

MIGUEL EDUARDO PALACIOS ESTRADA

MANUAL DE DISEÑO DE LOSAS
POR EL MÉTODO DE BANDAS



GUATEMALA, ABRIL DE 1971

R
08
(730)

D.L. 08 I(211)C

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERIA
Guatemala, Centro América

"MANUAL DE DISEÑO DE LOSAS POR EL METODO DE BANDAS"

TESIS

Presentada a la Junta Directiva

de la

Facultad de Ingeniería

de la

Universidad de San Carlos de Guatemala

por

MIGUEL EDUARDO PALACIOS ESTRADA

Al conferirsele el título de

INGENIERO CIVIL

Guatemala, abril de 1971

TESIS DE REFERENCIA
NO
SE PUEDE SACAR DE LA BIBLIOTECA
BIBLIOTECA CENTRAL - USAC.

JUNTA DIRECTIVA DE LA FACULTAD DE INGENIERIA DE LA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

Decano:	Ing. Mauricio Castillo Contoux
Vocal Primero:	Ing. Marco Antonio Cuevas
Vocal Segundo:	Ing. Rodolfo González Morasso
Vocal Tercero:	Ing. Adolfo Behrens
Vocal Cuarto:	Br. Gustavo Adolfo Sierra
Vocal Quinto:	Br. Guido Consenza
Secretario:	Ing. Héctor A. Centeno B.

TRIBUNAL QUE PRACTICO EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

Decano:	Ing. Amando Vides T.
Examinador:	Ing. Enrique Azmitia
Examinador:	Ing. Joaquín Lottmann E.
Examinador:	Ing. Otto Block
Secretario:	Ing. Héctor A. Centeno B.

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR:

Cumpliendo con lo establecido por la Ley Universitaria, tengo el honor de someter a vuestra consideración mi trabajo de tesis, titulado "MANUAL DE DISEÑO DE LOSAS POR EL METODO DE BANDAS", tema que me fuera asignado por la Junta Directiva de la Facultad de Ingeniería.

A la memoria de mi padre

A mi madre

A mi esposa

A mis hijos

A mi hermano

A mis familiares

A mis amigos

MANUAL DE DISEÑO DE LOSAS POR EL METODO DE BANLAS

INDICE

1. INTRODUCCION
2. ALGUNAS CONSIDERACIONES TEORICAS
3. LOSAS SIMPLEMENTE SOPORTADAS ✓
4. AGUJEROS EN LA LOSA
5. ESQUINAS Y BORDES CON MOMENTOS DE CONTINUIDAD
6. COLUMNAS Y ESQUINAS ENTRANTES
7. DISEÑO DE LOSAS TIPICAS ✓
8. APENDICE
9. CONCLUSIONES
10. REFERENCIAS

1. INTRODUCCION

El método de bandas (strip method) para el diseño plástico de losas representa una alternativa a la teoría de la línea de falla. Es un procedimiento de diseño que permite elegir la colocación del refuerzo en el proceso del cálculo, mientras que el procedimiento por el método de la línea de falla exige suponer un refuerzo y verificarlo por aproximaciones sucesivas.

Como se verá en este trabajo, es un procedimiento bastante sencillo de aplicar y permite el diseño de losas poco comunes.

Aunque hasta la fecha ha tenido poca divulgación, el método desarrollado por el sueco Arne Hillerborg ya está aceptado en el código de Suecia.

Este trabajo no es una discusión crítica del método, sino más bien una descripción de los procesos para su aplicación práctica. Una discusión detallada de los procedimientos teóricos para llegar a los resultados que aquí presento puede encontrarse en las referencias 1,2,3,4 y 5.

En el segundo punto presento unas consideraciones sobre la teoría en la cual se basa el método. Los puntos 3 al 6 explican la forma de resolver los distintos problemas que se presentan en el diseño de losas. En el punto 7 he desarrollado varios ejemplos para aclarar procedimientos.

El Apéndice, punto 9, consta de tablas para la solución simplificada del diseño balanceado según la teoría plástica, y tablas para escoger el re-

fuerzo, tanto para vigas como para losas. Tanto las tablas como el resto del trabajo están valuados en el Sistema Métrico Decimal.

Deseo patentizar por este medio mi agradecimiento a todas las personas e instituciones que en una u otra forma me han brindado su ayuda. Aunque me sería imposible mencionarlas a todas, agradezco muy especialmente al Colegio Americano de Guatemala y a la Universidad del Valle de Guatemala por la edición e impresión de este trabajo, a la firma Alvarez, Gutierrez y Zepeda, Ingenieros Consultores, por el tiempo brindado en su computadora para la tabulación de las tablas del Apéndice, y a los Ingenieros Adolfo Alvarez M., Pablo Gutierrez S., Bernardo R. Morales F., Julio Santolino B. y Roberto Zepeda A. por su valiosa ayuda y consejos.

2. ALGUNAS CONSIDERACIONES TEORICAS

Si se conoce de antemano la forma de falla de una losa, la ecuación de equilibrio que debe satisfacerse para todos los puntos está dada por la condición

$$\frac{\delta^2 M_x}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 M_y}{\delta y^2} - 2 \frac{\delta^2 M_{xy}}{\delta xy} = -\omega \quad (1)$$

donde M_x y M_y son los momentos resistentes en las direcciones X y Y respectivamente, y M_{xy} es el momento torsional resistente.

Con el método de bandas se hace coincidir el campo de esfuerzos con el campo de momentos resistentes. Al lograr esto, se hace $M_{xy} = 0$ intencionalmente, de modo que la dirección del refuerzo (que se supone colocado en los sentidos X y Y) coincida con la dirección de los esfuerzos principales. (1) puede substituirse entonces por (2) y (3), que representan una acción en las bandas sin torsión alguna.

$$\frac{\delta^2 M_x}{\delta x^2} = -\alpha \omega \quad (2)$$

$$\frac{\delta^2 M_y}{\delta y^2} = -(1-\alpha) \omega \quad (3)$$

donde α es la proporción de la carga que absorben las bandas en el sentido X, y $(1-\alpha)$ la que absorben las bandas en el sentido Y. Así se puede distribuir

la carga entre las bandas en uno y otro sentido o, como frecuentemente sucede, α será igual a 0 o a 1, permitiendo dispersar toda la carga en un solo sentido para una banda dada. También se puede ver que el valor de ω puede variar através de la losa sin afectar la validez del razonamiento. Las cargas concentradas se consideran como cargas distribuidas muy fuertes, aplicadas en regiones muy pequeñas.

Para su aplicación, el método requiere que se definan líneas de discontinuidad de esfuerzos para la dispersión de la carga en la losa. Las líneas de discontinuidad se definen como líneas imaginarias trazadas en la losa donde cambia la dirección de la dispersión de la carga sobre la losa. Se obtienen entonces bandas que se calculan como vigas simplemente soportadas. Al determinar los momentos que actúan en cada dirección, se llega directamente al cálculo del refuerzo para producir un momento resistente de igual magnitud (ver ref. 1 a 4).

Se han hecho algunos ensayos de laboratorio con losas diseñadas por este método. Los resultados han sido satisfactorios (ver ref. 6). El control de deflexiones es difícil de llevar a cabo, pero por la acción de membrana de la losa las deflexiones tienden a ser pequeñas (ver ref. 1,2,6). Un valor práctico de contraflecha de construcción es de $L/180$, donde L es la luz corta.

3. LOSAS SIMPLEMENTE SOPORTADAS

El caso más sencillo de aplicación del método lo constituyen las losas simplemente soportadas, es decir, aquellas cuyos bordes no tienen continuidad ni están restringidos al giro. La losa de la figura 1 constituye un caso típico.

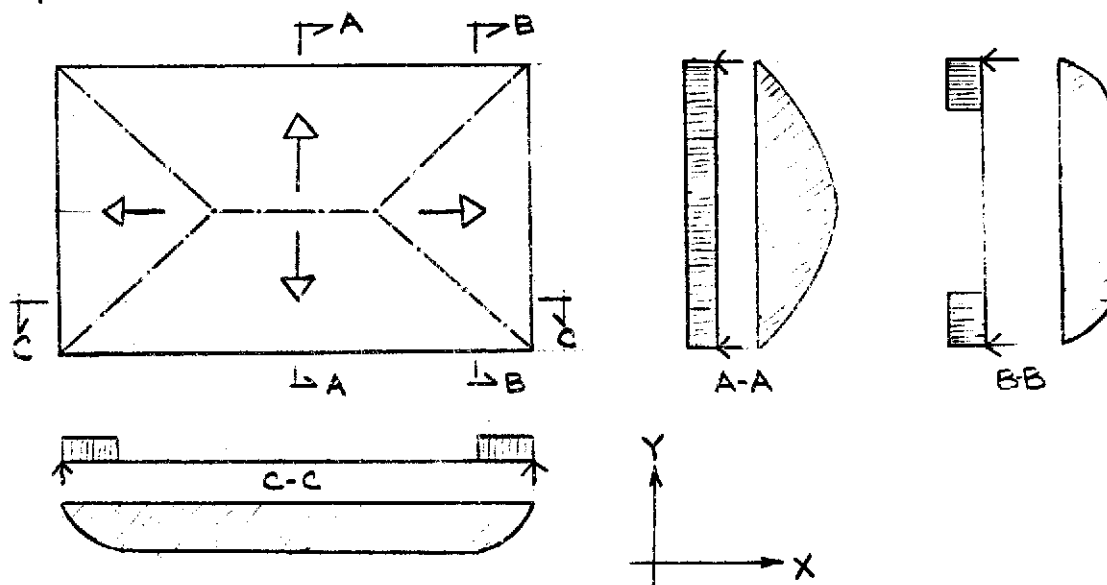


FIGURA 1

Se escogen los ejes X y Y coincidentes con los bordes. Luego se trazan líneas de discontinuidad. Estas no están necesariamente a 45° del borde. La relación largo a ancho influye en el ángulo que se forme. Para una losa cuadrada la relación más favorable es de 45° . La carga se dispersa en el sentido indicado por las flechas de cabeza triangular, en una forma congruente con la definición de líneas de discontinuidad. En la figura se han di-

bujado además los diagramas de momentos correspondientes a tres secciones. La sección A-A constituye una viga simplemente soportada con carga distribuida (indicada en la figura por la parte sombreada). La sección B-B sólo tiene carga en las partes sombreadas. Igual sucede con la sección C-C. Nótese que el diagrama de momentos es una recta en la parte no cargada. Por lo tanto, el refuerzo debe continuarse a lo largo de toda la banda.

Cuando los elementos que se forman con las líneas de discontinuidad no son rectangulares, sino son triangulares o trapezoidales (como por ejemplo, las bandas B1, B3 y B4 de la losa de la figura 3) y se desea calcular el momento flexionante, es necesario hacer una integración para determinar el momento promedio en la banda. Para una banda típica, como la indicada en la figura 2, cargada en la longitud s a una distancia z de PQ y para una luz libre L , el momento máximo en la banda diferencial será igual a

$$\omega s s - \omega s^2/2 = \omega s^2/2 = m \tag{4}$$

donde $s = ((s''-s')/b)z + s'$ (5)

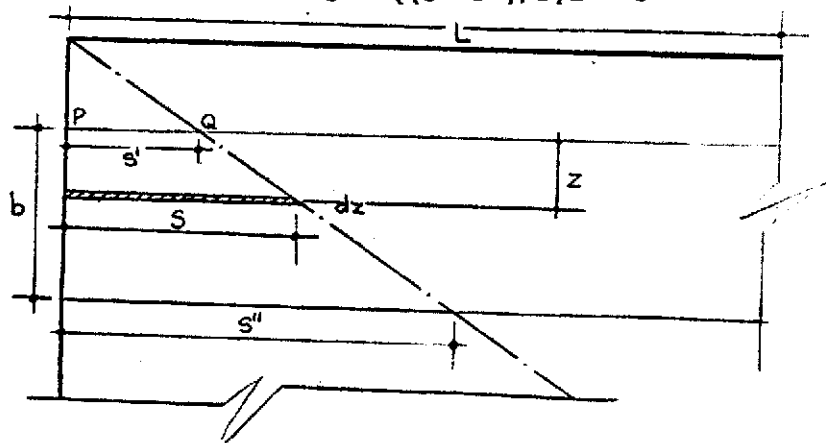


FIGURA 2

El momento promedio por unidad de ancho será

$$M = \int_0^b (m/b) dz \quad (6)$$

Al substituir m en (6) e integrando,

$$M = \frac{\omega}{2} \left(\frac{s' + s''}{2} \right)^2 \cdot \left(1.3333 - \frac{1.3333}{s'/s'' + 2 + s''/s'} \right) \quad (7)$$

$$M = \frac{\omega}{2} (\text{longitud promedio cargada})^2 \cdot K \quad (8)$$

$$M = (\text{momento máximo en franja promedio}) \cdot K \quad (9)$$

donde M = momento para diseño de la banda. El coeficiente K se puede leer directamente del gráfico de la figura 4.

A continuación se demuestra como obtener los momentos de diseño para la losa de la figura 3. Las bandas B1, que tienen un ancho a, una luz (d+2c)

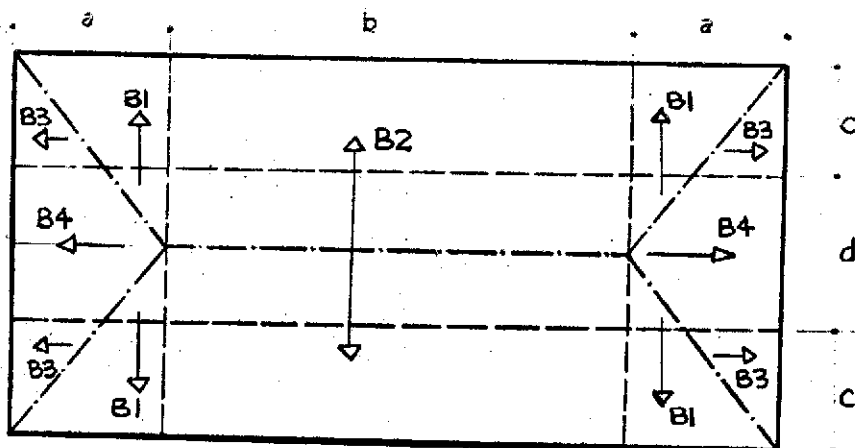


FIGURA 3

y están cargadas en las partes triangulares, tienen un momento flexionante que varía de 0 en el extremo de la banda hasta $\frac{\omega}{8} \cdot (d+2c)^2$ hacia el otro extremo, en la parte adyacente a la banda B2. El valor promedio del momento por unidad de ancho puede encontrarse por integración de (6) como se indicó arriba o sencillamente tomando la longitud promedio donde se distribuye la carga y usando el valor K de corrección. El momento de diseño para una banda simétrica cualquiera será

$$M = \frac{\omega}{2} \left[\frac{s' + s''}{2} \right]^2 \cdot K \quad (10)$$

donde $(s' + s'')/2$ es la longitud media o promedio cargada en la banda.

Para la banda B1 de la figura 3, $s' = 0$ y $s'' = c + d/2$. Por consiguiente, el momento de diseño será

$$M = \frac{\omega}{2} \frac{c + .5d + 0}{2}^2 K = \frac{\omega}{32} (2c + d)^2 K \quad (11)$$

En las bandas B2, que están cargadas uniformemente, el momento máximo de diseño es

$$M = .5\omega (.5(d + 2c))^2 K = (\omega/8)(d + 2c)^2 \quad (12)$$

Si se desea, el refuerzo puede cortarse para mayor aproximación al diagrama de momentos. Las bandas B3 son similares a las bandas B1; el momento de diseño es

$$M = .5\omega (.5(0 + ac/(d + c/2)))^2 \cdot K = .5\omega (ac/(c + 2d))^2 \cdot K \quad (13)$$

Las bandas B4 se calculan substituyendo en (10) los valores de $s' = ac/(c + d/2)$ y $s'' = a$; así, el momento de diseño será

$$M = .5\omega ((ad + 4ac)/(2c + d))^2 \cdot K \quad (14)$$

Los valores de K para cada caso se pueden obtener a partir de la relación s'/s'' usando el gráfico de la figura 4.

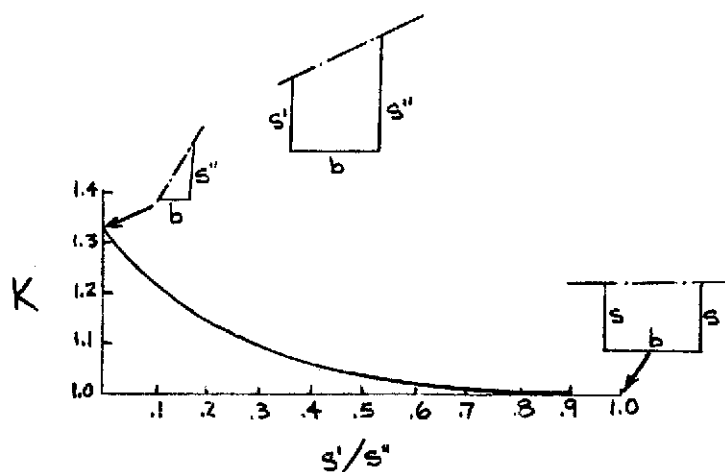


FIGURA 4

Wood y Armer (ref. 2) presentan una alternativa a las secciones trapezoidales o triangulares, aplicable en muchos casos. Puesto que no hay ninguna razón intrínsecamente válida para que las líneas de discontinuidad sean rectas, éstas pueden ser quebradas (ref. 1,2) en beneficio de un diseño que se adapte mejor a la colocación real del refuerzo. Así se indica en la figura 5 líneas de discontinuidad según esta alternativa. Nótese que se evita en esta forma el promediar el valor del momento y el uso del coeficiente K de la figura 4.

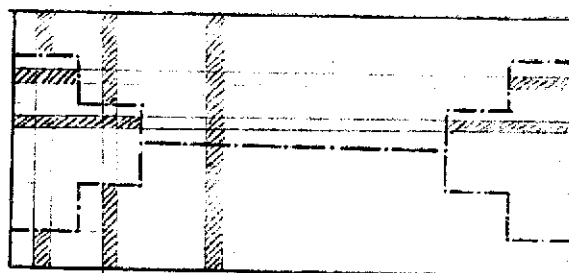


FIGURA 5

4. AGUJEROS EN LA LOSA

Los agujeros en la losa no presentan problema siempre que se pueda formar bandas reforzadas a los lados para resistir las cargas mayores en su alrededor. En la figura 6 se muestra una distribución típica, así como las variaciones que resultan en la reacción en el borde de la losa.

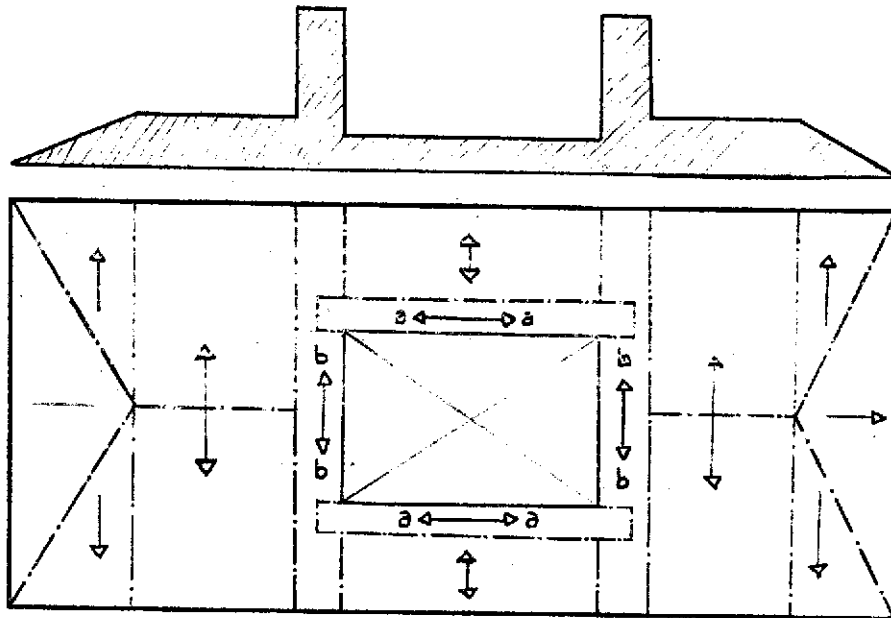


FIGURA 6

Nótese que las bandas aa se apoyan en las bandas bb. Ambas bandas actúan como "vigas" alrededor del agujero. Las bandas bb tienen su apoyo en los extremos de la losa. Con esta colocación las reacciones se distribuyen hacia los extremos próximos, se provee refuerzo alrededor del agujero y las esquinas necesariamente llevan refuerzo en ambas direcciones, lo cual es ventajoso, por ser las esquinas puntos de concentración de esfuerzos. El

conocer de antemano las reacciones en los extremos de la losa es una particularidad muy favorable del método, pues facilita el diseño de las vigas o elementos estructurales de apoyo.

5. ESQUINAS Y BORDES CON MOMENTOS DE CONTINUIDAD

En los casos de esquinas como la figura 7a pueden considerarse líneas de discontinuidad, como se indica en la figura 7b, pero esto implica una colocación encontrada del refuerzo y no puede controlarse la continuidad del corte. Una mejor y más fácil solución se puede lograr haciendo una banda fuertemente reforzada, como en la figura 7c, que trabaja prácticamente como una viga en el extremo volado, y apoyar las otras bandas sobre ella. En la figura 7c también se indica la carga y el diagrama de momentos para la banda del extremo.

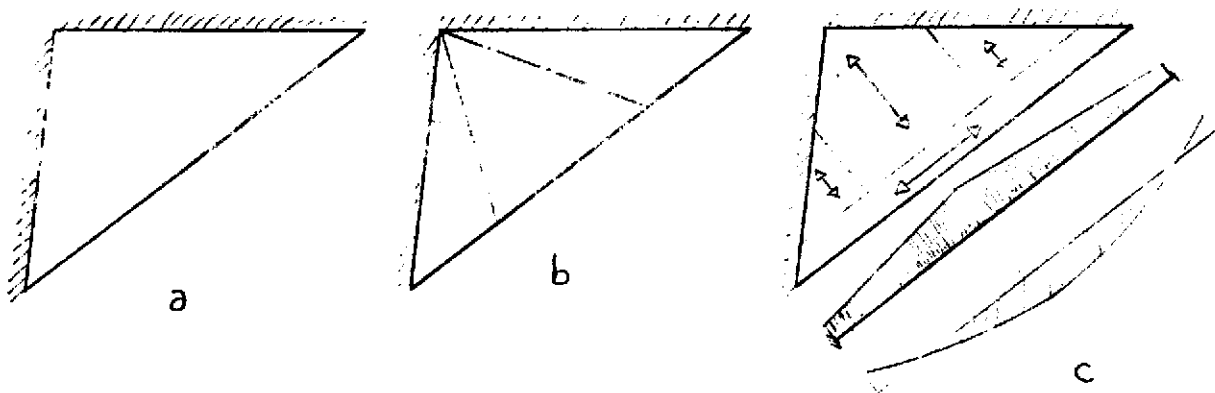


FIGURA 7

Para losas con momentos de continuidad no se indica un camino definido a seguir. Se han sugerido varias aproximaciones para determinar la magnitud

del momento negativo. Aquí anoto algunas:

A) Entre la línea de discontinuidad y el borde de la losa existe la línea de contraflexión, que es aquella donde el momento es cero, puesto que en cada punto de ésta los valores del momento pasan de positivos a negativos. Cuando la carga es uniformemente distribuida se puede suponer que la línea de contraflexión es recta y se cumple la relación

$$\frac{\bar{a}}{a} = \frac{\bar{a}'}{a'} = \frac{\bar{a}''}{a''} = \beta \quad (15)$$

donde β se define como una constante según (20), para una banda cualquiera como se indica en la figura 8 (ver ref. 2).

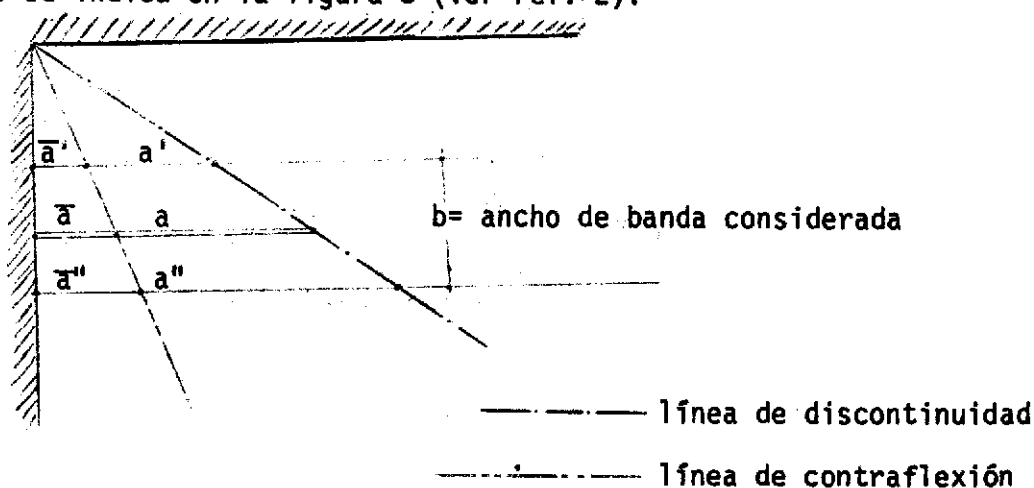


FIGURA 8

El momento en el apoyo $m(-)$ de una franja diferencial en la banda cumple con la condición

$$m(-) = -\omega \cdot a \cdot \bar{a} - \omega(\bar{a}^2/2) \quad (16)$$

la que se puede transformar a

$$m(-) = -\omega \cdot a^2 (\beta + \beta^2/2)^2 \quad (17)$$

substituyendo (15) en (16). El momento promedio en el apoyo para una banda dada será igual a

$$M(-) = -\omega (\beta + \beta^2/2)^2 \cdot (\text{longitud promedio cargada en la región de momento positivo})^2 \cdot K \quad (18)$$

o sea

$$M(-) = (\text{momento máximo negativo en la franja media de la banda}) \cdot K \quad (19)$$

El valor de K de estas condiciones es el mismo que se indicó en el punto

3. La longitud promedio cargada en la región de momento positivo es igual a $(a' + a'')/2$, donde los valores de a' y a'' se miden desde la línea de contraflexión a la línea de discontinuidad. β se define como

$$\beta = \frac{\text{longitud cargada entre el apoyo y la línea de contraflexión}}{\text{longitud cargada entre la línea de contraflexión y la de discontinuidad}} \quad (20)$$

La evaluación cuantitativa de β puede hacerse analizando una sección de la banda o bien calcularla a partir de valores que se encuentran en diferentes textos y manuales (por ejemplo, ver ref. 7,10,11).

Esta es la aproximación sugerida por Woods y Armer (ref. 2). Tiene el inconveniente que la suposición de que la línea de contraflexión es recta no es absolutamente verdadera.

B) Aplicando un criterio similar al usado para determinar el momento promedio en losas simplemente soportadas, he llegado a una condición para el cálculo del momento promedio negativo por unidad de ancho. La deducción es la siguiente:

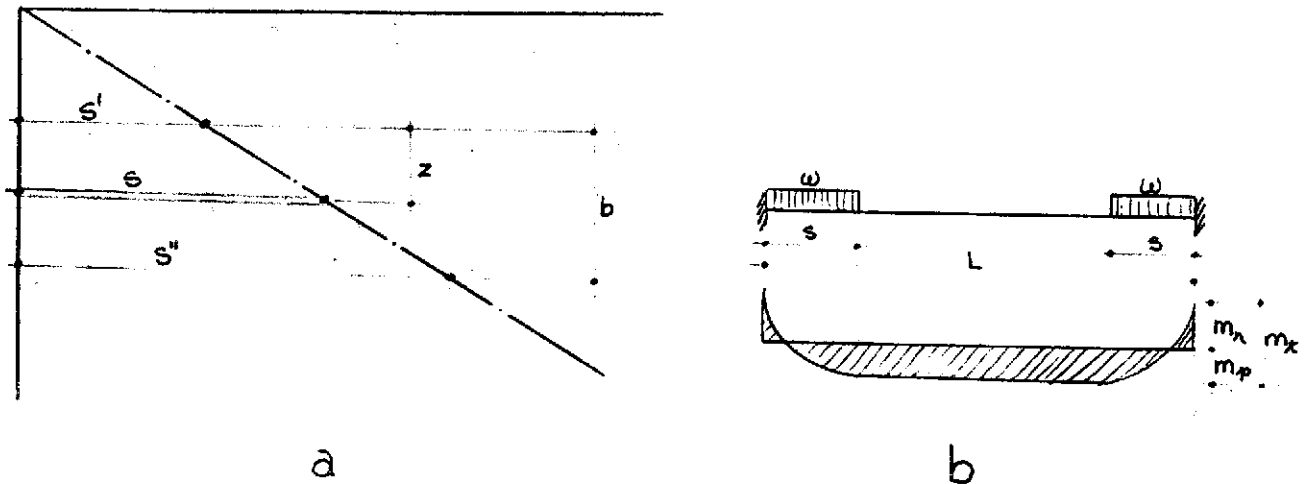


FIGURA 9

En una losa simétrica (parte de la cual se muestra en la figura 9a), para una banda de ancho b , que tiene las distancias s' y s'' a la línea de discontinuidad, escogemos una franja diferencial cualquiera, de ancho dz y de longitud s . Esta franja está representada esquemáticamente en la figura 9b. De la figura 9b se puede ver que

$$m_x = \omega s^2 - \omega s^2/2 = \omega s^2/2 \quad (21)$$

Usando el primer teorema de Area-Momento, puesto que la rotación entre los apoyos es igual a cero, y considerando EI como constante,

$$2 \int_0^s (\omega s x - \omega x^2/2) \cdot dx + m_x(L-2s) - m_n L = 0 \quad (22)$$

integrando y despejando el momento en el empotramiento

$$m_n = \frac{2\omega s^3}{2L} - \frac{2\omega s^3}{6L} + \frac{\omega s^2}{2} - \frac{\omega s^3}{L} \quad (23)$$

que se reduce a

$$m_n = \omega s^2 \cdot (.5 - s/3L) \quad (24)$$

El momento negativo promedio por unidad de ancho $M(-)$, que es el que usamos para diseño, será

$$M(-) = \int_0^b (m_n/b) \cdot dz \quad (25)$$

pero dz se puede substituir por

$$dz = b \cdot ds / (s'' - s') \quad (26)$$

y cambiar en (25) los límites de integración entre s' y s'' ; así

$$M(-) = \int_{s'}^{s''} m_n \cdot ds / (s'' - s') \quad (27)$$

substituyendo m_n de (24) en (27) tendremos

$$M(-) = \int_{s'}^{s''} \frac{\omega}{s'' - s'} \left(\frac{s^2}{2} - \frac{s^3}{3L} \right) \cdot ds \quad (28)$$

si efectuamos la integración y simplificamos

$$M(-) = (\omega/6) \cdot (s''^2 + s''s' + s'^2 - (s'' + s') \cdot (s''^2 + s'^2) / 2L) \quad (29)$$

multiplicando por s''^2/s''^2

$$M(-) = (\omega s''^2/6) \cdot (1 + (s'/s'') + (s'/s'')^2 - \frac{(s''+s')}{2L}) \cdot (1 + (s'/s'')^2) \quad (30)$$

que también se puede expresar como

$$M(-) = \frac{\omega s''^2}{6} \cdot \left[\frac{s'}{s''} + (1 + (s'/s'')^2) \cdot (1 - (s''+s')/(2L)) \right] \quad (31)$$

que es una condición fácil de usar. El momento positivo M se puede calcular por diferencia, así:

$$M = \int_{s'}^{s''} m_x \cdot ds / (s'' - s') - M(-) \quad (32)$$

al substituir m_x y si integramos

$$M = -M(-) + \omega(s''^2 + s's'' + s'^2)/6 \quad (33)$$

y al substituir $M(-)$ obtenida en (31) el valor de M se puede calcular por

$$M = \frac{\omega s''^2}{6} \cdot (1 + (s'/s'')^2) \cdot ((s''+s')/(2L)) \quad (34)$$

Para la condición $s' = 0$, las condiciones (31) y (34) se reducen a

$$M(-) = (\omega s''^2/6) \cdot (1 - s''/(2L)) \quad (35)$$

$$M = (\omega s''^2/6) \cdot (s''/(2L)) \quad (36)$$

Cuando se tiene que $s' = s'' = s$ las expresiones se reducen a

$$M(-) = (\omega s^2/6) \cdot (3 - 2s/L) = \omega s^2 \cdot (0.5 - s/(3L)) \quad (37)$$

$$M = (\omega s^2/6) \cdot 2s/L = (\omega s^2/3) \cdot s/L \quad (38)$$

Considero que este procedimiento, aunque un poco más laborioso, es exacto para bandas simétricas. En los casos de cargas variables o asimetría, se puede seguir un procedimiento similar por integración.

Una recomendación importante al considerar losas continuas es escoger las bandas de un extremo a otro de todas las losas, como se indica en la figura 10a para un conjunto de 3 losas. Si la banda considerada está cargada como se indica en la figura 10b se puede obtener un diagrama de momentos (figura 10c) aplicando cualquier método para distribuir los momentos, como por ejemplo, el método de Cross o el de Kani (ver ref. 12, 13 y 14).

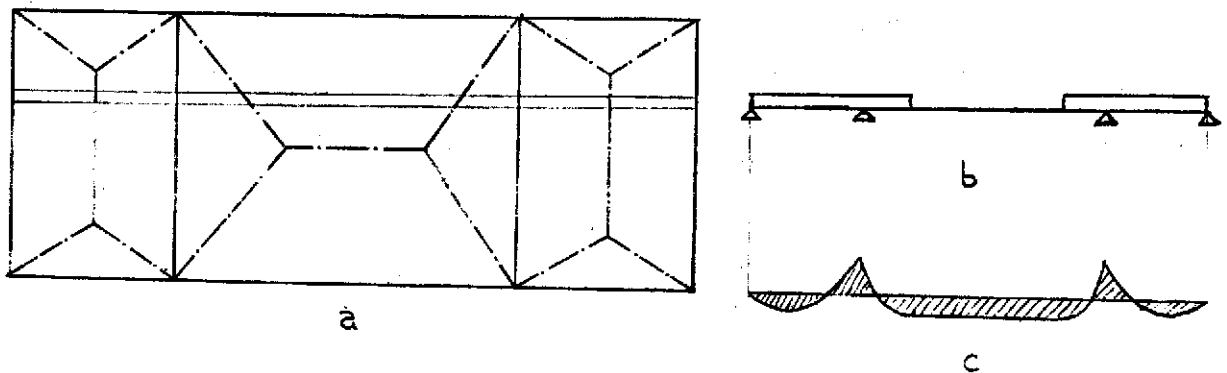


FIGURA 10

6. COLUMNAS Y ESQUINAS ENTRANTES

Las losas con columnas aisladas en el cuerpo o con esquinas entrantes tienen el problema de la dispersión del momento y las reacciones en la región próxima a la columna. Se hacen bandas que trabajan en cada sentido, X y Y, fuertemente reforzadas, es decir, prácticamente vigas que soportan las cargas de los rectángulos adyacentes, como se indica en la figura 11.

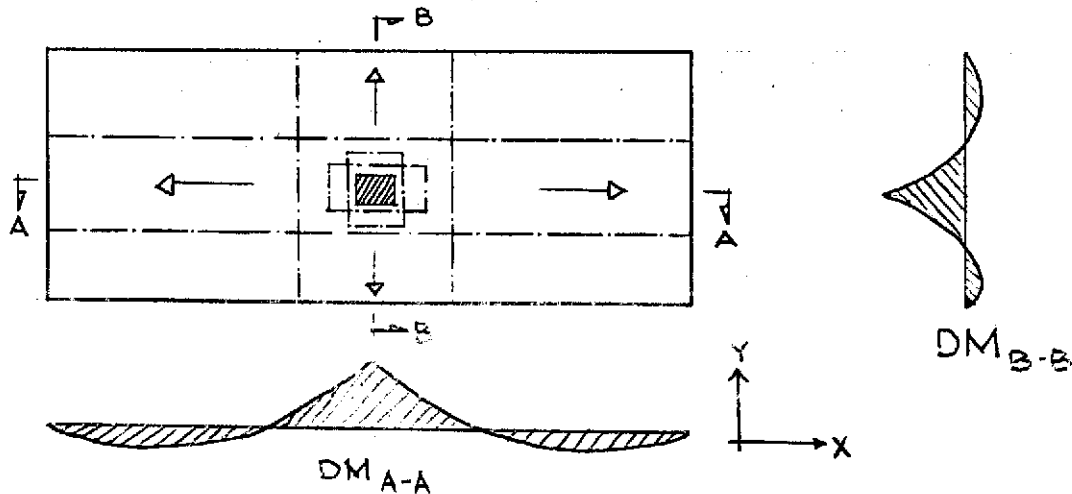


FIGURA 11

En la región alrededor de la columna se pueden formar dos bandas para absorber el momento. Incluso estas bandas deben ser reforzadas a corte si el cálculo indica que es necesario. El valor del momento negativo y del corte en cada sentido puede calcularse como se indica en el punto 5. Las esquinas entrantes se tratan en la misma forma, haciendo bandas fuertemente reforzadas que lleven el esfuerzo hacia los bordes de apoyos.

7. DISEÑO DE LOSAS TÍPICAS

En este punto presento algunos diseños de losas como explicación adicional y referencia. Para el cálculo del porcentaje de acero uso las tablas apropiadas del apéndice. Para facilitar el cálculo uso el mismo esfuerzo de ruptura para todos los ejemplos, a saber:

$$f_y = 2810 \text{ Kg/cm}^2 \quad (40,000 \text{ psi})$$

$$f'_c = 210 \text{ Kg/cm}^2 \quad (3,000 \text{ psi}).$$

Todos los diseños están calculados en el sistema métrico. Para determinar porcentajes mínimos, espesores mínimos, cargas de diseño, valores límites del corte, etc. he seguido las normas ACI 318-63 (ver ref. 8, 9) y las normas AISC (ver ref 7).

DISEÑO 1. LOSA SIMPLEMENTE SOPORTADA. Líneas de discontinuidad rectangulares. Una losa de 4 x 6 metros como se indica en la figura 12.

a) Estimación del espesor: $t_{\min} = 10 \text{ cm}$

$$\text{perímetro}/180 = (2 \times 6 + 2 \times 4) \cdot 100/180 = 11.2 \text{ cm}$$

$$\text{tomaremos } t = 11 \text{ cm}$$

b) Mínimos permisibles: $A_s_{\min} = .002bt$; para secciones de 1 m de ancho,

$$A_s_{\min} = .002 \times 100 \times 11 = 2.2 \text{ cm}^2$$

Esfuerzo de corte máx. que resiste el concreto

$$V_c = .53 \phi \sqrt{f'_c} = .53 \times .85 \times \sqrt{210} = 6.53 \text{ Kg/cm}^2$$

c) Cálculo de las cargas:

Carga muerta: concreto $2400 \text{ Kg/m}^3 \times .11$	= 264 Kg/m^2
repello y cernido (debajo)	= 25 "
piso (encima)	= <u>60</u> "
Total carga muerta (CM)	= 349 "
Carga viva: para oficina (CV)	= 400 "

$$\text{Carga de diseño: } \omega = 1.5 \times \text{CM} + 1.8 \times \text{CV} = 1244 \text{ Kg/cm}^2$$

d) Peralte útil o efectivo: El peralte efectivo varía según la cama de refuerzo de que se trate. La cama inferior tendrá un peralte efectivo igual al espesor menos el recubrimiento libre menos medio diámetro del refuerzo a usarse. La cama sobre ésta tendrá ese peralte menos un diámetro del refuerzo a usarse. Voy a suponer que se usará refuerzo #4, con un diámetro de 1.27 cm en ambos sentidos; esto no deja de ser un poco conservador, pero permite libertad suficiente al escoger el refuerzo a colocarse. Como se desconoce en que sentido estará el mayor momento, que por lo tanto requerirá un mayor peralte, llamaré a los peraltes d_1 y d_2 hasta conocer el sentido en que se colocarán. Así

$$d_1 = t - \text{rec. libre} - \text{diam}/2 = 11 - 2 - 1.27/2 = 8.36 \text{ cm}$$

$$d_2 = d_1 - \text{diam} = 8.36 - 1.27 = 7.09 \text{ cm}$$

e) Bandas en la losa: En primer lugar escogí las líneas de discontinuidad indicadas en la figura 12. Así se formaron las bandas B1 y B2 en el sentido X y las bandas B3, B4 y B5 en el sentido Y.

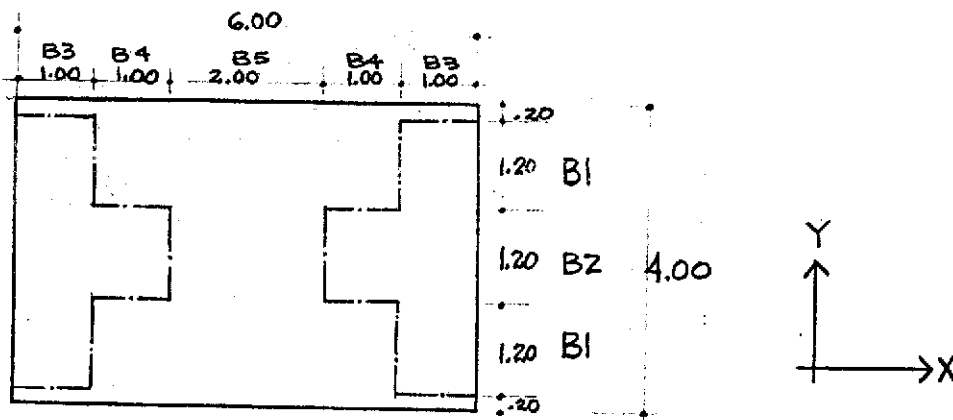


FIGURA 12

f) Momentos y cortes: Para facilitar el cálculo y poder escoger directamente el refuerzo en la tabla del apéndice III, es conveniente calcular los momentos y cortes para secciones de 1 m de ancho. En todas las bandas de este diseño el momento $M = \omega s^2/2$ y el corte máximo $V = \omega s$. El proceso de cálculo está tabulado abajo.

	B1	B2	B3	B4	B5
L (m)	6.00	6.00	4.00	4.00	4.00
s (m)	1.00	2.00	0.20	1.40	2.00
M (Kg·m)	622	2488	24.88	124	2488
d (cm)	7.09	7.09	8.36	8.36	8.36
$K' = M/bd^2$.1235	.4940	.0036	.1775	.3560
p	.0051	.0242	min	.0075	.0162
As (cm ²)	3.62	17.2	2.2	6.28	13.55
V (Kg)	1244	2488	248.8	174	2488
$v_u = V/bd$	1.75	3.5	0.29	2.4	2.9

no se necesita reforzar por corte.

DISEÑO 2. LOSA SIMPLEMENTE SOPORTADA. Líneas de discontinuidad triangulares. La misma losa del diseño 1. Los cálculos a) hasta d) son los mismos que los del diseño 1.

e) Bandas en la losa: Escogí las líneas de discontinuidad como se indica en la figura 13. Forme las bandas B1 en el sentido X desde el extremo hasta el punto medio de la losa porque era lo suficientemente corta para hacerlo sin afectar el momento. Por otro lado, al probar hacer dos bandas el refuerzo de la del extremo es un mínimo. En el sentido Y se formaron las bandas B2 y B3.

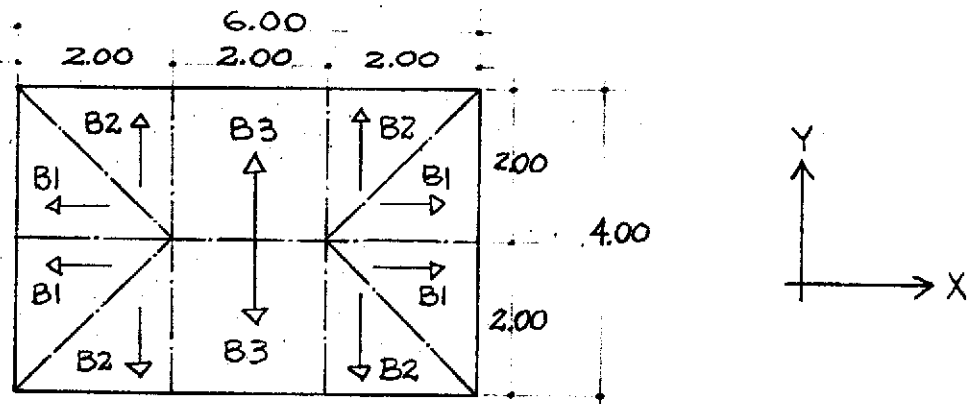


FIGURA 13

f) Momentos y cortes: Los momentos están calculados usando la condición (10). Para los cortes escogí siempre el máximo posible para cada banda. Abajo está tabulado el proceso de cálculo.

	B1	B2	B3
s'	0	0	2.00
s''	2.00	2.00	2.00
s'/s''	0	0	1
K	1.333	1.333	1
$(s'+s'')^2/4$	1	1	4

(continúa la tabulación)

	B1	B2	B3
M	829	829	2488
d	7.09	8.36	8.36
$K' = M/bd^2$.1649	.1186	.3560
p	.0069	.0049	.0162
As	4.9	4.1	13.54
$V = \omega s''$	2488	2488	2488
$v_u = V/bd$	3.51	2.98	2.98

No necesita refuerzo por corte.

DISEÑO 3. LÓSA SIMPLEMENTE SOPORTADA CON AGUJERO ASIMETRICO. Una de 5 x 6 m con un agujero de 1.5 x 1 m como se indica en la figura 14.

a) Estimación del espesor: $\text{perímetro}/180 = 12.22 \text{ cm}$; usaré $t = 13 \text{ cm}$

b) Acero mínimo: $A_s \text{ min} = .002bt = .002 \times 100 \times 13 = 2.6 \text{ cm}^2$

c) Cargas: Carga Muerta:

$$\text{concreto } 2400 \text{ Kg/m}^3 \times .13 = 312 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{repello y cernido} = 25 \text{ "}$$

$$\text{piso} = \underline{60} \text{ "}$$

$$\text{total carga muerta} = 397 \text{ "}$$

$$\text{Carga viva} = 400 \text{ "}$$

$$\text{Carga de diseño} = 1.5 \times CM + 1.8 \times CV = 1315.5 \text{ Kg/m}^2$$

d) Peralte Útil: $d1 = 13 - 2 - 1.27/2 = 10.36$

$$d2 = 10.36 - 1.27 = 9.09$$

e) Bandas en la losa: Escogí las líneas de discontinuidad como se indica en la figura 14. En el sentido Y se formaron las bandas B1 a B7. En el sentido X se formaron las bandas B8 a B10. Es de notarse que las bandas B3, B5 y B9 soportan no solo su propio peso sino las cargas provenientes de las reacciones de las bandas B10, B8 y B4 respectivamente. Es obvio que la banda que resultará con mayor momento es la B3, seguida de la B5. Por consiguiente, el mayor peralte efectivo deberá estar en el sentido Y. En la figura 14 también se indican como están cargadas las bandas, considerando una franja de ancho unitario para cada una.

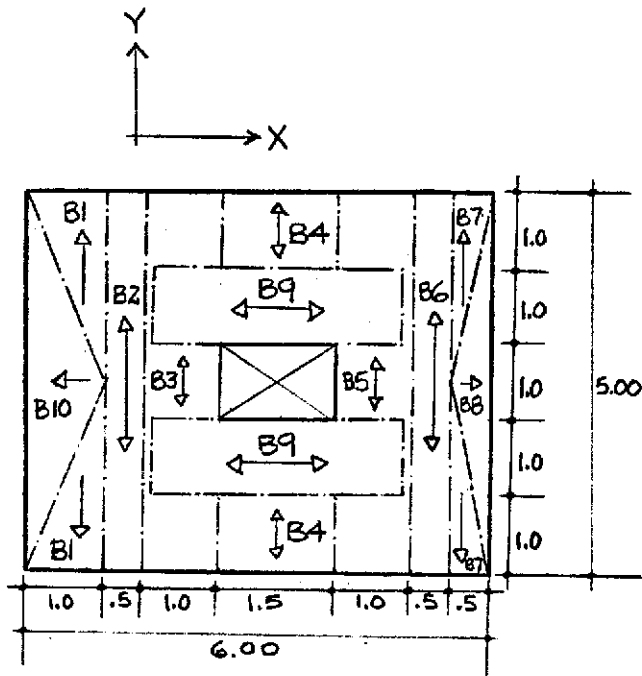
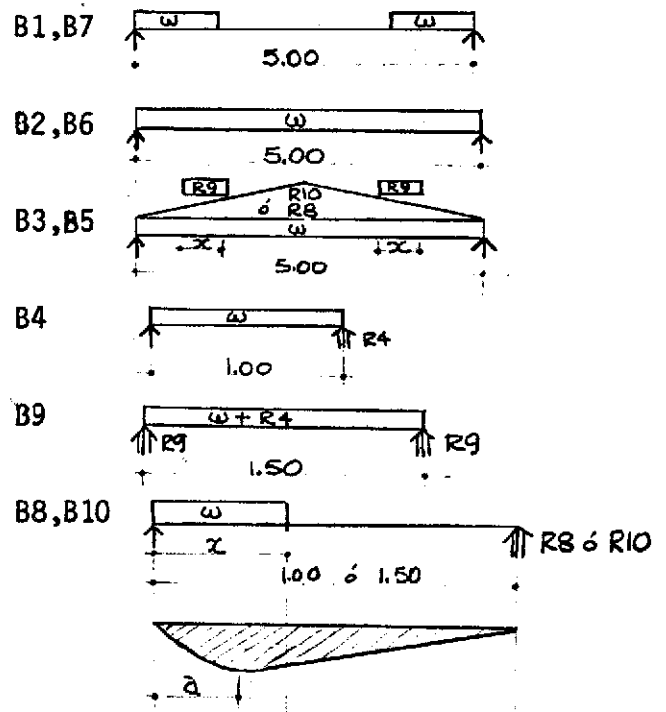


FIGURA 14

Esquemas de cargas en las bandas.



f) Momentos y cortes: El cálculo de las bandas B1, B2, B4, B6, B7 y B9 está tabulado abajo. Todas tienen carga ω a excepción de la banda B9, cuya carga es $(\omega + R4)$, por lo que primero se calcula la columna B4 y se encuentra R4. La reacción R4 debe distribuirse a lo ancho de la banda B9, pero el ancho de ésta es de un metro, por lo que el valor numérico resulta el mismo.

	B1	B2	B4	B6	B7	B9	
L	5.00	5.00	1.00	5.00	5.00	1.50	
s'	0	2.50	1.25	2.50	0	0.75	
s''	2.50	2.50	1.25	2.50	2.50	0.75	
s'/s''	0	1	1	1	0	1	
K	1.333	1	1	1	1.333	1	
$(s'+s'')^2/4$	1.563	6.25	1.563	6.25	1.563	.5625	
M	1370	4111	164.4	4111	1370	555	
d	10.36	10.36	10.36	10.36	10.36	9.09	
K'	.1277	.3830	.0153	.3830	.1277	.0672	
p	.0053	.0176	min	.0176	.0053	.0028	
As	5.49	18.23	2.6	18.23	5.49	2.74	
Rmax=V max	3290	3290	657.8	3290	3290	493.3	
v_u	3.18	3.18	.63	1.59	3.18	.54	No necesitan ref.

El cálculo de las bandas B8 y B10 varía con respecto a las de arriba. Por esto está tabulado aparte. Los momentos flexionantes resultaron tan bajos en la parte de mayor momento que no consideré necesario promediarlos puesto que siempre darían un refuerzo mínimo.

Los valores de las reacciones R_0 y $R_{2.5}$ corresponden a franjas en ambos extremos de la banda. También los momentos M_0 y M_{max} siguen este criterio de nomenclatura. El término R en las condiciones de a y del momento máximo corresponde a $R_{2.5}$, que también es el valor de R_8 y de R_{10} en los esquemas de cargas para las bandas B5 y B3 respectivamente. De nuevo estos valores deben distribuirse en el ancho de cada banda, pero puesto que el ancho es de un metro el valor numérico es el mismo.

	B8	B10
R_0	0	0
x	0.50	1.00
L	1.00	1.50
$R_{2.5} = .5\omega x^2/L$	164.44	438.5
M_0	0	0
$a = 1 - R/\omega$	0.375	0.6667
$M_{max} = (1-R)a - \omega a/2$	92.5125	292.33
d	9.09	9.09
K'	.0112	.0354
p	min	min
As	2.6	2.6
v_u	.181	.484

Las expresiones del corte y del momento para las bandas B3 y B5 están en fun-

ción de R que corresponde a las reacciones R10 y R8 distribuidas a lo ancho de cada banda , y de la reacción R9 también distribuida a lo ancho, así

$$V = \omega L/2 + R \cdot L/4 + R9 \cdot x \quad (39)$$

y por consiguiente

$$M \text{ max} = 2.5 \cdot V - \omega L^2/8 - R \cdot L^2/24 - (L/2 - x) \cdot x \cdot R9 \quad (40)$$

La tabulación está abajo

	B3	B5	
L	5.00	5.00	
x	1.00	1.00	
R	438.5	164.44	
R9	493.3	493.3	
V	4330	3988	
M max	5518	4776	
d	10.36	10.36	
K'	.5141	.4449	
p	.0255	.0212	
As	26.4	21.95	
v _u	4.18	3.85	No necesitan ref. a corte

DISEÑO 4. LOSA EMPOTRADA. La misma losa del diseño 1. Los bordes están empotrados. Los cálculos a) hasta d) son los mismos que los del diseño 1. Las bandas en la losa son las mismas que las del diseño 2.

f) Momentos y cortes: De las bandas indicadas en la figura 15, y aplicando las condiciones (35) a (38) del punto 5 ha sido calculada la tabulación de abajo

	B1	B2	B3
L	4.00	4.00	6.00
s'	0	2.00	0
s''	2.00	2.00	2.00
M(-)	622	1659	691
K'	.0890	.2374	.1375
p(-)	.0037	.0103	.0057
As(-)	3.09	8.61	4.04
M	207	829	138
K'	.0297	.1187	.0275
p	min	.0049	min
As	2.2	4.1	2.2
V	2488	2488	2488
v _u	2.98	2.98	3.51

No se necesita refuerzo para el corte.

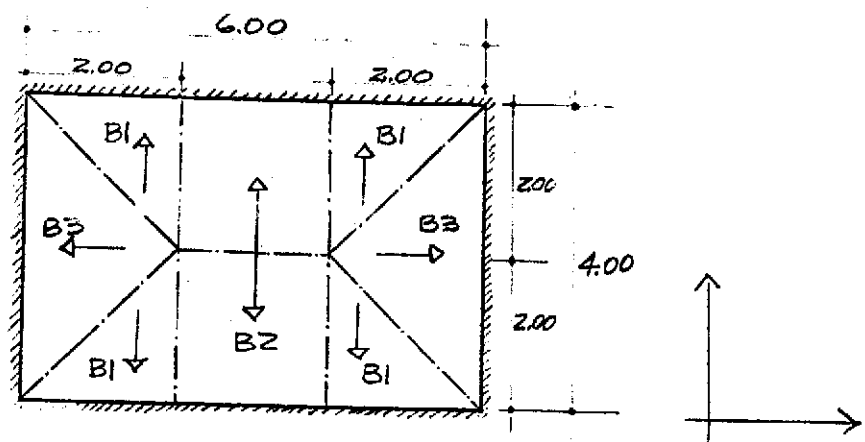


FIGURA 15

DISEÑO 5. LOSA CON COLUMNA EN EL CENTRO Y APOYOS SIMPLEMENTE SOPORTADOS. La misma losa del diseño 1. Los cálculos a) hasta d) son los mismos que los del diseño 1.

e) Bandas en la losa: En la figura 16 están las líneas de discontinuidad que dieron origen a las bandas B1, B2 y B4 en el sentido Y y las bandas B3 y B5 en el sentido X. La columna se estimó de .25 x .25 m, dimensiones mínimas sugeridas por la ACI (ver ref. 8, 9). Los rectángulos resultantes en las partes fuera de las bandas B4 y B5 son iguales en las cuatro esquinas. Se indican los esquemas de como están cargadas las bandas.

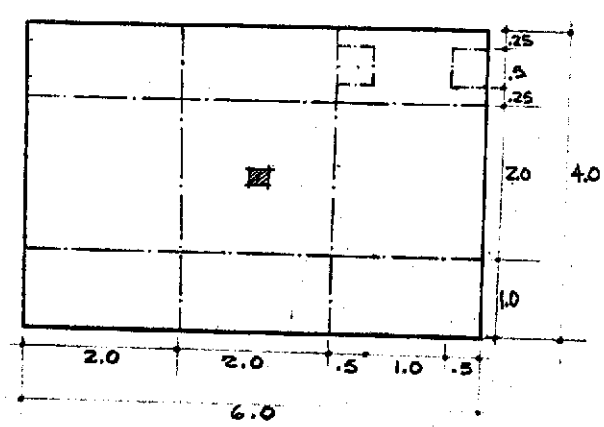
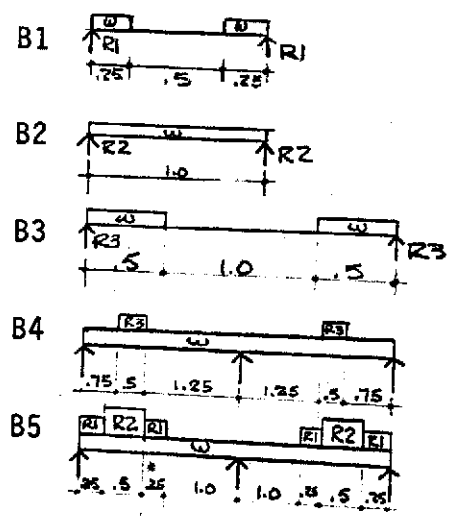


FIGURA 16

Esquemas de cargas en bandas



f) Momentos y cortes: En la tabulación de abajo están los momentos y los cortes de las bandas B1, B2 y B3. La reacción R3 debe distribuirse en la mitad del ancho de la banda B4, pues en la otra mitad se distribuye la del otro lado. El valor numérico resulta el mismo. El momento en las bandas B1, B2 y B3 está calculado como $M = \omega s^2/2$.

	B1	B2	B3
L	1.00	1.00	2.00
s"	0.25	0.50	0.50
M	38.875	155.5	155.5
d	7.09	7.09	8.36
K'	.0077	.0309	.0222
p	min	min	min
R = V	155.5	311	311
v_u	.22	.44	.37 No necesita refuerzo de corte

Para el diseño de la banda B4 se puede usar cualquier método para distribuir los momentos. Usando el método de Cross obtuve los siguientes valores:

Reacción en el extremo = R = 1032 Kg

Corte al centro de col. = V = 1611.8

Momento en columna = M(-) = 658 Kg·m; K'=.1309; p=.0055; As= 3.90 cm²

Momento positivo máximo = M = 383 Kg·m; K'=.0762; p=.0031; As= 2.20 cm²

Para verificar si necesita refuerzo de corte en la columna:

$$b_o = 4(25 + 7.09) = 128.36; \quad v_u = V/b_o \cdot d = 1.77 \text{ (OK)}$$

El diseño de la banda B5 es similar al de la banda B4. Los valores obtenidos son:

$$R = 1077 \text{ Kg}$$

$$V = 1645 \text{ Kg}$$

$$M(-) = 684.7 \text{ Kg}\cdot\text{m}; d = 8.36; K'=.0980; p=.0040; A_s=3.34$$

$$M = 374.8; K' = .0536; p=.0022; A_s = 1.84$$

Refuerzo por corte: $b_o = 4(25 + 8.36) = 133.44$; $v_u = 1.48 < 6.53$.

Tanto para la banda B4 como para la banda B5 no se necesita refuerzo por corte. Un diseño más ajustado a la realidad hubiese sido considerando parte de la carga en la zona donde se cruzan las bandas B4 y B5. Por ejemplo, se podría haber considerado que en esa región cargaba cada banda la mitad de ω . Sin embargo, el sobrediseño que se hizo es mínimo debido a los momentos bajos.

S. APENDICE

APENDICE I. TABLAS PARA EL CALCULO DE LA PROPORCION DE REFUERZO (p) PARA DISEÑO DE LOSAS Y VIGAS.

A partir de la condición $Mu = \phi (bd^2 \cdot f'c \cdot q \cdot (1 - .59q))$ donde $q = p \cdot fy / f'c$ y suponiendo a fy & $f'c$ como valores constantes para una tabla dada, se puede substituir el valor de q y obtener la condición

$$Mu/bd^2 = .9fy \cdot p - (.59 \times .9)fy^2 \cdot p^2 / f'c$$

que es de la forma

$$K' = A \cdot p + B \cdot p^2$$

de donde se pueden deducir valores de $K' = Mu/bd^2$ para toda la gama de valores de p con fy & $f'c$ constantes. De acuerdo con el código ACI 318-63 los valores mínimos y máximos de p son:

$$p \text{ min para losas} = .002; \quad As \text{ min} = .002bt$$

$$p \text{ min para vigas} = 14/fy$$

$$p \text{ para no verificar deflexiones en vigas} = p \text{ no delta} = .18 \cdot f'c / fy$$

$$p \text{ max} = .75(.85 \times .85) \cdot f'c / fy \cdot (6100 / (6100 + fy))$$

En caso de requerirse mayor refuerzo del especificado por $p \text{ max}$ es necesario reforzar a compresión o bien cambiar las dimensiones de la viga.

El área de acero As requerida es igual a pbd , a excepción del acero mínimo para losas.

Diseño con las Tablas.

A) LOSAS O VIGAS RECTANGULARES CON REFUERZO SOLO A TENSION

A.1) Calcular Mu (momento flexionante en $Kg \cdot m$)

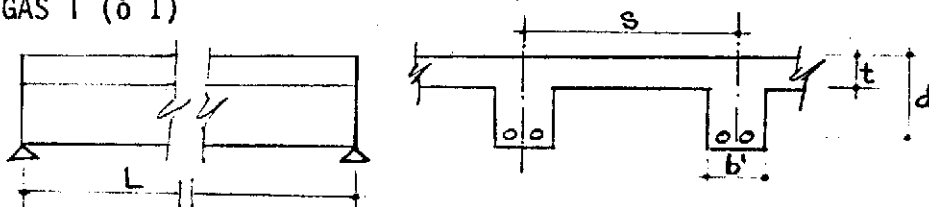
A.2) Con este valor, calcular $K' = Mu/bd^2$

- A.3) Buscar la tabla adecuada para los f_y & f'_c deseados
- A.4) Con el valor de K' determinar p en la tabla; verificar si está entre los límites permisibles.
- A.5) Calcular $A_s = pbd$
- A.6) Para determinar las barras a usarse, buscarlas en el apéndice II o en el apéndice III
- A.7) Si el valor de p es mayor que p_{max} , es necesario reforzar a compresión; se usa el procedimiento indicado en B.

B) VIGAS RECTANGULARES CON REFUERZO A COMPRESION.

- B.1) Calcular M_{1u} para K' máxima: $M_{1u} = K' \cdot bd^2$
- B.2) Calcular el momento M_{2u} que absorbe el refuerzo a compresión:
$$M_{2u} = M_u - M_{1u}$$
- B.3) Calcular el refuerzo a compresión: $A'_s = M_{2u} / (.9 \cdot f_y \cdot (d - d'))$
- B.4) Calcular el refuerzo a tensión: $A_s = (p_{max}) \cdot bd + A'_s$
- B.5) Para determinar barras, usar el apéndice II.

C) VIGAS T (ó I)



- C.1) Determinar b , el menor valor de: i) $b=8t$; ii) $b = s/2$
- C.2) Si la viga sólo tiene ala de un lado, b será el menor de:
i) $b = L/12$; ii) $b = 6t$; iii) $b = s/2$
- C.3) Calcular $K' = M_u / bd^2$
- C.4) De la tabla apropiada, determinar p
- C.5) Calcular $c = 1.3882 \cdot pd \cdot f_y / f'_c$

- C.6) Comparar t con c : i) Si $t \geq c$, es una falsa T, diseñar según A.6
ii) Si $t < c$, es una T, continuar con C.7

C.7) Calcular el refuerzo para el ala: $A_{sf} = .85(b - b') \cdot t \cdot f'_c / f_y$

C.8) Calcular el momento que absorbe el ala: $M_{uf} = A_{sf} \cdot (d - t/2) \cdot f_y$

C.9) Calcular el momento que toma el nervio: $M_{uw} = M_u - M_{uf}$

C.10) Calcular K' del nervio: $K' = M_{uw} / (b' \cdot d^2)$

C.11) De las tablas apropiadas, determinar p'

C.12) Calcular el refuerzo total del nervio: $A_s = p' \cdot b' \cdot d + A_{sf}$

C.13) Escoger las barras con la tabla del apéndice II

TABLA DE VALORES DE $K=MU/(B*D*D)$ CON $MU(KG-M)$,
 B Y D (CM)

FY= 2320. F' C= 210.

P MIN LOSAS= .002
 P MIN VIGAS= .0060
 P NO DELTA= .0163
 P MAX= .0355

P	.0000	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007	.0008	.0009
.002	.0412	.0432	.0453	.0473	.0493	.0513	.0534	.0554	.0574	.0594
.003	.0614	.0634	.0654	.0674	.0694	.0714	.0734	.0754	.0774	.0794
.004	.0813	.0833	.0853	.0873	.0892	.0912	.0932	.0951	.0971	.0990
.005	.1010	.1029	.1049	.1068	.1088	.1107	.1127	.1146	.1165	.1185
.006	.1204	.1223	.1242	.1261	.1281	.1300	.1319	.1338	.1357	.1376
.007	.1395	.1414	.1433	.1452	.1471	.1489	.1508	.1527	.1546	.1565
.008	.1583	.1602	.1621	.1639	.1658	.1676	.1695	.1714	.1732	.1751
.009	.1769	.1787	.1806	.1824	.1842	.1861	.1879	.1897	.1916	.1934
.010	.1952	.1970	.1988	.2006	.2024	.2042	.2060	.2078	.2096	.2114
.011	.2132	.2150	.2168	.2186	.2203	.2221	.2239	.2257	.2274	.2292
.012	.2310	.2327	.2345	.2362	.2380	.2397	.2415	.2432	.2450	.2467
.013	.2484	.2502	.2519	.2536	.2554	.2571	.2588	.2605	.2622	.2639
.014	.2656	.2674	.2691	.2708	.2725	.2741	.2758	.2775	.2792	.2809
.015	.2826	.2843	.2859	.2876	.2893	.2909	.2926	.2943	.2959	.2976
.016	.2992	.3009	.3025	.3042	.3058	.3075	.3091	.3107	.3124	.3140
.017	.3156	.3173	.3189	.3205	.3221	.3237	.3253	.3269	.3285	.3301
.018	.3317	.3333	.3349	.3365	.3381	.3397	.3413	.3429	.3444	.3460
.019	.3476	.3492	.3507	.3523	.3539	.3554	.3570	.3585	.3601	.3616
.020	.3632	.3647	.3662	.3678	.3693	.3708	.3724	.3739	.3754	.3769
.021	.3785	.3800	.3815	.3830	.3845	.3860	.3875	.3890	.3905	.3920
.022	.3935	.3950	.3965	.3979	.3994	.4009	.4024	.4038	.4053	.4068
.023	.4082	.4097	.4112	.4126	.4141	.4155	.4170	.4184	.4199	.4213
.024	.4227	.4242	.4256	.4270	.4284	.4299	.4313	.4327	.4341	.4355
.025	.4369	.4383	.4397	.4411	.4425	.4439	.4453	.4467	.4481	.4495
.026	.4509	.4523	.4536	.4550	.4564	.4577	.4591	.4605	.4618	.4632
.027	.4645	.4659	.4672	.4686	.4699	.4713	.4726	.4739	.4753	.4766
.028	.4779	.4793	.4806	.4819	.4832	.4845	.4858	.4872	.4885	.4898
.029	.4911	.4924	.4937	.4949	.4962	.4975	.4988	.5001	.5014	.5026
.030	.5039	.5052	.5064	.5077	.5090	.5102	.5115	.5127	.5140	.5152
.031	.5165	.5177	.5190	.5202	.5214	.5227	.5239	.5251	.5264	.5276
.032	.5288	.5300	.5312	.5324	.5336	.5348	.5360	.5372	.5384	.5396
.033	.5408	.5420	.5432	.5444	.5456	.5467	.5479	.5491	.5503	.5514
.034	.5526	.5538	.5549	.5561	.5572	.5584	.5595	.5607	.5618	.5629
.035	.5641	.5652	.5663	.5675	.5686	.5697				

TABLA DE VALORES DE $K^1 = \mu / (B \cdot D \cdot D)$ CON μ (KG-M),
 B Y D (CM)
FY= 2810. F'C= 210.

P MIN LOSAS= .002
 P MIN VIGAS= .0050
 P NO DELTA= .0135
 P MAX= .0277

P	.0000	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007	.0008	.0009
.002	.0498	.0522	.0547	.0571	.0595	.0620	.0644	.0668	.0692	.0717
.003	.0741	.0765	.0789	.0813	.0837	.0861	.0885	.0908	.0932	.0956
.004	.0980	.1003	.1027	.1051	.1074	.1098	.1121	.1145	.1168	.1191
.005	.1215	.1238	.1261	.1284	.1307	.1331	.1354	.1377	.1400	.1423
.006	.1446	.1468	.1491	.1514	.1537	.1559	.1582	.1605	.1627	.1650
.007	.1672	.1695	.1717	.1740	.1762	.1784	.1807	.1829	.1851	.1873
.008	.1895	.1917	.1940	.1962	.1983	.2005	.2027	.2049	.2071	.2093
.009	.2114	.2136	.2158	.2179	.2201	.2222	.2244	.2265	.2287	.2308
.010	.2329	.2351	.2372	.2393	.2414	.2435	.2456	.2477	.2498	.2519
.011	.2540	.2561	.2582	.2603	.2624	.2644	.2665	.2686	.2706	.2727
.012	.2747	.2768	.2788	.2809	.2829	.2849	.2870	.2890	.2910	.2930
.013	.2950	.2970	.2990	.3010	.3030	.3050	.3070	.3090	.3110	.3130
.014	.3149	.3169	.3189	.3208	.3228	.3247	.3267	.3286	.3306	.3325
.015	.3344	.3364	.3383	.3402	.3421	.3440	.3459	.3478	.3497	.3516
.016	.3535	.3554	.3573	.3592	.3611	.3629	.3648	.3667	.3685	.3704
.017	.3722	.3741	.3759	.3778	.3796	.3814	.3833	.3851	.3869	.3887
.018	.3905	.3923	.3941	.3959	.3977	.3995	.4013	.4031	.4049	.4067
.019	.4084	.4102	.4120	.4137	.4155	.4172	.4190	.4207	.4225	.4242
.020	.4259	.4277	.4294	.4311	.4328	.4345	.4362	.4380	.4397	.4413
.021	.4430	.4447	.4464	.4481	.4498	.4514	.4531	.4548	.4564	.4581
.022	.4597	.4614	.4630	.4647	.4663	.4679	.4696	.4712	.4728	.4744
.023	.4761	.4777	.4793	.4809	.4825	.4841	.4856	.4872	.4888	.4904
.024	.4920	.4935	.4951	.4967	.4982	.4998	.5013	.5029	.5044	.5059
.025	.5075	.5090	.5105	.5120	.5136	.5151	.5166	.5181	.5196	.5211
.026	.5226	.5241	.5255	.5270	.5285	.5300	.5314	.5329	.5344	.5358
.027	.5373	.5387	.5402	.5416	.5430	.5445	.5459	.5473		

TABLA DE VALORES DE $K^1 = \mu / (B \cdot D \cdot D)$ CON μ (KG-M),
 B Y D (CM)

FY= 2320. F'C= 281.

P MIN LOSAS= .002
 P MIN VIGAS= .0060
 P NO DELTA= .0218
 P MAX= .0475

P	.0000	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007	.0008	.0009
.002	.0414	.0434	.0454	.0475	.0495	.0516	.0536	.0556	.0577	.0597
.003	.0617	.0638	.0658	.0678	.0698	.0718	.0738	.0759	.0779	.0799
.004	.0819	.0839	.0859	.0879	.0899	.0919	.0939	.0959	.0979	.0999
.005	.1019	.1038	.1058	.1078	.1098	.1118	.1137	.1157	.1177	.1197
.006	.1216	.1236	.1255	.1275	.1295	.1314	.1334	.1353	.1373	.1392
.007	.1412	.1431	.1451	.1470	.1489	.1509	.1528	.1547	.1567	.1586
.008	.1605	.1625	.1644	.1663	.1682	.1701	.1720	.1740	.1759	.1778
.009	.1797	.1816	.1835	.1854	.1873	.1892	.1911	.1930	.1949	.1967
.010	.1986	.2005	.2024	.2043	.2062	.2080	.2099	.2118	.2136	.2155
.011	.2174	.2192	.2211	.2230	.2248	.2267	.2285	.2304	.2322	.2341
.012	.2359	.2378	.2396	.2414	.2433	.2451	.2469	.2488	.2506	.2524
.013	.2543	.2561	.2579	.2597	.2615	.2633	.2652	.2670	.2688	.2706
.014	.2724	.2742	.2760	.2778	.2796	.2814	.2832	.2850	.2867	.2885
.015	.2903	.2921	.2939	.2957	.2974	.2992	.3010	.3027	.3045	.3063
.016	.3080	.3098	.3116	.3133	.3151	.3168	.3186	.3203	.3221	.3238
.017	.3256	.3273	.3290	.3308	.3325	.3343	.3360	.3377	.3394	.3412
.018	.3429	.3446	.3463	.3480	.3498	.3515	.3532	.3549	.3566	.3583
.019	.3600	.3617	.3634	.3651	.3668	.3685	.3702	.3719	.3735	.3752
.020	.3769	.3786	.3803	.3820	.3836	.3853	.3870	.3886	.3903	.3920
.021	.3936	.3953	.3969	.3986	.4003	.4019	.4036	.4052	.4068	.4085
.022	.4101	.4118	.4134	.4150	.4167	.4183	.4199	.4216	.4232	.4248
.023	.4264	.4281	.4297	.4313	.4329	.4345	.4361	.4377	.4393	.4409
.024	.4425	.4441	.4457	.4473	.4489	.4505	.4521	.4537	.4553	.4569
.025	.4584	.4600	.4616	.4632	.4647	.4663	.4679	.4694	.4710	.4726
.026	.4741	.4757	.4772	.4788	.4803	.4819	.4834	.4850	.4865	.4881
.027	.4896	.4912	.4927	.4942	.4958	.4973	.4988	.5003	.5019	.5034
.028	.5049	.5064	.5079	.5094	.5110	.5125	.5140	.5155	.5170	.5185
.029	.5200	.5215	.5230	.5245	.5260	.5274	.5289	.5304	.5319	.5334
.030	.5349	.5363	.5378	.5393	.5408	.5422	.5437	.5452	.5466	.5481
.031	.5495	.5510	.5524	.5539	.5553	.5568	.5582	.5597	.5611	.5626
.032	.5640	.5654	.5669	.5683	.5697	.5712	.5726	.5740	.5754	.5769
.033	.5783	.5797	.5811	.5825	.5839	.5853	.5867	.5881	.5895	.5909
.034	.5923	.5937	.5951	.5965	.5979	.5993	.6007	.6021	.6034	.6048
.035	.6062	.6076	.6090	.6103	.6117	.6131	.6144	.6158	.6171	.6185
.036	.6199	.6212	.6226	.6239	.6253	.6266	.6280	.6293	.6306	.6320
.037	.6333	.6347	.6360	.6373	.6386	.6400	.6413	.6426	.6439	.6453
.038	.6466	.6479	.6492	.6505	.6518	.6531	.6544	.6557	.6570	.6583
.039	.6596	.6609	.6622	.6635	.6648	.6661	.6673	.6686	.6699	.6712
.040	.6725	.6737	.6750	.6763	.6775	.6788	.6801	.6813	.6826	.6839
.041	.6851	.6864	.6876	.6889	.6901	.6913	.6926	.6938	.6951	.6963
.042	.6975	.6988	.7000	.7012	.7025	.7037	.7049	.7061	.7073	.7086
.043	.7098	.7110	.7122	.7134	.7146	.7158	.7170	.7182	.7194	.7206
.044	.7218	.7230	.7242	.7254	.7266	.7277	.7289	.7301	.7313	.7325
.045	.7336	.7348	.7360	.7371	.7383	.7395	.7406	.7418	.7430	.7441
.046	.7453	.7464	.7476	.7487	.7499	.7510	.7521	.7533	.7544	.7555
.047	.7567	.7578	.7589	.7601	.7612	.7623				

APENDICE II. AREAS Y PERIMETROS DE VARIAS COMBINACIONES DE BARRAS

AREAS Y PERIMETROS DE VARIAS COMBINACIONES DE BARRAS.

Calculado por el Ing. Pablo Gutiérrez S.

As en cm² (números superiores)
 Zo en cm (números inferiores)

BARRA	DIAM.	AREA	PERIM.					
				#	cm	cm ²	cm	
1	0.64	0.32	2.01	1	2	3	4	5
2	0.95	0.71	2.98	2	3	4	5	6
3	1.27	1.27	4.0	3	4	5	6	7
4	1.59	1.98	5.0	4	5	6	7	8
5	1.91	2.84	6.0	5	6	7	8	9
6	2.22	3.87	7.0	6	7	8	9	10
7	2.54	5.07	8.0	7	8	9	10	11
8	2.86	6.45	9.0	8	9	10	11	
9	3.22	8.16	10.1	9	10	11		
10	3.58	10.06	11.3	10	11			
11				11				

APENDICE III. AREAS Y PERIMETROS DE BARRAS PARA SECCIONES DE 1.00 M.
DE ANCHO.

AREAS Y PERIMETROS DE BARRAS PARA SECCIONES DE 1.00 M. DE ANCHO
Calculado por el Ing. Pablo Gutiérrez S.

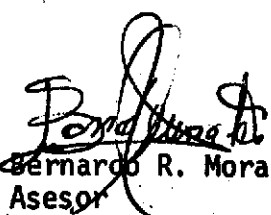
s	nº2	nº3	nº4	nº5	nº6	nº7	nº8	nº9	nº10	nº11	s
.05	6.31 39.8	14.20 59.4	25.30 79.8	39.60 99.6	57.00 119.5						.05
.06	5.27 33.2	11.82 49.5	21.10 66.5	33.00 83.0	47.50 99.5	64.50 116.2					.06
.07	4.52 28.4	10.14 42.4	18.10 57.9	28.30 71.2	40.70 85.5	55.20 99.6	72.40 114.0				.07
.08	3.95 24.9	8.87 37.2	15.80 49.8	24.75 62.3	35.65 74.7	48.30 87.2	63.30 99.6	80.60 112.8			.08
.09	3.51 22.1	7.89 33.0	14.08 44.3	22.00 55.4	31.70 66.5	43.00 77.5	56.30 88.5	71.70 100.1	90.70 112.5		.09
.10	3.16 19.9	7.10 29.7	12.65 39.9	19.80 49.8	28.50 59.8	38.70 69.8	50.70 79.7	64.50 90.2	81.60 101.2	100.8 112.7	.10
.11	2.88 18.1	6.45 27.0	11.50 36.3	18.00 45.3	25.90 54.3	35.20 63.5	46.00 72.5	58.70 82.0	74.20 92.0	91.60 102.2	.11
.12	2.64 16.6	5.91 24.8	10.53 33.2	16.50 41.5	23.80 49.8	32.20 58.1	42.20 66.4	53.70 75.1	68.00 84.4	83.90 93.8	.12
.13	2.43 15.3	5.46 22.8	9.72 30.7	15.20 38.3	21.90 46.0	29.75 53.7	38.90 61.3	49.60 69.4	62.70 77.8	77.50 86.5	.13
.14	2.26 14.2	5.07 21.2	9.04 28.5	14.13 35.6	20.40 42.7	27.60 49.8	36.20 57.0	46.10 64.4	58.30 72.3	72.00 80.4	.14
.15	2.10 13.3	4.73 19.8	8.43 26.6	13.20 33.2	19.00 39.8	25.80 46.5	33.80 53.1	43.00 60.1	54.40 67.5	67.20 75.0	.15
.16	1.98 12.4	4.44 18.6	7.90 25.0	12.39 31.2	17.82 37.4	24.20 43.6	31.65 49.8	40.30 56.3	51.00 63.3	63.00 70.3	.16
.17	1.86 11.7	4.17 17.5	7.44 23.4	11.63 29.3	16.78 35.2	22.75 41.0	29.80 46.9	37.90 53.0	48.00 59.5	59.25 66.2	.17
.18	1.75 11.0	3.94 16.5	7.02 22.2	11.00 27.7	15.85 33.2	21.50 38.8	28.10 44.3	35.85 50.1	45.30 56.2	56.00 62.5	.18
.19	1.66 10.5	3.74 15.6	6.65 21.0	10.42 26.2	15.00 31.5	20.35 36.7	26.65 41.9	33.95 47.5	42.90 53.2	53.00 59.2	.19
.20	1.58 9.9	3.55 14.8	6.32 19.9	9.89 24.9	14.25 29.9	19.32 34.9	25.30 39.8	32.25 45.1	40.75 50.6	50.40 56.3	.20
.21	1.50 9.5	3.38 14.1	6.02 19.0	9.43 23.7	13.58 28.5	18.41 33.2	24.10 38.0	30.70 42.9	38.85 48.2	48.00 53.6	.21
.22	1.44 9.0	3.22 13.5	5.75 18.1	9.00 22.6	12.95 27.2	17.60 31.7	23.00 36.2	29.30 41.0	37.10 46.0	45.80 51.2	.22
.23	1.37 8.6	3.08 12.9	5.49 17.3	8.60 21.7	12.40 26.0	16.81 30.4	22.00 34.7	28.00 39.2	35.50 44.0	43.80 48.9	.23
.24	1.32 8.3	2.96 12.4	5.27 16.6	8.25 20.8	11.88 24.9	16.11 29.1	21.10 33.2	26.85 37.6	34.00 42.2	42.00 46.9	.24
.25	1.26 7.9	2.84 11.9	5.06 16.0	7.92 19.9	11.40 23.9	15.48 27.9	20.25 31.9	25.80 36.1	32.60 40.5	40.30 45.0	.25
.26	1.22 7.6	2.73 11.4	4.87 15.3	7.61 19.2	10.98 23.0	14.88 26.8	19.48 30.6	24.80 34.7	31.20 38.9	38.75 43.2	.26
.27	1.17 7.4	2.63 11.0	4.68 14.8	7.33 18.4	10.55 22.1	14.32 25.8	18.75 29.5	23.90 33.4	30.20 37.5	37.30 41.7	.27
.28	1.13 7.1	2.54 10.6	4.52 14.2	7.07 17.8	10.19 21.4	13.80 24.9	18.10 28.4	23.00 32.2	29.15 36.2	36.00 40.2	.28
.29	1.09 6.9	2.45 10.2	4.36 13.8	6.82 17.2	9.83 20.6	13.32 24.0	17.47 27.5	22.25 31.1	28.15 34.9	34.70 38.8	.29
.30	1.05 6.6	2.36 9.9	4.22 13.3	6.60 16.6	9.50 19.9	12.90 23.3	16.90 26.6	21.50 30.1	27.20 33.8	33.60 37.6	.30
.32	0.99 6.2	2.22 9.3	3.95 12.5	6.18 15.6	8.90 18.7	12.09 21.8	15.82 24.9	20.15 28.2	25.50 31.6	31.50 35.2	.32
.34	0.93 5.8	2.09 8.7	3.72 11.7	5.82 14.7	8.38 17.6	11.38 20.5	14.90 23.4	18.98 26.5	24.00 29.8	29.60 33.1	.34
.36	0.88 5.5	1.97 8.2	3.52 11.1	5.50 13.8	7.92 16.6	10.75 19.4	14.08 22.1	17.92 25.1	22.70 28.1	28.00 31.3	.36
.38	0.83 5.2	1.87 7.8	3.33 10.5	5.21 13.1	7.50 15.7	10.18 18.4	13.32 21.0	16.97 23.8	21.50 26.6	26.50 29.6	.38
.40	0.79 5.0	1.78 7.4	3.16 10.0	4.95 12.5	7.13 14.9	9.67 17.5	12.68 19.9	16.12 22.6	20.40 25.3	25.20 28.2	.40
.42	0.75 4.7	1.69 7.1	3.01 9.5	4.71 11.9	6.79 14.2	9.20 16.6	12.07 19.0	15.35 21.5	19.42 24.1	24.00 26.8	.42
.44	0.72 4.5	1.61 6.7	2.88 9.1	4.50 11.4	6.47 13.6	8.79 15.9	11.50 18.1	14.67 20.5	18.55 23.0	22.90 25.6	.44
.46	0.69 4.3	1.54 6.4	2.75 8.7	4.30 10.8	6.20 13.0	8.40 15.2	11.00 17.3	14.02 19.6	17.75 22.0	21.90 24.5	.46
.48	0.66 4.1	1.48 6.2	2.64 8.3	4.13 10.4	5.94 12.4	8.05 14.5	10.55 16.6	13.42 18.8	17.00 21.1	21.00 23.4	.48
.50	0.63 4.0	1.42 5.9	2.53 8.0	3.96 10.0	5.70 12.0	7.74 14.0	10.12 16.0	12.90 18.0	16.32 20.2	20.15 22.5	.50

As en cm²/m (números superiores)
Σo en cm/m (números inferiores)

9. CONCLUSIONES

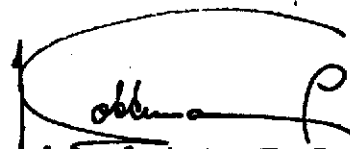
- 1) El método de bandas es sumamente flexible y constituye una forma de diseño, al contrario de otros métodos que esencialmente analizan la losa, y se diseña por aproximaciones sucesivas suponiendo una colocación del refuerzo.
- 2) El método da resultados un poco más altos que el método 3 del ACI para losas rectangulares, pero tiene la ventaja de poder usarse para diseñar losas que no se pueden diseñar por el método 3 del ACI.
- 3) La colocación del refuerzo es más adecuado por el método de bandas, pues hay mayor cantidad de refuerzo en las regiones de mayor momento.
- 4) El diseño de losas empotradas por medio de las condiciones (31) y (34) es más ajustado al comportamiento de la losa que el diseño usando la condición (18).
- 5) El uso de las tablas del apéndice simplifica en mucho el cálculo del refuerzo a partir de los momentos.

VoBo

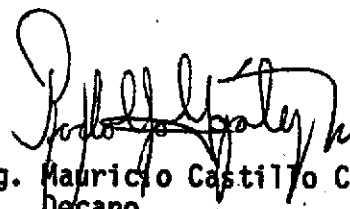

Ing. Bernardo R. Morales F.
Asesor


Miguel Eduardo Palacios Estrada

VoBo


Ing. Joaquín Lottmann E.
Jefe del Dpto. de Estructuras

Imprfmase


X Ing. Mauricio Castillo Contoux
Decano

10. REFERENCIAS

- 1) ARMER, G.S.T. "The Strip Method: a new approach to the design of slabs." Building Research Station CP81/68, England
- 2) WOOD, R.H. & ARMER, G.S.T. "The theory of the Strip Method of design of slabs." Building Research Station CP84/68, England
- 3) HILLERBORG, A. "Strimlemetoden" Svenska Riksbyggen, Estocolmo, 1959. Traducción al inglés de la CSIRO, Melbourne, 1964
- 4) HILLERBORG, A. "A Plastic Theory for the Design of Reinforced Concrete Slabs" Publicación preliminar, IABSE Proc. 6th Cong., Estocolmo, 1960
- 5) CRAWFORD, R.E. "Limited Design of Reinforced Concrete Slabs" Ph. D. Thesis, University of Illinois, 1962
- 6) ARMER, G.S.T. "Ultimate Load Tests of Slabs Designed by the Strip Method" Building Research Station CP83/68, England
- 7) AISC "Manual of Steel Construction" 6th. Ed., 1967
- 8) ACI "Building Code Requirements for Reinforced Concrete" ACI Standard 318-63
- 9) ACI "Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado" ACI 318-63 Traducción del Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, A. C.
- 10) HOOL & KINNE " Stresses in Framed Structures" 2a. ed., McGraw-Hill, 1942
- 11) CERNICA, JOHN "Fundamentals of Reinforced Concrete" Addison-Wesley, 1964
- 12) WANG, CHU KIA "Statically Indeterminate Structures" McGraw-Hill Novaro, 1965
- 13) KANI, G. "Cálculo de Pórticos de Varios Pisos" Reverté, 1958
- 14) LOPEZ TOLEDO, JOSE "Consideraciones sobre la Aplicación del Método del Profesor Hardy Cross al Diseño de Marcos Rígidos" Tesis Ing. Civil, 1951