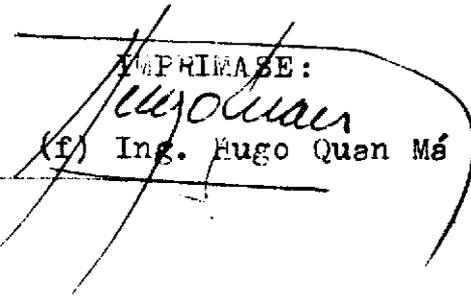
Vo. Bo.


(f) Ing. José Eduardo Ramírez Saravia.
Asesor

Vo. Bo.


(f) Ing. Manuel A. Castillo Berájas
Escuela Ingeniería Civil.

IMPRESA:


(f) Ing. Hugo Quen Má