

PL 08 7 (350) C  
MFN: 888

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE INGENIERIA

**"ESFUERZO CORTANTE EN VIGAS  
ANALISIS Y CALCULO"**

TESIS

presentada a la Junta Directiva

de la

Facultad de Ingeniería

de la

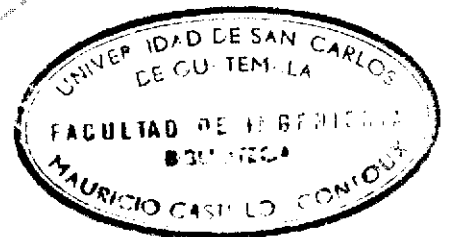
Universidad de San Carlos de Guatemala

por

**OSCAR ROBERTO PERALTA DEL VALLE**

Al conferírsele el título de

**INGENIERO CIVIL**



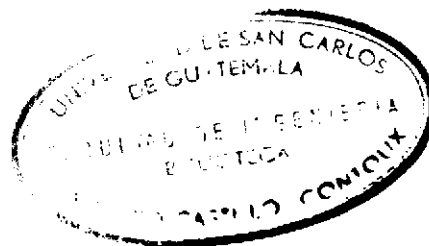
Guatemala, Mayo de 1975

**JUNTA DIRECTIVA DE LA  
FACULTAD DE INGENIERIA DE LA  
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**

Decano:	Ing. Hugo Quan Má
Vocal Primero:	Ing. Marco Tulio Samayoa
Vocal Segundo:	Ing. Rodolfo Gonzáles M.
Vocal Tercero:	Ing. Leonel Aguilar
Vocal Cuarto:	Br. Jaime Klussmann
Vocal Quinto:	Br. Edgar de León
Secretario	Ing. José Luis Terrón

**TRIBUNAL QUE PRACTICO EL EXAMEN  
GENERAL PRIVADO**

Decano:	Ing. Hugo Quan Má
Examinador:	Ing. Arturo Pazos
Examinador:	Ing. Javier Morales
Examinador:	Ing. Roberto de León
Secretario:	Ing. José Luis Terrón



## ACTO QUE DEDICO

A DIOS

A MI ESPOSA

Enriqueta Salomon de Peralta

A MIS PADRES

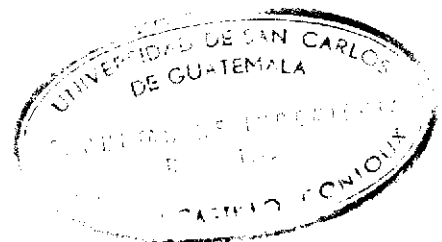
Emilio A. Peralta Portillo  
Celeste del Valle de Peralta

A MIS HERMANOS

David Emilio, Mary y  
Juan Luis Peralta  
Jorge Mario y Ana Lucrecia  
García Peralta

A MI ABUELO, TIOS  
Y DEMAS FAMILIA

A LA FACULTAD DE INGENIERIA



## AGRADECIMIENTO

De manera especial a los Ingenieros infieri Luis Escobar Thomas y Juan Guillermo Orozco, y al estudiante de Ingeniería Enrique A. Tabush Sello, por la valiosa colaboración prestada en la realización de esta tesis.

Así mismo, el señor Augusto Alonzo por su gentileza al brindarme su cooperación y valiosa ayuda proporcionándome parte de los materiales empleados en los ensayos.

Al Centro de Investigaciones de la Facultad de Ingeniería por permitirme el uso de sus instalaciones.

**HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR**

Cumpliendo con los preceptos que la ley de la Universidad de San Carlos establece, presento a vuestra consideración mi trabajo de tesis titulado:

**“ESFUERZO CORTANTE EN VIGAS,  
ANALISIS Y CALCULO”**

Tema que me fué asignado por la Junta Directiva de la Facultad de Ingeniería.

## **INDICE**

### **OBJETIVOS**

- 1. INTRODUCCION**
- 2. TEORIA**
  - 2.1 Consideraciones sobre el esfuerzo Cortante
  - 2.2 Fuerzas que producen esfuerzos cortantes
  - 2.3 Especificaciones del código A.C.I. 318-71
- 3. ANALISIS Y CALCULO**
  - 3.1 Vigas típicas sometidas a cargas concentradas
  - 3.2 Vigas típicas sometidas a cargas Uniformemente distribuídas
  - 3.3 Ejemplos resueltos
  - 3.4 Uso de Tabla
- 4. ENSAYO DE LABORATORIO**
  - 4.1 Ensayos en vigas sometidas a cargas concentradas
  - 4.2 Ensayos en vigas sometidas a cargas Uniformemente Distribuidas
- 5. CONCLUSIONES**
- 6. TABLAS**
- 7. BIBLIOGRAFIA**
- 8. APENDICE**

## OBJETIVOS

El presente trabajo está dirigido a proporcionar al Ingeniero calculista un resumen sobre las Normas y Consideraciones que, sobre el esfuerzo cortante, existen; a fin de desarrollar el análisis y cálculo del mismo sobre vigas de concreto reforzado; tratando con ello de poner al servicio de los Ingenieros, que se dedican a estos menesteres, una guía y una herramienta que les facilite sus cálculos.

En la presente tesis se pretende demostrar la necesidad de tomar en cuenta dicho esfuerzo, calcularlo como es debido —teniendo en cuenta las normas más vigentes para sismo—, así como también explicar sus efectos y tipo y forma de colocado del refuerzo para cada caso específico, especificaciones especiales sobre espaciamientos y forma de dobleces y diámetros mínimos a usarse en estribos.

Así mismo, en este trabajo se han desarrollado una serie de tablas que pretenden con ello simplificar el cálculo del refuerzo para dicho esfuerzo, cuyo manejo está explicado con varios ejemplos ilustrativos.

## 1. INTRODUCCION

Los primeros estudios sobre el esfuerzo cortante y sus efectos sobre vigas de concreto fueron desarrollados por el investigador E. Mörsch, quien expuso una teoría sobre el esfuerzo cortante, la cual dice que si en una sección de viga surge una grieta por corte, primero falla el concreto y luego la armadura; y que a medida que surgen las grietas, las armaduras transversales absorben los esfuerzos, y el concreto deja de trabajar en todas sus zonas. Teoría incierta cuando se trata de vigas empotradas.

Posteriormente, se trató de encontrar un tipo de refuerzo que lograra preveer las grietas y absorber el corte independientemente de las armaduras para flexión. Como es muy difícil aislar los efectos del corte con los de flexión que actúan en una viga, otros investigadores, como el español A. Páez Balaca, decidieron hallar un tipo de refuerzo combinado para estos efectos, logrando desarrollar unas ecuaciones demasiado complicadas, que aunque podían reducirse al sistema de ábacos, fueron posteriormente abandonadas.

Sin embargo, debido a la forma de atacar el problema, puede decirse que existen dos corrientes actuales:

- 1.) La Europea, que sigue los estudios combinados de esfuerzos de corte y flexión.
- 2.) La Americana, que sigue los estudios separados de ambos problemas.

Por ser el código A.C.I. el aceptado usualmente en Guatemala, la corriente seguida en nuestro medio es la Americana, como se verá más adelante, dónde se dan las ecuaciones para el cálculo del refuerzo a corte independientemente de los de flexión.



## 2. TEORIA

### 2.1 CONSIDERACIONES SOBRE EL ESFUERZO CORTANTE

El esfuerzo cortante puede resultar debido a la aplicación directa de una carga concentrada, o distribuida, las cuales producirán un cortante puro, o bien por la manifestación sobre un mismo miembro de fuerzas de compresión y tensión simultáneamente (Flexión).

Para comprender mejor, se tendrá que analizar un elemento basado en la teoría de esfuerzos más general, como lo es el análisis de un bloque o un punto de dimensiones infinitesimales, es decir, de dimensiones  $dX \times dY \times dZ$ , si se analiza tridimensionalmente; de dimensiones  $dX \times dY$ , si se hace un análisis bidimensional.

Para sentar las premisas del análisis, se estudiarán los efectos de cargas sobre un bloque tridimensional y luego se detallará el de un bloque bidimensional, por ser el caso más común y de más fácil entendimiento.

Si se hacen actuar fuerzas perpendiculares sobre cada una de las caras del bloque en estudio, éstas dan origen a esfuerzos que actúan en la misma dirección y sentido de las fuerzas y a los cuáles se les llama Esfuerzos Normales, y cuya ecuación general es

$$\sigma = \frac{dP}{dA}$$

Y por la acción de las mismas fuerzas, aparecerán a su vez otra clase de esfuerzos que actuarán en la cara sobre la que están actuando los esfuerzos normales, pero en dirección paralela a la misma y con sentido de los otros dos ejes; a estos esfuerzos se les denomina, Esfuerzos Tangenciales o de Corte.

Para poder identificar los esfuerzos descritos anteriormente, se ha denotado la nomenclatura siguiente, la letra griega Zigma mayúscula  $\sigma$  para los esfuerzos normales y la letra griega Tau mayúscula  $\tau$  para los esfuerzos de corte. Además, a los esfuerzos normales se les provee de un subíndice (x, y, z) según la dirección del eje en que esté actuando; y a los esfuerzos de corte se les provee de dos subíndices, el primero de ellos denota la cara sobre la que actúan y el segundo para denotar la dirección según el eje.

Se tendrá así, por ejemplo, que el conjunto de esfuerzos que actúan sobre la cara X del elemento debido a la aplicación de un diferencial de fuerza son

$$\sigma_x = \frac{dP_x}{dA} \quad \tau_{xy} = \frac{dP_y}{dA} \quad \tau_{xz} = \frac{dP_z}{dA}$$

y como se está suponiendo un bloque tridimensional con la acción de fuerzas en las tres dimensiones, la matriz de esfuerzos completa sobre el elemento será

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Para poder mantener el equilibrio sobre el bloque en estudio, es necesario poder aplicar fuerzas iguales aunque de sentido contrario en cada una de las caras opuestas, las que nos darán esfuerzos similares en cada una de dichas caras, pero por tratarse de un análisis para elementos de concreto, puede asumirse que éste es un material homogéneo y por lo tanto los esfuerzos en caras opuestas serán los mismos, aunque, por equilibrio, contrarios.

Por no comportarse los esfuerzos como vectores, no es posible aplicarles las ecuaciones de equilibrios, sino que únicamente a las fuerzas, por ello si

$$\sigma = \frac{dP}{dA}$$

entonces

$$dP = \sigma dA \quad \text{ó} \quad dP = \tau dA$$

donde  $dA = dX \times dY$ .

Si ahora se aplica la ecuación de equilibrio de  $\sum M$  sobre el origen 00 a una pareja de fuerzas de corte que actúen sobre un mismo plano, tenemos

$$(-\tau_{xy} dX \cdot dZ) dY + (\tau_{yx} dy \cdot dZ) dX = 0$$

operando  $(-\tau_{xy} + \tau_{yx}) dX \cdot dZ \cdot dY = 0$

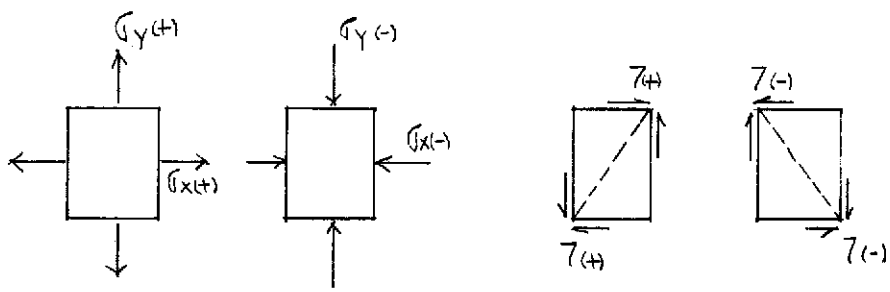
$$\therefore \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

Llegando así a una interesante conclusión, que los esfuerzos de corte de igual subíndices aunque con orden inverso, son iguales entre sí.

Puestas las premisas generales de un sistema tridimensional, lógicamente serán efectivas para uno bidimensional, por tanto de ahora en adelante, se seguirá el análisis para un sistema bidimensional, que es como generalmente van a trabajar los miembros de una estructura, especialmente vigas, por tener cargas únicamente en dos direcciones, facilitándose además el análisis, pues la matriz original queda reducida únicamente a

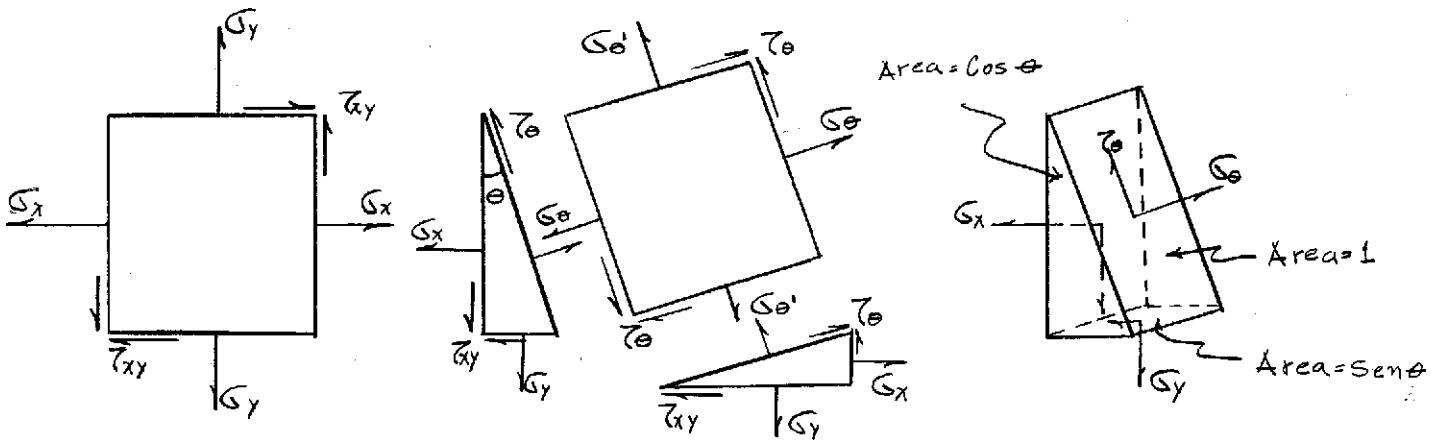
$$\text{Esfuerzo} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

Además de la nomenclatura que hasta ahora se les ha dado a los esfuerzos, es necesario proveerlos de un signo, para que su identificación sea completa; así, a los esfuerzos normales se les designa con el signo (+) si son esfuerzos de tensión y con el signo (-) si son esfuerzos de comprensión; para el caso de los esfuerzos de corte, dicha convención es más complicada, pues por tener dos subíndices tendrá entonces dos signos, siendo el verdadero signo el producto de los dos. Así, el primer subíndice es positivo si denota una cara positiva, siendo una cara positiva la que está apuntando en sentido del origen, y será negativo si lo contrario sucede. El segundo subíndice tendrá el signo del sentido del esfuerzo, es decir, resumiendo, un esfuerzo de corte es positivo si la cara y la dirección del esfuerzo sobre la que actúa son del mismo signo, y negativos si son de signos contrarios; o bien, son positivos cuando convergen hacia la diagonal de inclinación positiva y negativos cuando convergen hacia la diagonal de inclinación negativa.



Hasta ahora, se han analizado cómo se comportan los esfuerzos al ser aplicados sobre un elemento, pero quizás es más importante analizar los esfuerzos máximos que podría desarrollarse en ese elemento, si ésta se hace girar un ángulo (ϕ), o saber a qué ángulo (ϕ) aparecen los máximos esfuerzos posibles, o en base a esfuerzos dados para una inclinación (ϕ), deducir los esfuerzos originales; para poder hacer estas combinaciones existen dos métodos, el método analítico y el método gráfico-por medio del círculo de Mohr (el cual no será tratado). Para poder entrar en dichos análisis, lo primero es establecer la convención de signos para el ángulo (ϕ), para lo cual se adoptará que el ángulo medido a partir de la vertical y en dirección

contraria a las manecillas del reloj, será positivo. Si se hace girar el bloque original una inclinación ( $\theta$ ) positiva, se tendrá la siguiente situación.



Proyectando todos los esfuerzos de la cuña sobre la dirección  $\sigma_\theta$  y aplicando la ecuación de equilibrio de suma de fuerzas, se tendrán los esfuerzos normales dados para una inclinación ( $\theta$ ), así para los de dirección X

$$\sigma_\theta - \sigma_x \cos^2 \theta - \sigma_y \sin^2 \theta - \tau_{xy} \cos \theta \sin \theta - \tau_{xy} \sin \theta \cos \theta = 0$$

$$\sigma_\theta = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2 \tau_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

Sabiendo que:

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta)$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta)$$

$$\sin^2 \theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

Substituyendo:

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2} \sigma_x (1 + \cos 2\theta) + \frac{1}{2} \sigma_y (1 - \cos 2\theta) + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

Operando:

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

y para los de dirección Y

$$\sigma'_\theta - \sigma_x \sin^2 \theta - \sigma_y \cos^2 \theta + \tau_{xy} \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} \cos \theta \sin \theta = 0$$

$$\sigma_{\theta'} = \sigma_x \text{Sen}^2 \theta + \sigma_y \text{Cos}^2 \theta - 2\tau_{xy} \text{Sen} \theta \text{Cos} \theta$$

Substituyendo Valores de  $\text{Sen}^2$ ,  $\text{Cos}^2$ ,  $\text{Sen} 2\theta$ :

$$\sigma_{\theta'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \text{Cos} 2\theta - \tau_{xy} \text{Sen} 2\theta$$

Observandose que:

$$\sigma_{\theta} + \sigma_{\theta'} = \sigma_x + \sigma_y$$

y para obtener los esfuerzos de corte correspondientes para la misma inclinación ( $\theta$ ), se proyectará sobre  $\tau_{\theta}$ ; así para  $\tau_{\theta}$

$$\tau_{\theta} + \sigma_x \text{Cos} \theta \text{Sen} \theta - \sigma_y \text{Sen} \theta \text{Cos} \theta - \tau_{xy} \text{Cos}^2 \theta + \tau_{xy} \text{Sen}^2 \theta = 0$$

$$\tau_{\theta} = -\sigma_x \text{Cos} \theta \text{Sen} \theta + \sigma_y \text{Sen} \theta \text{Cos} \theta + \tau_{xy} \text{Cos}^2 \theta - \tau_{xy} \text{Sen}^2 \theta$$

Substituyendo Valores de  $\text{Sen}^2$ ,  $\text{Cos}^2$ ,  $\text{Sen} 2\theta$ :

$$\tau_{\theta} = -\sigma_x \frac{1}{2} (\text{Sen} 2\theta) + \sigma_y \frac{1}{2} (\text{Sen} 2\theta) + \tau_{xy} \frac{1}{2} (1 +$$

Simplificando:

$$\tau_{\theta} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \text{Sen} 2\theta + \tau_{xy} \text{Cos} 2\theta$$

y para  $\theta'$

$$\tau_{\theta'} + \sigma_x \text{Sen} \theta - \sigma_y \text{Cos} \theta \text{Sen} \theta + \tau_{xy} \text{Sen}^2 \theta - \tau_{xy} \text{Cos}^2 \theta = 0$$

$$\tau_{\theta'} = -\sigma_x \text{Cos} \theta \text{Sen} \theta + \sigma_y \text{Cos} \theta \text{Sen} \theta - \tau_{xy} \text{Sen}^2 \theta + \tau_{xy} \text{Cos}^2 \theta$$

Substituyendo valores de  $\text{Sen}^2$ ,  $\text{Cos}^2$ ,  $\text{Sen} 2\theta$  y Simplificando:

$$\tau_{\theta'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \text{Sen} 2\theta + \tau_{xy} \text{Cos} 2\theta$$

$$\therefore \tau_{\theta} = \tau_{\theta'}$$

Ahora bien, lo más importante quizás, es establecer a qué inclinación ( $\theta$ ) ocurren los esfuerzos máximos, para ello, si derivamos las ecuaciones anteriores y se igualan a 0, se tendrá a qué inclinación ocurren los esfuerzos máximos (o mínimos) tanto normales como de corte, denominándose ( $\theta_1$ ) al ángulo que da origen a los esfuerzos normales máximos, y ( $\theta_2$ ) al ángulo que origina el esfuerzo de corte máximo. Así, el ángulo ( $\theta_1$ ) para el cual el esfuerzo normal es máximo, resulta

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} 2 \operatorname{sen} 2\theta + \tau_{xy} 2 \cos 2\theta = 0$$

Dividiendo por  $\cos 2\theta$  y despejando  $\operatorname{tg} 2\theta$ :

$$\operatorname{tg} 2\theta_1 = \frac{\tau_{xy}}{1/2(\sigma_x - \sigma_y)}$$

Como de esta ecuación es posible despejar únicamente tangente  $\theta$ , es lógico que se tendrá dos resultados angulares con diferencias entre sí de  $180^\circ$  que es dónde se encuentran los esfuerzos principales o normales máximos.

Para determinar el ángulo de inclinación al cual el esfuerzo de corte es máximo, se procede en forma similar, así

$$\frac{d\tau}{d\theta} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} 2 \cos 2\theta - \tau_{xy} 2 \operatorname{sen} 2\theta = 0$$

Dividiendo por  $\cos 2\theta$  y despejando  $\operatorname{tg} 2\theta$ :

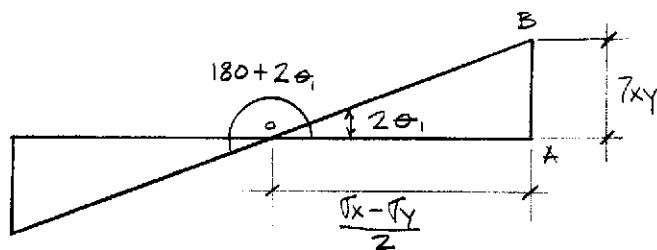
$$\operatorname{tg} 2\theta_2 = \frac{1/2(\sigma_x - \sigma_y)}{\tau_{xy}}$$

Si se analiza la ecuación de ( $\theta_1$ ) con la de ( $\theta_2$ ), se observa que una es la inversa de la otra y con signo contrario; y por ser ambas tangentes, denotan las ecuaciones de dos rectas perpendiculares entre sí; por tanto:

$$2\theta_2 = 2\theta_1 + 90^\circ$$

$$\theta_2 = \theta_1 + 45^\circ$$

Llegando a concluir que los esfuerzos de corte máximo forman un ángulo de  $45^\circ$  con el plano de los esfuerzos principales. Ahora bien, lo deseable es conocer, además del ángulo al cual se forman los esfuerzos máximos, la magnitud de los mismos; y ello se logra de la manera siguiente para  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$



$$OB = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{4}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\text{Sen } 2\theta_1 = \frac{\tau_{xy}}{OB}$$

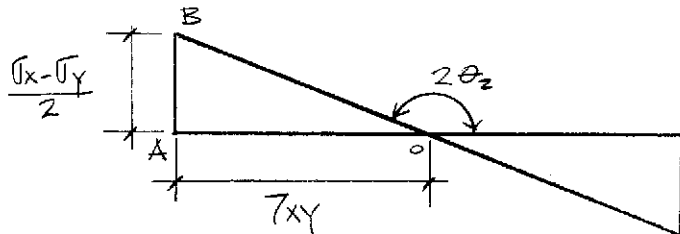
$$\text{Cos } 2\theta_1 = \frac{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}}{OB}$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \left[ \frac{1/2(\sigma_x - \sigma_y)}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{4}\right)^2 + \tau_{xy}^2}} \right] \pm \tau_{xy} \frac{\tau_{xy}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{4}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1/4(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{4}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}$$

$$\therefore \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{4}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Desarrollando para  $\tau$  máx:



$$OB = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{4}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

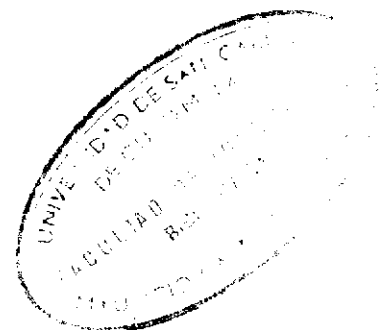
$$\text{Sen } 2\theta_2 = \frac{1/2(\sigma_x - \sigma_y)}{OB}$$

$$\text{Cos } 2\theta = \frac{\tau_{xy}}{OB}$$

$$\tau_{\theta} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \text{Sen } 2\theta + \tau_{xy} \text{Cos } 2\theta$$

Substituyendo los valores de Sen  $2\theta$  y Cos  $2\theta$  hallados

$$\tau_{\text{máx}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{4}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



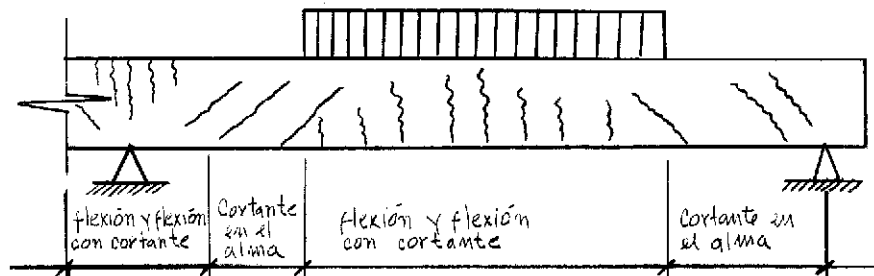
Comparando ésta ecuación con la de  $\sigma_1, \sigma_2$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \tau \max$$

## 2.2 FUERZAS QUE PRODUCEN ESFUERZO CORTANTE

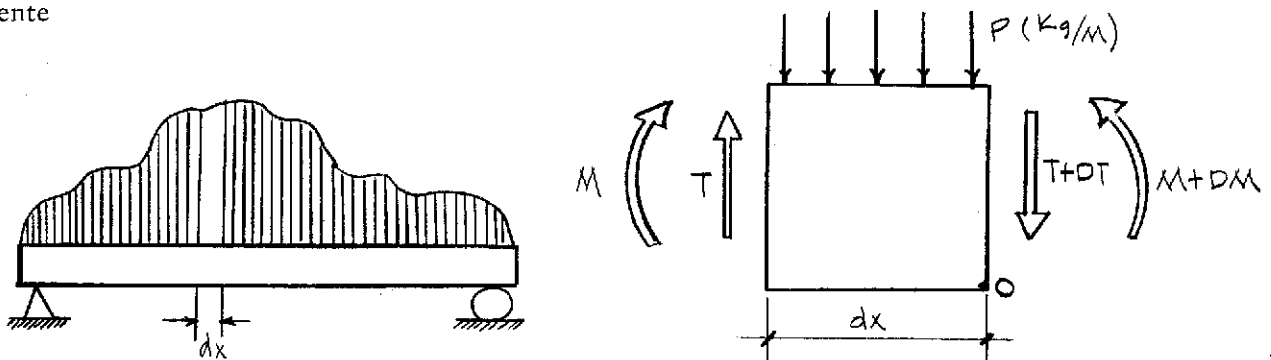
Realmente en toda carga aplicada sobre una viga va a producir, además de un momento flexionante, un esfuerzo cortante, ya sea la carga de tipo concentrada en cualquier punto de la viga o una carga distribuida a lo largo de la misma, no importando la distribución de ésta.

La manifestación del esfuerzo cortante es en forma de grietas, que se producen a lo largo y ancho de una viga sujeta a carga, las cuales pueden manifestarse en el centro de la misma, a una distancia "d" de los apoyos, o en la unión de dos o más elementos que no fueron fundidos monolíticamente. Dependiendo del lugar en que aparezcan, se les denomina de diferentes formas y según por la causa que han sido producidas; algunas de las cuales se detallan en el gráfico siguiente:



El anterior esquema muestra las grietas que son debidas principalmente por flexión de la viga, y se le denomina cortante vertical por ser aproximadamente verticales al eje neutro. También hay corte horizontal, el cual aparece especialmente en los apoyos y en la unión de dos o más elementos estructurales. Así también puede clasificarse como falla por corte, la falla por adherencia.

Si se analiza una viga simplemente apoyada con una carga cualquiera, y se analiza una sección cualquiera de la misma, de dimensiones infinitesimales, se tendrá una situación como la siguiente





donde se observa que si del lado izquierdo hay un cortante  $T$  y un momento  $M$ , en el derecho habrá un cortante  $T + dT$  y un momento  $M + dM$  y, por ser la dimensión de la sección  $dX$  tan pequeña, puede suponerse que la carga aplicada es uniforme a lo ancho de la sección considerada. Con estas premisas podemos hacer suma de momentos respecto al punto  $O$ , teniendo.

$$\sum M_o = M - (M + dM) + T dx - \frac{P}{2} (dx)^2 = 0$$

$$dM = T dx - \frac{P(dx)^2}{2}$$

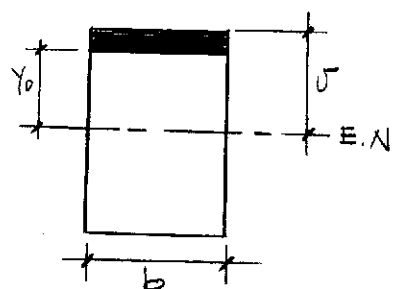
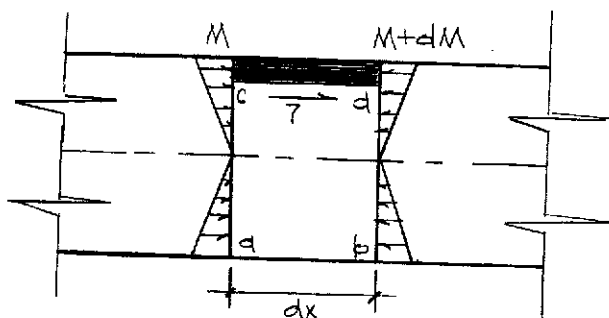
Por ser el segundo término de la ecuación anterior un diferencial al cuadrado, puede eliminarse por ser dimensión sustancialmente más pequeña que los restantes términos, teniendo así.

$$dM = T dx - \frac{P(dx)^2}{2} \rightarrow 0$$

$$\therefore T = \frac{dM}{dx}$$

Llegando a la conclusión que el esfuerzo cortante es equivalente a la primera derivada del momento flector, siendo ésta una conclusión importante de mucha utilidad para la construcción de los diagramas de corte y momento.

Si a la misma viga anterior se somete a un análisis diferente, donde se observan cómo se distribuyen los esfuerzos a través del eje neutro.



Sabiendo que:  $\sigma = \frac{My}{I}$

Se tiene en el lado Izq.  $\sigma = \frac{My}{I}$

y en el derecho  $\sigma = \frac{(M+dM)y}{I}$

Para poder aplicar una ecuación de equilibrio, debemos de contar con fuerzas, y para lograrlo, se integran las ecuaciones anteriores, teniendo

$$\int_{y_0}^y \frac{My}{I} dA \quad \int_{y_0}^y \frac{(M+dM)y}{I} dA$$

Como se ve que son sensiblemente diferentes, debe de haber alguna otra fuerza que logre el equilibrio así

$$\sum F_m = \int_{y_0}^y \frac{My}{I} dA - \int_{y_0}^y \frac{(M+dM)y}{I} dA + \tau b dx = 0$$

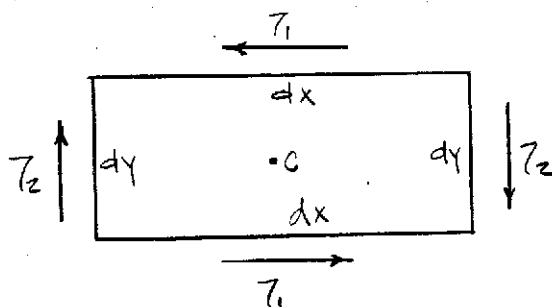
y sabiendo que  $\tau = \frac{dM}{dA}$  se substituye este término en la ecuación anterior y se despeja.

$$\tau = \frac{1}{Ib} \frac{dM}{dA} \int_{y_0}^y y dA$$

$$\tau = \frac{I}{Ib} \int_{y_0}^y y dA$$

Como se ha visto, este esfuerzo cortante es horizontal y aplicado sobre una cara, pondría a ésta en desequilibrio, por lo que se necesitaría otra de igual magnitud pero de sentido contrario en la cara opuesta, lo que daría origen a un par que pondría en rotación al elemento, lo cual es evitable sólo si existe otro par en las otras dos caras que anule este efecto.

Haciendo suma de momentos respecto al centro del elemento se tendrá.

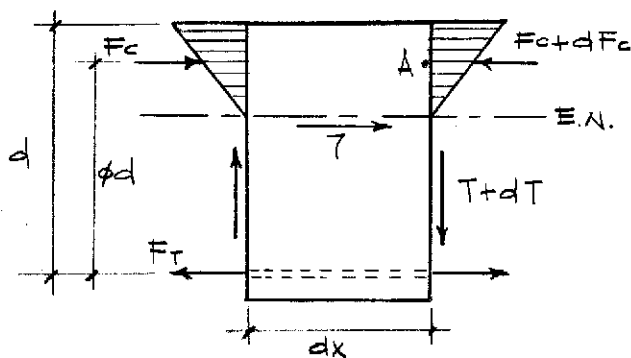


$$\sum M_c = \tau_1 dx dy - \tau_2 dx dy = 0$$

$$\therefore \tau_1 = \tau_2$$

concluyendo así, que no sólo actúan tensiones cortantes verticales en un punto de viga, sino que también tensiones cortantes horizontales de igual intensidad. Las tensiones verticales son de tal magnitud, que su resultante en una sección cualquiera es igual al esfuerzo cortante en esa sección.

Si ahora se analiza cómo va a trabajar una viga de concreto armado, se tendrá.



$$dF_c = \tau b dx \quad \therefore \tau = \frac{dF_c}{b dx}$$

$$\frac{dF_c}{dx} = \frac{dM}{dx} \cdot \frac{1}{\phi d} \quad \tau = \frac{dM}{dx}$$

$$\therefore \tau = \frac{I}{\phi b d}$$

$$\sum M_A = 0 \quad T dx + F_T \phi d - (F_T + dF_T) \phi d = 0$$

$$dF_T = \frac{T dx}{\phi d}, \quad \text{div. entre } \sum \text{ perim.}$$

$$\tau d = \frac{T}{\phi d P}$$

Siendo la primera ecuación similar a la que proporciona el código A.C.I. 318-71 para el cortante horizontal y la segunda proporcionada por el código A.C.I. 318-63 para adherencia.

Como se ha visto, existen varias manifestaciones del corte y para cada una de ellas, se ha previsto un diferente tipo de cálculo y de refuerzo, los cuales se hallan detallados con mejor precisión en el código A.C.I. 318-71.

## 2.3 CONSIDERACIONES DEL CODIGO A.C.I. 318-71

Generalmente al hablar de refuerzo de corte se piensa inmediatamente en los estibos clásicos y este error frecuente, es debido a que hasta hace pocos años únicamente el corte vertical, que es para el que sirven los estibos, era el único que se calculaba; pero los códigos, con el paso de los años, han ido ampliando su área de normas, aumentando factores o siendo más flexibles; así, el código A.C.I. 318-71 prevee el refuerzo para varios tipos de corte para ello se principiará por ver las normas y tipos de refuerzo que se dan para el corte vertical y luego para sus otras manifestaciones.

### 2.3.1 CORTE VERTICAL

Aún en casos en que por cálculo no sea necesario un refuerzo por corte o torsión, deberá proveerse al miembro de un área de refuerzo mínimo por dos motivos esenciales; uno, previendo

fuerzas no esperadas por sismo u otras causas, y otro, para parar el avance de grietas inclinadas aparecidas por circunstancias no previstas, pues con ello se logra como último recurso darle ductilidad al miembro y evitar así, una falla por colapso; estando exceptuadas de ello las losas y vigas anchas de peralte reducido hasta 25 cm.; para el cálculo de esta área de refuerzo mínimo, deben aplicarse las fórmulas

$$A_v = 3.5 \frac{b_w s}{f_y} \quad (\text{Ec. 11-1})$$

Cuando

$$V_{tu} < 0.4 \sqrt{f'_c} \quad \text{ó}$$

$$A_v + 2A_t = 3.5 \frac{b_w s}{f_y}$$

Cuando

$$V_{tu} > 0.4 \sqrt{f'_c} \quad \text{Tomando } A_t \text{ mínimo No. 3}$$

$$A_v = \frac{A_{ps}}{80} \frac{f_{pw}}{f_y} \frac{s}{d} \sqrt{\frac{d}{b_a}} \quad (\text{Ec. 11-2})$$

Donde

$$f_y \leq 4,200 \text{ Kg/cm}^2$$

El refuerzo por cortante vertical puede consistir en:

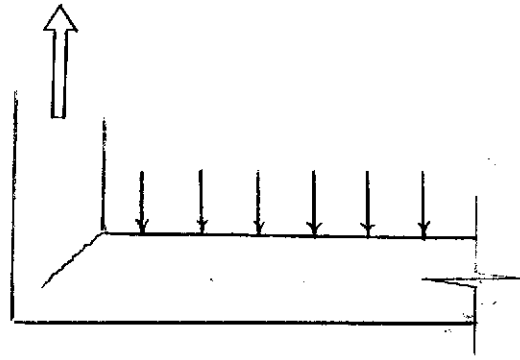
- 1.) Estribos perpendiculares al eje del miembro
- 2.) Malla soldada perpendicular al eje del miembro
- 3.) Estribos a 45° o más con respecto a las varillas longitudinales de tensión
- 4.) Varillas longitudinales con una sección doblada que forme un ángulo de 30° o más con las varillas longitudinales de tensión (tensiones)
- 5.) Combinación de estribos y varillas dobladas
- 6.) Espirales (No usadas en vigas)

Para funciones de cálculo, el esfuerzo cortante nominal debe calcularse con la fórmula

$$V_u = \frac{V_u}{\phi b_w d} \quad (\text{Ec. 11-3})$$

Cuando la reacción en la dirección del cortante aplicado introduzca compresión en la zona extrema del elemento, las secciones localizadas a una distancia menor que "d", desde la cara del apoyo, se pueden calcular para el mismo "V<sub>u</sub>" calculado para una distancia "d", donde "d" no necesariamente será menor que 0.80 h. Sin embargo, en reacciones como las mostradas más adelante en la figura, donde debido a que una carga por flexión puede dar origen a un

agrietamiento fuerte en la cara del apoyo, y en el apoyo mismo, dando origen a un agrietamiento de cortante por flexión, el " $V_u$ " que se aplique en estos casos deberá de analizarse por aparte.



El esfuerzo cortante resistido por el concreto ( $\bar{V}_c$ ) no debe exceder de  $0.5 \sqrt{f'_c}$  y cuando sea aplicable, deben incluirse los efectos de compresión inclinada por flexión en los elementos de peralte variable y considerar los efectos de la tensión axial debida a la contracción restringida y flujo plástico del concreto, y el mismo no debe exceder de

$$\bar{V}_c = 0.5 \sqrt{f'_c} + 175 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} \quad (\text{Ec. 11-4})$$

pero no mayor de  $0.9 \sqrt{f'_c}$ .

Esta última ecuación se utiliza cuando se desea hacer un análisis más detallado de la resistencia del concreto al corte; pero para ello es conveniente considerar al segundo término de la ecuación =  $0.026 \sqrt{f'_c}$  ó bien  $\leq 1$ , ello es con el objeto de limitar el valor de ( $\bar{V}_c$ ) en y cerca de los puntos de inflexión.

Debe de tenerse muy en cuenta que las tres variables de la ecuación 11-4 que son:

$$\sqrt{f'_c}, \rho_w, \frac{V_u d}{M_u}$$

afectan la resistencia al cortante, aunque según datos recientes, dicha ecuación sobreestima la influencia de  $\sqrt{f'_c}$  y subestima la de

$$\rho_w \text{ y } \frac{V_u d}{M_u}$$

En un miembro sin refuerzo por corte, se supone que el cortante es resistido íntegramente por el alma del concreto y en un miembro con refuerzo por cortante, se supone que el cortante es resistido por la zona en compresión del concreto y el refuerzo por cortante; pero en ambos casos el cortante resistido por el concreto ( $\bar{V}_c$ ), se supone igual; por ello, cuando  $V_u$  exceda a ( $\bar{V}_c$ ), debe proporcionarse refuerzo por cortante.

donde

$$\bar{V}_u = \frac{V_u}{\phi b_w d} \quad (\text{Ec. 11-3})$$

Para cada tipo de refuerzo específico, debe de calcularse con las fórmulas particulares para cada refuerzo; así si se utilizan estribos perpendiculares al eje del miembro, el área requerida se calculará con la ecuación:

$$A_v = \frac{(\mathcal{V}_u - \mathcal{V}_c) b_w S}{f_y} \quad (\text{Ec. 11-13})$$

Si son estribos inclinados a un ángulo  $\alpha$  con respecto al eje del miembro, el área requerida será

$$A_v = \frac{(\mathcal{V}_u - \mathcal{V}_c) b_w S}{f_y (\text{Sen } \alpha + \text{Cos } \alpha)} \quad (\text{Ec. 11-14})$$

Y cuando el refuerzo consista en una varilla o en un grupo de varillas paralelas dobladas en el mismo punto, el área requerida será.

$$A_v = \frac{\mathcal{V}_u - \mathcal{V}_c}{f_y \text{Sen } \alpha} b_w d \quad (\text{Ec. 11-15})$$

donde  $(\mathcal{V}_u - \mathcal{V}_c) < 0.8 \sqrt{f_c}$ .

Cuando el refuerzo consista en varillas paralelas dobladas a diferentes distancias del apoyo, el área requerida deberá calcularse con la ecuación 11-14; para este efecto sólo las 3/4 partes centrales de la porción inclinada de cualquier varilla longitudinal que esté doblada, se considera efectiva para el refuerzo.

Cuando se emplee más de un tipo de refuerzo por cortante, para reforzar una misma porción del alma, el área requerida deberá calcularse como la suma de los diferentes tipos de refuerzo por separado; pero tomando para ello el valor de  $\mathcal{V}_c$  una sola vez.

Cuando  $(\mathcal{V}_u - \mathcal{V}_c)$  exceda de  $\sqrt{f_c}$ , el "S" máximo será igual a  $S/2$ , pero en ningún caso  $(\mathcal{V}_u - \mathcal{V}_c) > 2.1 \sqrt{f_c}$ .

Cuando se trate de vigas de gran peralte, es decir, cuando la relación  $l_n/d < 5$  y las vigas estén cargadas en la parte a compresión únicamente, entonces  $\mathcal{V}_c$  debe calcularse con

$$\mathcal{V}_c = \left( 3.5 - 2.5 \frac{M_u}{V_{ud}} \right) \left( 0.5 \sqrt{f_c} + 175 \rho_w \frac{V_{ud}}{M_u} \right) \quad (\text{Ec. 11-22})$$

siempre y cuando que el primer factor de la ecuación sea  $\leq 2.5$  y  $\mathcal{V}_c < 1.6 \sqrt{f_c}$ , o bien usar conservadoramente el valor de  $\mathcal{V}_c \leq 0.5 \sqrt{f_c}$ .

A medida que la relación  $l_n/d$  de un miembro sin refuerzo en el alma disminuye, su resistencia al cortante aumenta arriba del cortante que provoca el agrietamiento diagonal en tensión, pero en la ecuación 11-22, se supone que el agrietamiento diagonal se presenta al mismo

esfuerzo cortante nominal de las vigas comunes; pero que el esfuerzo cortante resistido por el concreto será mayor que el esfuerzo cortante que provoca el agrietamiento diagonal y la relación en la que aumenta está dado por el primer factor de la ecuación 11-22; es por ello que se ha puesto el límite conservador de 2.5.

En las vigas de gran peralte, no es recomendable utilizar las varillas en forma de armadura y su refuerzo por tensión debe de extenderse hasta los apoyos y anclarse adecuadamente con ganchos.

La inclinación de las grietas diagonales en este tipo de viga puede ser mayor de  $45^\circ$ , por consiguiente, debe de proveérseles tanto de refuerzo vertical como de horizontal, siendo este último independiente del refuerzo longitudinal por tensión.

El código también provee diferentes fórmulas para el cálculo de  $V_u$  y  $A_v$  cuando se trata de vitas de gran peralte; pues establece que la sección crítica para el cortante será igual a  $0.15 l_n$  para vigas cargadas uniformemente distribuidas e igual a  $0.50$  para vigas con cargas concentradas. Así mismo, el esfuerzo  $V_u$  no debe exceder de  $2.1 \sqrt{f_c}$  cuando  $l_n/d < 2$ , y cuando  $l_n/d$  esté entre 2 y 5  $V_u$  no debe de exceder de

$$V_u = 0.18 \left( 10 + \frac{l_n}{d} \right) \sqrt{f_c} \quad (\text{Ec. 11-23})$$

Y el área de refuerzo mínima será

$$\frac{A_v}{S} \left( 1 + \frac{l_n}{d} \right) + \frac{A_v h}{S_2} \left( \frac{11 - \frac{l_n}{d}}{12} \right) = \frac{V_u - V_c b_w}{f_y} \quad (\text{Ec. 11-24})$$

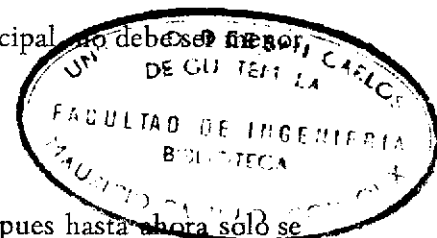
El área de refuerzo  $A_v$  por cortante vertical no debe ser menor de  $0.0015bs$  dónde " $S$ "  $\leq d/3$  ó 45 cm.

El área de refuerzo  $A_v h$ , por cortante paralelo al refuerzo principal no debe ser menor de  $0.0025bs_2$ , dónde " $S_2$ "  $\leq d/3$  ó 45 cm.

### 2.3.2 CORTE POR FRICCIÓN

Esta es una sección completamente nueva en el código A.C.I., pues hasta ahora solo se había tratado el cortante diagonal, sin considerar el corte directo y, para ello, se hace la premisa de que un concreto no agrietado es de alta resistencia al cortante directo, sin embargo, siempre existe la posibilidad de que se forme una grieta en una zona de no deseada, entonces para prevenirla, debe de suponerse a priori que aparecerá una grieta en un lugar desfavorable del miembro.

Puede suponerse, así mismo, que la grieta ocurrirá a lo largo de la trayectoria del corte y como dicha grieta será rugosa, puede suponerse que será resistida por fricción del concreto en la misma; pero para ello es necesario que cuando el corte se transmita entre concreto colado contra concreto endurecido, las superficies de contacto, deben de haberse dejado intencionalmente rugosas con una amplitud total de aproximadamente 6mm.



Cuando se transmita entre acero laminado y concreto, el acero deberá estar limpio y sin pintar.

Para desarrollar la fricción necesaria, en los casos anteriores, debe de existir una fuerza normal a la trayectoria de la grieta, por ello el refuerzo de corte de fricción debe de colocarse perpendicular a la grieta supuesta y calcularse con la ecuación

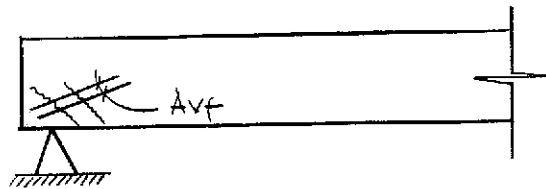
$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu} \quad (\text{Ec. 11-30})$$

siempre que  $V_u \leq 0.2\sqrt{f_c}$  y  $V_u \leq 55 \text{ Kg./cm.}^2$  y  $f_y \leq 4,2000 \text{ Kg./cm.}^2$

Los valores de  $\mu$  ó sea la constante de fricción, variarán según la clase de concreto utilizado, de acuerdo a la tabla siguiente:

- 1.4 para concreto colado monolíticamente
- 1.0 para concreto colado con concreto endurecido
- 0.7 para concreto con acero estructural laminado

El refuerzo calculado para cortante por fricción, deberá distribuirse a lo largo de toda la grieta y se anclará en ambas partes, ya sea con ganchos o soldándolo con dispositivos especiales, y de ser posible, debe de incluir acero principal, pues de lo contrario, una grieta potencial, puede pasar entre el cortante por fricción y el cuerpo del concreto (ver figura).



Si existiesen además esfuerzos de tensión a través de la grieta supuesta, el refuerzo por dicha tensión debe proporcionarse como un refuerzo adicional al proporcionado por cortante por fricción. Las causas de dichas tensiones pueden ser los cambios de temperatura, la contracción, el flujo plástico del concreto, etc.

### 2.3.3 CORTANTE HORIZONTAL

El cortante horizontal propiamente dicho, aparece especialmente en las vigas y elementos compuestos como vigas "T", doble "T", cáscaras, etc. Por ello, en un miembro compuesto, debe de asegurarse la transmisión completa de las fuerzas de corte en las superficies de contacto de cada uno de los miembros por separado; y sólo puede suponerse una transmisión completa de las fuerzas horizontales cuando se satisfagan los requisitos siguientes:



- A) Las superficies de contacto están limpias y se han dejado intencionalmente rugosas.
- B) Cuando se utilicen varillas verticales o estribos para transmitir cortante horizontal, y el área del anillo no debe de ser menor que la calculada con la ecuación 11-1.
- C) El alma debe de haberse diseñado para resistir el cortante vertical total.
- D) Todos los estribos se han anclado completamente dentro de todas las intersecciones de los componentes.

Si los requisitos anteriores no se cumplen, debe de investigarse el cortante horizontal; calculando el esfuerzo cortante horizontal  $V_{dh}$  en cualquier sección con la ecuación 17-1.

$$V_{dh} = \frac{Vu}{\phi b v d} \quad (\text{Ec. 17-1})$$

donde "d" es el peralte de toda la sección compuesta.

La fuerza cortante de diseño se puede transmitir a las superficies de contacto, usando los esfuerzos cortantes horizontales permisibles  $V_h$  del concreto, establecidos a continuación; siempre que el diseño se base en los factores de carga y factores  $\phi$  de seguridad establecidos en el código para diseño de cortante en el capítulo 9; pues cuando se utilice el método alternativo de diseño del capítulo 8, el valor  $V_h$ , deberá reducirse según las disposiciones del capítulo 8.10.3, que dicen "Los esfuerzos permisibles del concreto y los esfuerzos límites máximos para cortante y torsión deben ser, respectivamente, del 55 por ciento para vigas, nervaduras, muros y losas en una dirección".

- A) Cuando no se coloquen anillos, pero las superficies de contacto están limpias e intencionalmente rugosas,  $V_h = 5.5 \text{ Kg./cm.}^2$ .
- b) Cuando se ha colocado el mínimo de anillos requeridos y las superficies de contacto se encuentren limpias, pero no rugosas,  $V_h = 5.5 \text{ Kg./cm.}^2$ .
- C) Cuando se ha colocado el mínimo de anillos requeridos y las superficies de contacto estén limpias y se han dejado intencionalmente rugosas,  $V_h = 24.5 \text{ Kg./cm.}^2$ .
- D) Cuando  $V_{dh} = 24.5 \text{ Kg./cm.}^2$ , el diseño deberá hacerse según las disposiciones del cortante por fricción.

Las últimas pruebas realizadas demuestran que el cortante horizontal no presenta problemas en vigas "T", cuando la parte inferior del patín se diseña para resistir el cortante vertical y las caras de contacto de sus componentes son rugosas, y se proporcionan los anillos mínimos; así como éstos deberán de extenderse a través de la unión y anclarse totalmente a ambos lados de la misma.

El área de los estribos o varillas verticales para transmitir el cortante horizontal, deberá calcularse con las ecuaciones.

$$A_v = 3.5 \frac{b \cdot s}{f_y} \quad (\text{Ec. 11-1})$$

$$A_v = \frac{\Delta P_s}{80} \frac{f_{pu}}{f_y} \frac{s}{d} \sqrt{\frac{d}{b_w}} \quad (\text{Ec. 11-2})$$

y escoger la que sea mayor de las dos, y el espaciamiento máximo será  $< 4$  veces el lado menor del elemento soportado ó bien  $\leq 60$  cm.

Los anillos para resistir el cortante horizontal, pueden consistir en varillas individuales, estribos de ramas múltiples o ramas verticales de malla soldada; y anclarse adecuadamente dentro de los componentes del elemento, según las especificaciones vigentes.

Debe de tenerse muy en cuenta, la sección 17.7 del código del 71, que dice: "Sólo puede suponerse la rugosidad intencional cuando se ha logrado una superficie rugosa con una amplitud total de aproximadamente 6 mm".

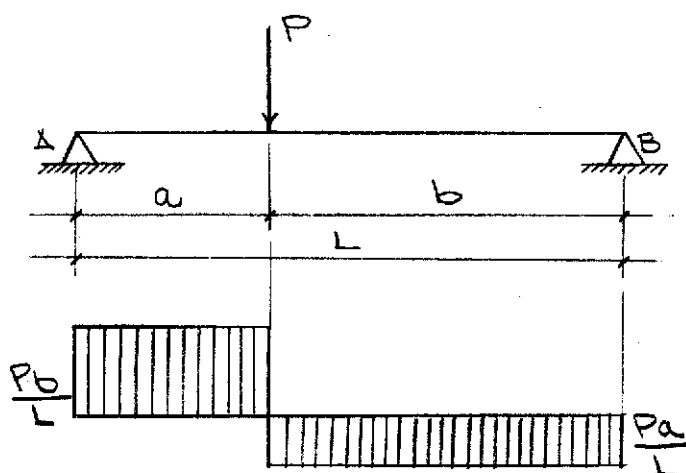
### 3. ANALISIS Y CALCULO

Para ayudar al análisis del esfuerzo cortante, se dan a continuación una serie de casos típicos de diferentes vigas, sometidas a distintos tipos de cargas, donde se muestran los diagramas de corte, así como las ecuaciones que dan origen a los mismos.

Así mismo, se presentan unos ejemplos resueltos, utilizando las ecuaciones de corte arriba mencionadas para el análisis, y las ecuaciones dadas por el código A.C.I. 318-71 para el cálculo de los refuerzos a corte.

#### 3.1 VIGAS TÍPICAS SOMETIDAS A CARGAS CONCENTRADAS

##### 3.1.1 Vigas Simplemente Apoyadas



$$\sum M_B = 0 \quad \underline{0 \leq x \leq a}$$

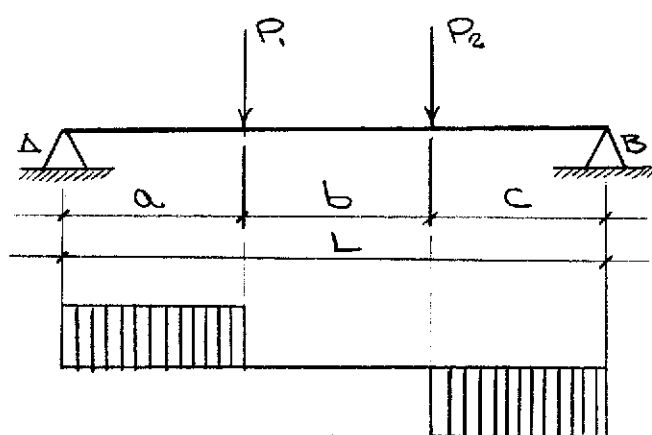
$$R_A L - P b = 0 \quad V_x = \frac{P b}{L}$$

$$\therefore R_A = \frac{P b}{L}$$

$$\underline{a \leq x \leq L}$$

$$V_x = \frac{P b}{L} - P$$

$$V_x = \frac{P a}{L}$$



$$\sum M_B = 0$$

$$R_A L - P_1(b+c) - P_2(c) = 0$$

$$\therefore R_A = \frac{P_1(b+c)}{L} + \frac{P_2(c)}{L}$$

$$\underline{0 \leq x \leq a}$$

$$V_x = \frac{P_1(b+c)}{L} + \frac{P_2(c)}{L}$$

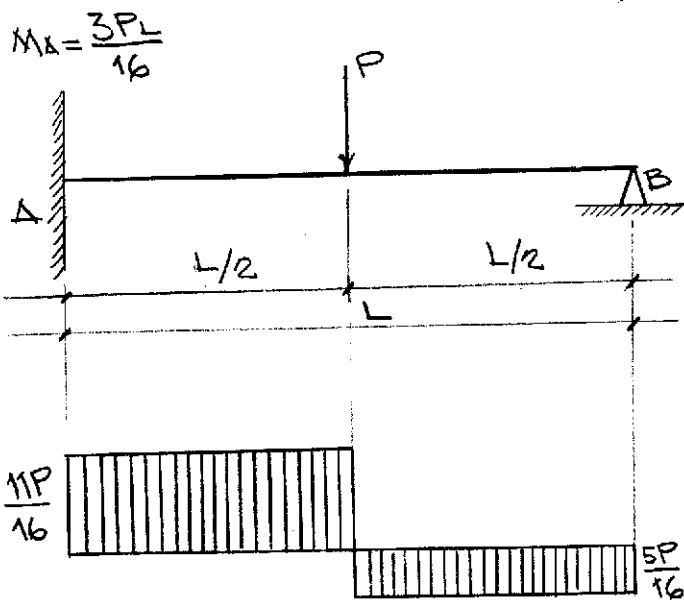
$$\underline{a \leq x \leq a+b}$$

$$V_x = \frac{P_1(b+c)}{L} + \frac{P_2(c)}{L} - P_1$$

$$\underline{a+b \leq x \leq L}$$

$$V_x = \frac{P_1(b+c)}{L} + \frac{P_2(c)}{L} - P_1 - P_2$$

## 3.1.2 Viga con Empotramiento en un Extremo y Simplemente Apoyada en el Otro



$$\sum M_B = 0$$

$$R_A L - M_A - \frac{PL}{2} = 0$$

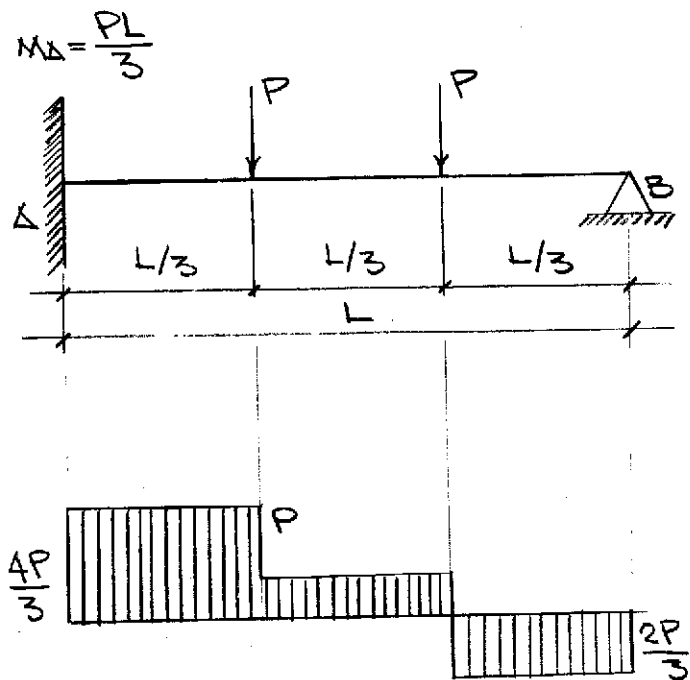
$$\therefore R_A = \frac{11P}{16}$$

$$0 \leq x \leq L/2$$

$$V_x = \frac{11P}{16}$$

$$L/2 \leq x \leq L$$

$$V_x = \frac{11P}{16} - P = -\frac{5P}{16}$$



$$\sum M_B = 0$$

$$R_A L - M_A - \frac{2PL}{3} - \frac{PL}{3} = 0$$

$$\therefore R_A = \frac{4P}{3}$$

$$0 \leq x \leq L/3$$

$$V_x = \frac{4P}{3}$$

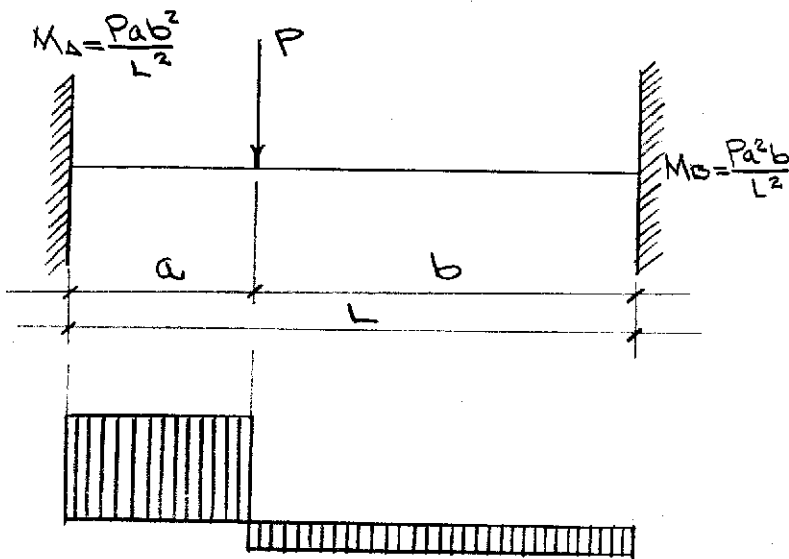
$$L/3 \leq x \leq 2L/3$$

$$V_x = \frac{P}{3}$$

$$2L/3 \leq x \leq L$$

$$V_x = -\frac{2P}{3}$$

## 3.1.3 Viga con Empotramiento en Ambos Extremos



$$\underline{\underline{\sum M_B = -M_B}}$$

$$R_A L - \frac{Pab^2}{L^2} - Pb = \frac{Pa^2b}{L^2}$$

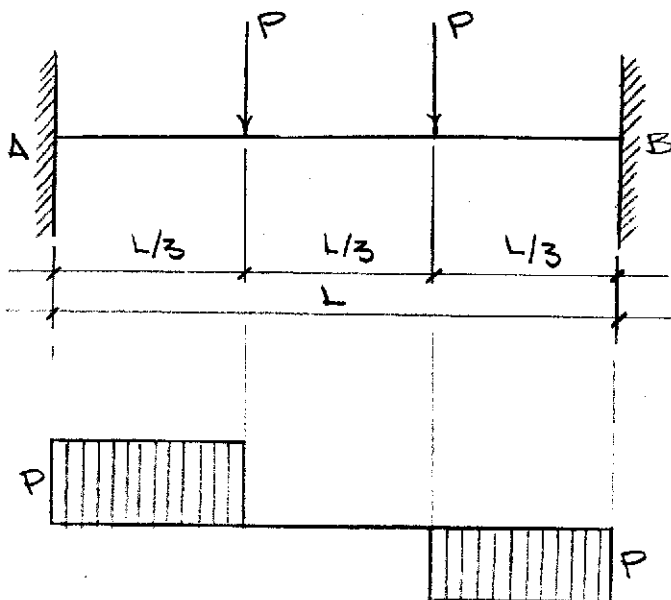
$$\therefore R_A = \frac{Pab^2}{L^3} - \frac{Pa^2b}{L^2} + \frac{Pb}{L}$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq a}}$$

$$V_x = \frac{P}{L} \left( \frac{ab^2}{L^2} - \frac{a^2b}{L^2} + b \right)$$

$$\underline{\underline{a \leq x \leq L}}$$

$$V_x = P \left( \frac{ab^2}{L^3} - \frac{a^2b}{L^3} + \frac{b}{L} - 1 \right)$$



$$\underline{\underline{\sum F_v = 0}}$$

$$R_A + R_B = 2P$$

$$R_A = R_B$$

$$\therefore R_A = P$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq L/3}}$$

$$V_x = P$$

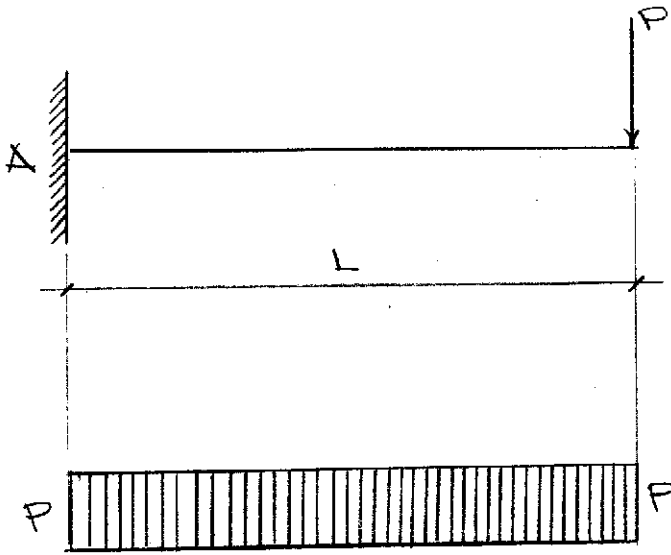
$$\underline{\underline{L/3 \leq x \leq 2L/3}}$$

$$V_x = P - P = 0$$

$$\underline{\underline{2L/3 \leq x \leq L}}$$

$$V_x = -P$$

## 3.1.4 Vigas en Voladizo

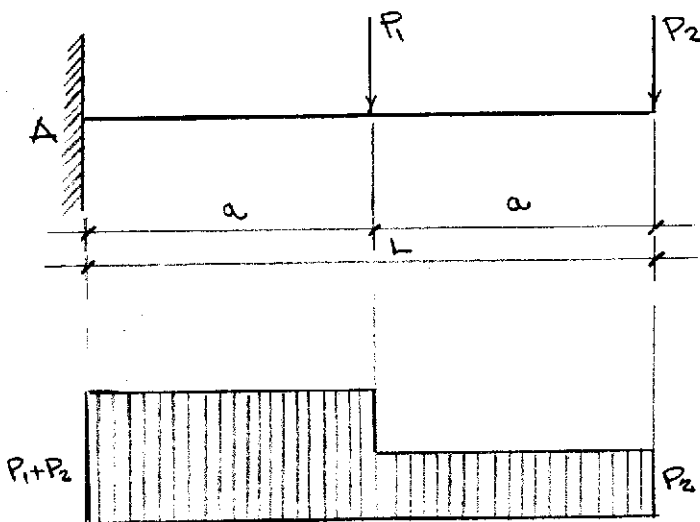


$$\underline{\underline{\sum F_V = 0}}$$

$$R_A = P$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq L}}$$

$$V_x = P$$



$$\underline{\underline{\sum F_V = 0}}$$

$$R_A = P_1 + P_2$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq a}}$$

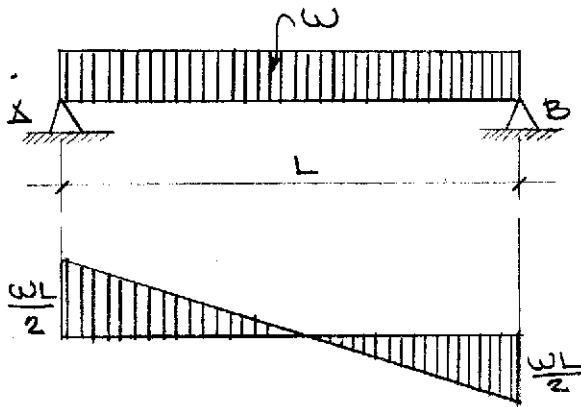
$$V_x = P_1 + P_2$$

$$\underline{\underline{a \leq x \leq L}}$$

$$V_x = P_2$$

### 3.2 VIGAS TÍPICAS SOMETIDAS A CARGAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS

#### 3.2.1 Vigas Simplemente Apoyadas



$$\underline{\underline{\sum F_V = 0}}$$

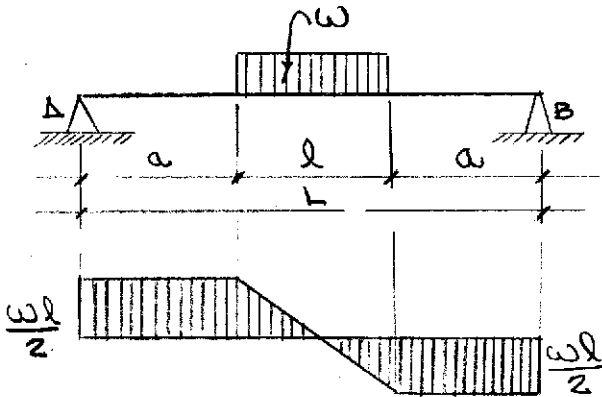
$$R_A = R_B$$

$$R_A + R_B = wL$$

$$\therefore R_A = \frac{wL}{2}$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq L}}$$

$$V_x = \frac{wL}{2} - wx$$



$$\underline{\underline{\sum F_V = 0}}$$

$$R_A = R_B$$

$$R_A + R_B = wl$$

$$\therefore R_A = \frac{wl}{2}$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq a}}$$

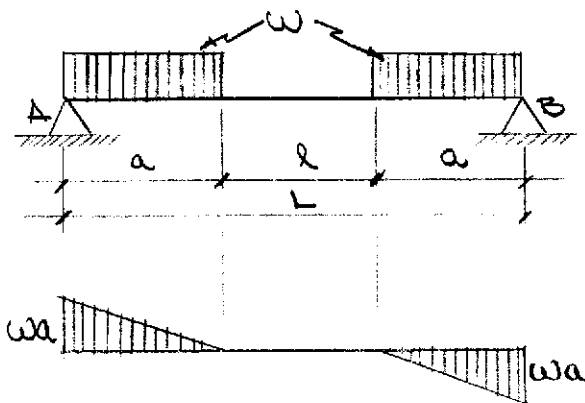
$$V_x = \frac{wl}{2}$$

$$\underline{\underline{a \leq x \leq a+l}}$$

$$V_x = \frac{wl}{2} - w(x-a)$$

$$\underline{\underline{a+l \leq x \leq L}}$$

$$V_x = \frac{wl}{2} - wl$$



$$\underline{\underline{\sum F_V = 0}}$$

$$R_A + R_B = w(2a)$$

$$\therefore R_A = wa$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq a}}$$

$$V_x = wa - wx$$

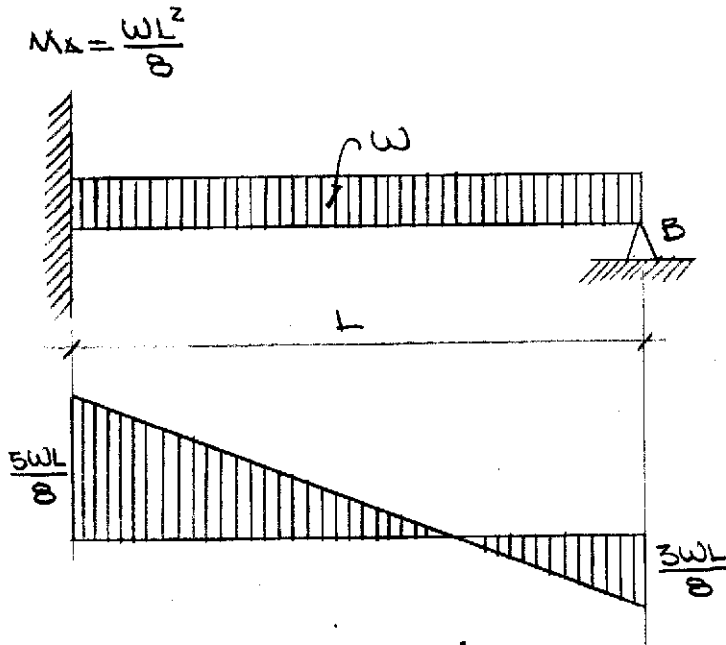
$$\underline{\underline{a \leq x \leq a+l}}$$

$$V_x = 0$$

$$\underline{\underline{a+l \leq x \leq L}}$$

$$V_x = w[x - (a+l)]$$

## 3.2.2 Vigas con Empotramiento en un Extremo y Simplemente Apoyadas en el Otro



$$\sum M_B = 0$$

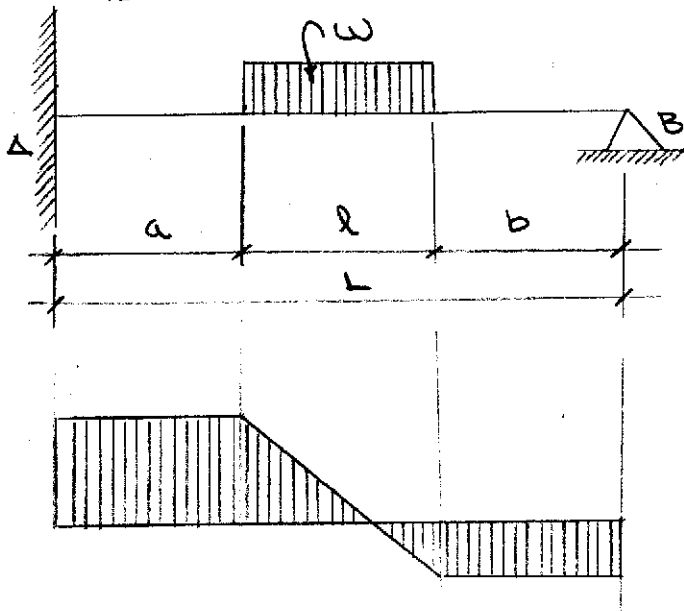
$$R_B L - \frac{wL^2}{8} - \frac{wL^2}{2} = 0$$

$$\therefore R_B = \frac{5wL}{8}$$

$$0 \leq x \leq L$$

$$V_x = \frac{5wL}{8} - wx$$

$$V_A = \frac{wl}{16} \left( 3 - \frac{l^2}{L^2} \right)$$



$$\sum M_B = 0$$

$$R_B L - \frac{wlL}{16} \left( 3 - \frac{l^2}{L^2} \right) - wl \left( b + \frac{l}{2} \right) = 0$$

$$\therefore R_B = \frac{wl}{16} \left( 3 - \frac{l^2}{L^2} \right) + \frac{wl}{L} \left( b + \frac{l}{2} \right)$$

$$0 \leq x \leq a$$

$$V_x = \frac{wl}{16} \left( 3 - \frac{l^2}{L^2} \right) + \frac{wl}{L} \left( b + \frac{l}{2} \right)$$

$$a \leq x \leq a + l$$

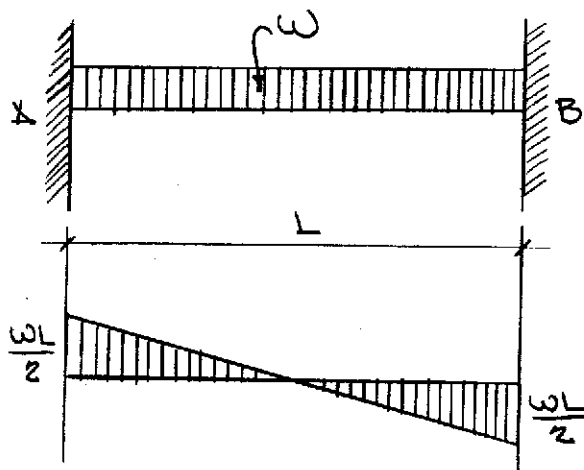
$$V_x = R_B - w(x - a)$$

$$a + l \leq x \leq L$$

$$V_x = R_B - wl$$



## 3.2.3 Vigas con Empotramiento en Ambos Extremos



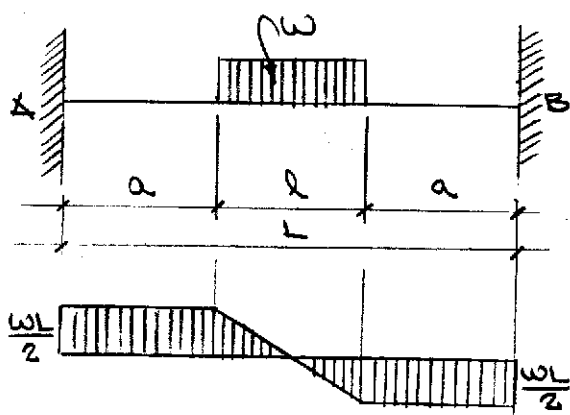
$$\underline{\underline{\sum F_V = 0}}$$

$$R_A + R_B = wL$$

$$\therefore R_A = R_B = \frac{wL}{2}$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq L}}$$

$$V_x = \frac{wL}{2} - wx$$



$$\underline{\underline{\sum F_V = 0}}$$

$$R_A + R_B = wL$$

$$\therefore R_A = \frac{wL}{2}$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq a}}$$

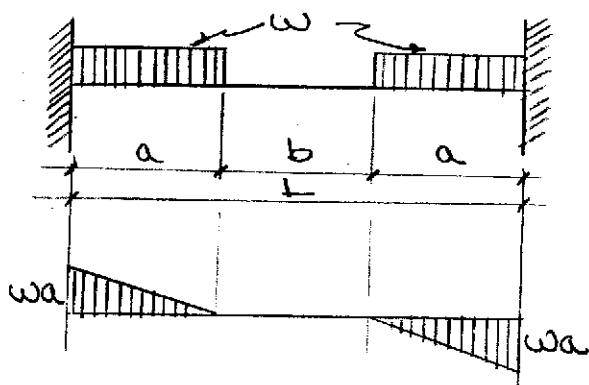
$$V_x = \frac{wl}{2}$$

$$\underline{\underline{a \leq x \leq a+l}}$$

$$V_x = \frac{wl}{2} - w(x-a)$$

$$\underline{\underline{a+l \leq x \leq L}}$$

$$V_x = \frac{wl}{2} - wl$$



$$\underline{\underline{\sum F_V = 0}}$$

$$R_A + R_B = 2wa$$

$$\therefore R_A = wa$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq a}}$$

$$V_x = wa - wx$$

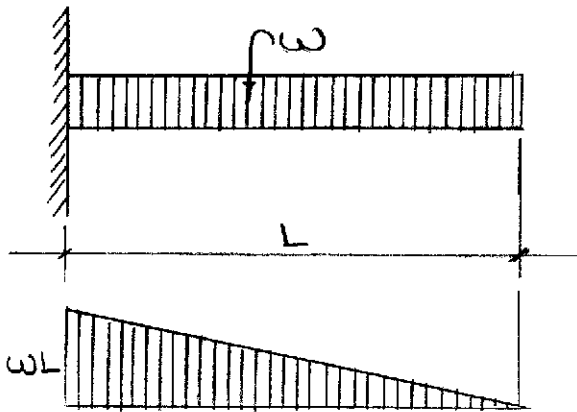
$$\underline{\underline{a \leq x \leq a+b}}$$

$$V_x = 0$$

$$\underline{\underline{a+b \leq x \leq L}}$$

$$V_x = -w[x - (a+b)]$$

## 3.2.4 Viga en Voladizo



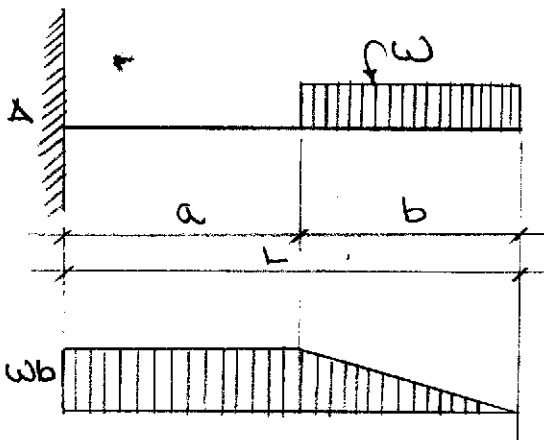
$$\underline{\underline{\sum F_y = 0}}$$

$$R_A - WL = 0$$

$$\therefore R_A = WL$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq L}}$$

$$V_x = WL - wx$$



$$\underline{\underline{\sum F_y = 0}}$$

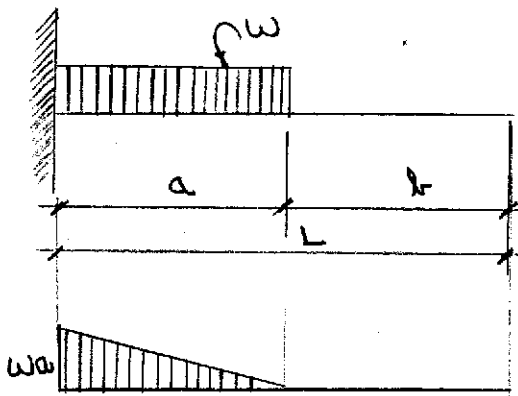
$$R_A = wb$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq a}}$$

$$V_x = wb$$

$$\underline{\underline{a \leq x \leq L}}$$

$$V_x = wb - w(x-a)$$



$$\underline{\underline{\sum F_y = 0}}$$

$$R_A = wa$$

$$\underline{\underline{0 \leq x \leq a}}$$

$$V_x = wa - wx$$

$$\underline{\underline{a \leq x \leq L}}$$

$$V_x = 0$$

## EJEMPLOS RESUELTOS

### Ejemplo No. 1

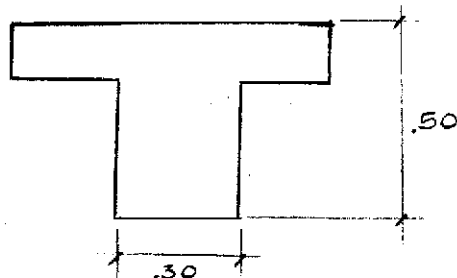
- 1.) Calcular todos los tipos de refuerzo a corte posibles de una viga "T" fundida monolíticamente todos sus elementos, la cual se encuentra simplemente soportada y posee una carga concentrada de 80000 Kg. al centro de la luz.

#### Datos:

$$f_c = 281.2 \text{ Kg./cm.}^2$$

$$f_y = 2812 \text{ Kg./cm.}^2$$

$$L = 5.00 \text{ Mts.}$$



$V_u = P/2$  el cual es constante a lo largo de toda la viga

$$v_u = \frac{V_u}{\phi b_w d} \quad \text{Ec. (11-3)}$$

$$v_u = \frac{40000}{0.85 \times 30 \times 45} = 34.86$$

$$v_c = 0.5 \sqrt{f_c} \quad \text{Sec. 11.4.1}$$

$$v_c = 0.5 \sqrt{281.2} = 8.38$$

$$(v_u - v_c) = 26.48 > \sqrt{f_c}$$

$$S_{\text{mín.}} = d/4 = 11.25 \text{ cm.}$$

- I.) Utilizando estribo perpendicular cuadrado de 2 patas:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) b_w S}{f_y} \quad \text{Ec. (11-13)}$$

$$S = \frac{A_v f_y}{(v_u - v_c) b}$$

- I.1) Utilizando estribo No. 3

$$S = \frac{2(0.71) \times 2812}{26.48 \times 30} = 5 \text{ cm.} < 11.25 \text{ O.K.}$$

I.2) Utilizando estribo No. 4

$$S = \frac{2(1.27) \times 2812}{26.48 \times 30} = 9 \text{ cm.} < 11.26 \text{ O.K}$$

I.3) Utilizando estribo No. 5

$$S = \frac{2(1.98) \times 2812}{26.48 \times 30} = 14 \text{ cm.} > 11.25 \text{ NO !}$$

II Utilizando estribos a 45° cuadrados de 2 patas:

$$AV = \frac{(v_u - v_c) b_o S}{f_y (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad \text{Ec. (11-14)}$$

$$S = \frac{AV f_y (\sin \alpha + \cos \alpha)}{(v_u - v_c) b_o S}$$

II.1) Utilizando estribo No. 3

$$S = \frac{2(0.71) \times 2812 \times 1.4142}{26.48 \times 30} = 7 \text{ cm.} < 11.25 \text{ O.K}$$

II.2) Utilizando estribos No. 4

$$S = \frac{2(1.27) \times 2812 \times 1.4142}{26.48 \times 30} = 12.72 \text{ cm.} \quad 11.25 \text{ NO !}$$

III.) Utilizando Varillas dobladas:

$$AV = \frac{(v_u - v_c) b_o d}{f_y \text{ sen}} \quad \text{Ec. (11-15)}$$

$$(v_u - v_c) < 0.8 f_c$$

$$26.48 > 13.42 \text{ NO!}$$

IV.) Analizando el refuerzo Horizontal:

$$v_{dh} = \frac{V_u}{\phi b_v d} \quad \text{Ec. (17-1)}$$

$$v_h = 24.5 \text{ Kg./cm.}^2 \text{ Investigar Ref. Sec. 17.5.3}$$

$$v_{dh} = \frac{40000}{0.85 \times 30 \times 45} = 34.86 > 24.5 \text{ Invest. Ref.}$$

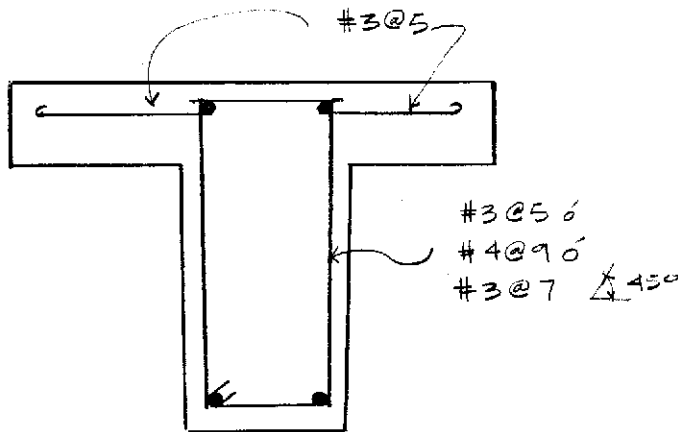
$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu}$$

Ec. (11.30)

$$A_{vf} = \frac{400000}{0.85 \times 2812 \times 1.4} = 11.95$$

$$A_v = 11.95 \implies \text{No } 3 @ 5 \text{ cm.}$$

### RESUMEN DE LOS RESULTADOS:



### Ejemplo No 2:

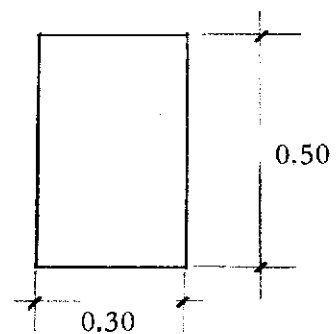
Calcular el refuerzo a corte vertical, de una viga de sección rectangular, simplemente soportada y con una carga uniformemente distribuida, de  $W_u = 16000 \text{ Kg./m.}$ ; utilizando estribos cuadrados perpendiculares

#### Datos:

$$f_c = 281.2 \text{ Kg./cm}^2$$

$$f_y = 2812 \text{ Kg./cm}^2$$

$$L = 5.00 \text{ m.}$$



$$\text{De las ecuaciones de corte: } V_x = \frac{W L}{2} - Wx$$

Puede notarse en ésta ecuación, que el corte no es constante a lo largo de la viga, por lo que habrá que calcular el corte para ciertos tramos, los cuales podrían ser por ejemplo a una distancia "d", 1.00 m., 1.50 m., 2.00 m. y con ellos diseñar el refuerzo correspondiente.

$$V_{(0.45)} = \frac{16000 \times 5.00}{2} - 16000 \times 0.45 = 34,400 \text{ Kg.}$$

$$V_{(1.00)} = \frac{16000 \times 5.00}{2} - 16000 \times 1.00 = 24,000 \text{ Kg.}$$

$$V_{(1.50)} = \frac{16000 \times 5.00}{2} - 16000 \times 1.50 = 16,000 \text{ Kg.}$$

$$V_{(2.00)} = \frac{16000 \times 5.00}{2} - 16000 \times 2.00 = 8,000 \text{ Kg.}$$

Cálculo de  $v_u$ :

$$v_u = \frac{V_u}{\phi b_w d}$$

(Ec. 11-3)

$$v_u(0.45) = \frac{34,400}{0.85 \times 30 \times 0.45} = 29.98 \text{ Kg./cm}^2.$$

$$v_u(1.00) = \frac{24,000}{0.85 \times 30 \times 0.45} = 20.92 \text{ Kg./cm}^2.$$

$$v_u(1.50) = \frac{16,000}{0.85 \times 30 \times 0.45} = 13.94 \text{ Kg./cm}^2.$$

$$v_u(2.00) = \frac{8,000}{0.85 \times 30 \times 0.45} = 6.97 \text{ Kg./cm}^2.$$

$$v_c = 0.5 \sqrt{f'_c}$$

(Sec. 11.4.1)

$$v_c = 0.5 \sqrt{281.2} = 8.38 \text{ Kg./cm}^2.$$

$$S \text{ m\u00ednimo} = d/2 = 22.50 \text{ cm.}$$

$$\text{Si } (v_u - v_c) \leq \sqrt{f_c} \Rightarrow S \text{ m\u00ednimo} = d/4 = 11.25 \text{ cm.}$$

C\u00e1lculo del estibo, utilizando estribo No. 3.

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) b S}{f_y} \quad (\text{Ec. 11-13})$$

$$S = \frac{A_v f_y}{(v_u - v_c) b}$$

$$S_{(0.45)} = \frac{2 (0.71) \times 2812}{21.60 \times 30} = 6.16 \text{ cm. O.K.}$$

$$S_{(1.00)} = \frac{2 (0.71) \times 2812}{12.54 \times 30} = 10.60 \text{ cm. O.K.}$$

$$S_{(1.50)} = \frac{2 (0.71) \times 2812}{5.56 \times 30} = 23.93 \text{ cm. NO !}$$

Usar S m\u00ednimo = 22.50 cm.

$$S_{(2.00)} = \frac{2 (0.71) \times 2118}{(v_u - v_c) \times 30} = \text{Por ser } (v_u - v_c) \text{ negativo en \u00e9ste caso, usar S m\u00ednimo}$$

#### CUADRO RESUMEN:

dist.	$V_u$	$V_u$	$V_c$	$(V_u - V_c)$	$\sqrt{f_c}$	Sm\u00edn.	S	Sa usar
0.45	34,400	29.98	8.38	21.60	16.77	11.25	6.16	6.00
1.00	24,000	20.92	8.38	12.54	16.77	22.50	10.60	11.00
1.50	16,000	13.94	8.38	5.56	16.77	22.50	23.93	22.50
2.00	8,000	6.97	8.38	-----	16.77	22.50	-----	22.50

Usar estribos No. 3, 4 a 6, 5 a 11, Resto a 22.5 cm.

f.c.c

**Ejemplo No. 3:**

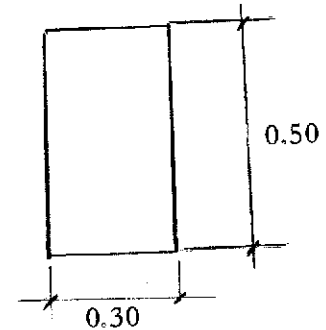
Calcular el refuerzo a cortante vertical, de una viga de sección rectangular, en voladizo, con una carga uniformemente distribuida de  $w = 15000 \text{ Kg./M.}$  Utilizando estribos cuadrados perpendiculares No. 4

**Datos:**

$$f_c = 281.2 \text{ Kg./Cm}^2.$$

$$f_y = 4219 \text{ Kg./cm}^2.$$

$$L = 3 \text{ Mts.}$$



De las ecuaciones de Corte:  $V_x = wL - wX$

Como el cortante no es constante a lo largo de la viga, habrá que investigarlo por tramos correspondientes a: "d", 1.00 M., 1.50 M.

Utilizando las ecuaciones 11-3, sec. 11.4.1, Ec. 11-13, tenemos

dist.	$V_u$	$V_c$	$V_c$	$(V_u - V_c)$	$\sqrt{f_c}$	Smín.	S	Sa usar
d	41625	43.53	8.38	35.15	16.78	11.25	9.84	11.25
1.0	30000	31.38	8.38	23.00	16.78	11.25	18.64	18.5
1.5	22500	23.53	8.38	15.15	16.78	22.50 *	28.29 *	28.0

dist.	$V_u$	S
d	41625	11.25
1	30000	18.00
1.5	22500	28.00 *

usar No. 4, 4@ 11.25, 3@ 18.5, R@ 28

**USO DE TABLAS:**

Las tablas elaboradas en el presente trabajo, son únicamente para calcular el refuerzo de corte vertical, utilizando como refuerzo estribos cuadrados colocados en forma perpendicular al eje neutro de la viga; habiéndose escogido éste tipo de refuerzo para tabularlo, por ser el de uso más común en nuestro medio.



**OBSERVACIONES:**

- A.) Por facilidad de tabulación y contrariamente a lo usual, para definir las secciones de las vigas, se escogió denotar con el primer número al peralte efectivo "d" de la sección y al segundo como el ancho "bó".
- B.) Los números que denotan el diámetro del estribo a usar, y que aparezcan con significan que debe de utilizarse un estribo doble ó un estribo de cuatro patas.
- c.) Cuando el  $V_u$  de diseño, no corresponda exactamente con uno de los que aparezca en la tabla, si no que se encuentre limitado entre dos de ellos, el calculista deberá escoger el espaciamiento menor.
- D.) Las dimensionales utilizadas en la tabla son las siguientes:  $f_c$  y  $f_y$  en Kg/cm.<sup>2</sup>,  $V_u$  en Kg, S en cm. y  $\phi$  en octavos de pulgada.

**PROCESO:**

- 1.) Se deben de escoger los materiales a emplear, representados, el concreto por  $f_c$  y el acero por  $f_y$ , en la parte superior de cada tabla.
- 2.) Se debe de escoger la columna correspondiente para cada sección de viga deseada, según la observación "A".
- 3.) Escoger el diámetro y el número de patas del estribo a usar, según lo explicado en el inciso "B".
- 4.) Buscar el  $V_u$  de diseño según el inciso "C" y leer el espaciamiento en la subcolumna de la izquierda, siendo éste el espaciamiento a utilizar, sin necesidad de efectuar ningún choqueo posterior.
- 5.) Si el  $V_u$  de diseño, fuese menor que el  $V_u$  que aparece encabezando cada columna, deberá utilizarse el refuerzo que se indique para éste último.
- 6.) Si el  $V_u$  de diseño, fuese mayor que el  $V_u$  que aparece subrayado en la tabla, deberá de cambiarse de sección.

**Construcción de Tablas:**

La construcción de las tablas, fué realizada con una calculadora de mano de memorias múltiples tipo H.P. - 45 y se realizó en la forma siguiente:

- 1. Para cada grupo de tablas, se fijaron los materiales a emplearse y se introdujo en las memorias las constantes siguientes,  $0.5 \sqrt{f_c}$  en la memoria 2,;  $\sqrt{f_c}$  en la memoria 3; y  $2.1 \sqrt{f_c}$  en la memoria 4

2. Se fijó de antemano, el diámetro de estribo a usarse para cada caso, metiéndose en la memoria 1 el producto  $A_v f_y$ .
3. Se fijó los espaciamientos, partiendo para cada viga de los espaciamientos mínimos; y de la ecuación 11-13, se despejó el factor  $(v_u - v_c)$  de la manera siguiente:

$$A_v = \frac{(v_u - v_c) b S}{f_y} \quad (\text{Ec. 11-13})$$

$$(v_u - v_c) = \frac{A_v f_y}{S}$$

4. Haciendo variar los espaciamientos  $S$ , se encontraban los distintos valores de  $(v_u - v_c)$ , los cuales se chequeaban contra los valores de  $\sqrt{f'_c}$  en la memoria 3 y de  $2.1 \sqrt{f'_c}$  en la memoria 4, para ver el  $S$  mínimo y el esfuerzo máximo de la sección.
5. Si el valor de  $(v_u - v_c)$ , aceptaba el chequeo anterior, se le restaba el valor de  $0.5 \sqrt{f'_c}$  de la memoria 2 que era el correspondiente a  $v_c$ , quedando únicamente  $v_u$ .
6. Partiendo de la ecuación 11-3, se despeja el factor  $\phi.b.d$  el cual es una valor constante para toda una sección de viga y se registraba en la memoria 5, así:

$$v_c = \frac{V_u}{\phi b d} \quad (\text{Ec. 11-3})$$

$$V_u = v_c \cdot \phi \cdot b \cdot d$$

De tal manera que el valor de  $V_u$  se encuentra multiplicando el valor encontrado en el paso 5, por el valor contenido en la memoria 5.

#### 4. ENSAYOS DE LABORATORIO

Para poder observar los efectos del refuerzo por corte en vigas, se ensayaron ocho vigas de concreto de  $f_c = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  endurecido a los 28 días.

Para los efectos de los ensayos, los modelos de vigas se dividieron en la forma siguiente:

- A) Cuatro; sometidas a carga concentrada al centro.
- B) Cuatro; sometidas a carga uniformemente distribuida.

En cada grupo de los anteriores, se numeraron las vigas del 1 al 4, dependiendo del tipo de refuerzo por corte; así:

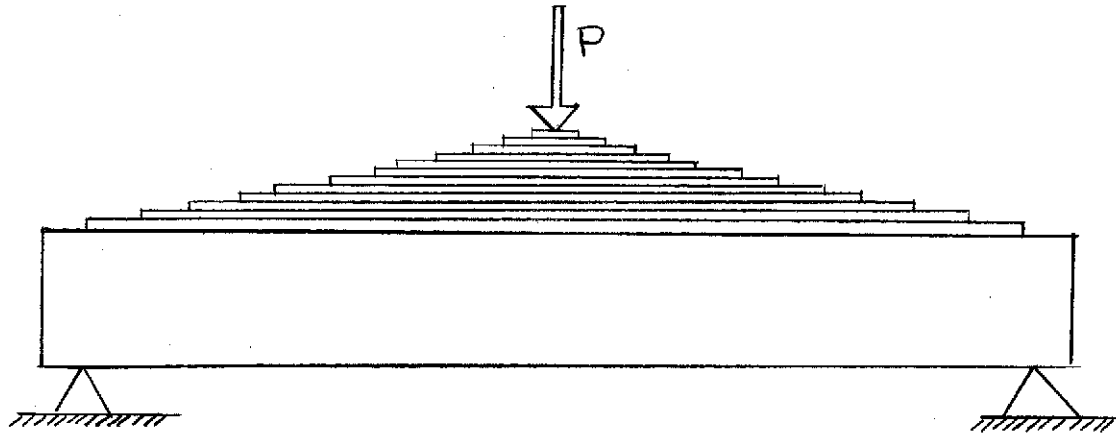
- a) El 1 corresponde a las vigas sin refuerzo.
- b) El 2 corresponde a las vigas con tensiones.
- e) El 3 corresponde a las vigas con estribos perpendiculares.
- d) El 4 corresponde a las vigas con estribos a  $45^\circ$ .

Y antecedidas de la letra C si se trataba de carga concentrada, y de la letra D si era carga distribuida; se tiene así, por ejemplo, que la viga C-3 era la viga con estribos verticales sometida a carga concentrada.

Todas las vigas estaban apoyadas del mismo modo, es decir, simplemente apoyadas, y con una luz efectiva de 2m.

Para poder simular la carga distribuida, se necesitaba que ésta estuviese realmente distribuida a lo largo de toda la viga, tanto cuando la viga estuviese sin deformar, como cuando estuviese deformada; ello sólo es posible lograrlo en laboratorio, utilizando cargas fluídicas como bolsas de agua o sacos de arena.

Por la dificultad que presentaba el uso de las cargas anteriormente descritas, fue que se pensó utilizar una serie de soleras de acero de diferentes tamaños y completamente engrasadas para reducir fricciones, como las utilizadas en la construcción de resortajes para camiones, y colocadas como se observa en la figura siguiente:



La escogencia de este tipo de carga fue con el objeto de que a medida que la viga se fuese deformando, siguiese recibiendo la carga en todos sus puntos.

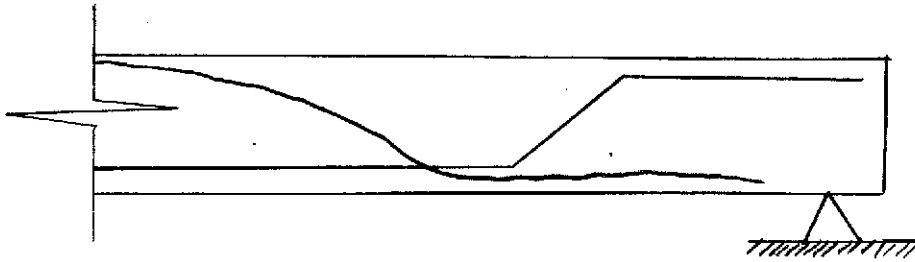
A pesar de que la carga aplicada en la forma anteriormente descrita, no trabajó exactamente como era deseable, sí se obtuvo lo que se perseguía, es decir, notar la diferencia existente, tanto en el apareamiento de grietas, como en el tipo de falla entre la aplicación de una carga 100% concentrada y una relativamente distribuida.

Las pruebas de carga se realizaron en el marco de prefabricados del laboratorio de la Facultad de Ingeniería.

Las vigas ensayadas fueron calculadas para una carga concentrada de 10,000 libras unas, y de 5,000 libras por metro las otras, teniendo el armado a flexión siguiente:

A todas las vigas se les aplicó una carga inicial de 5,000 libras, con incrementos de carga de 500 libras cada uno, anotándose las deformaciones sufridas, así como el apareamiento de grietas y las cargas a que éstas aparecieron.

Puede observarse, que en lo que respecta a las vigas tipo 1 (ver fotos 1, 2, 7 y 8), tanto las que se sometieron a cargas concentradas, como a la distribuida, la falla fue típica por corte; en cuanto a las del tipo 2 (ver fotos 3 y 4), a pesar de que también fallaron por corte, la grieta de falla se corrió más hacia el centro de la viga, es decir, en una zona donde no existía ningún tipo de refuerzo a corte, presentándose una situación como la siguiente:

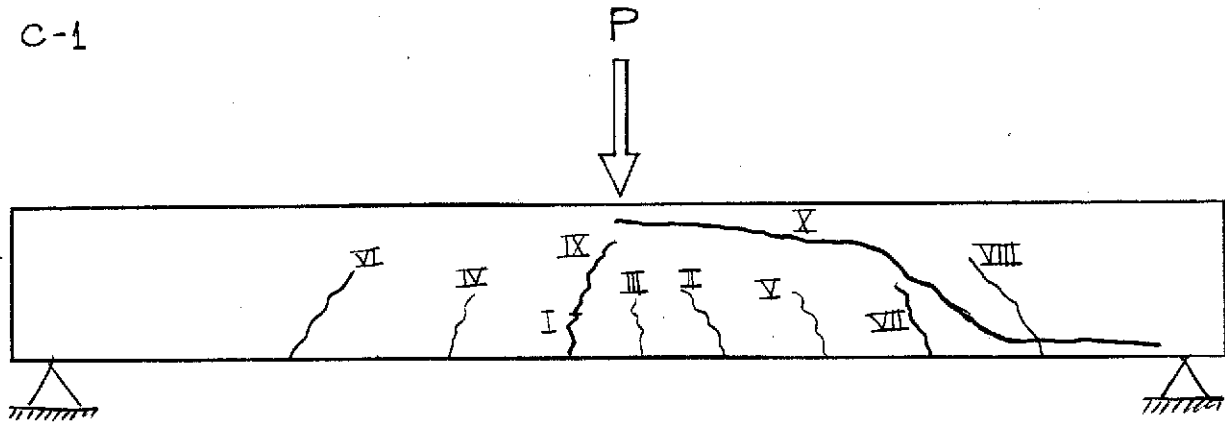


Es por ello, que este tipo de refuerzo debe de ir acompañado de estribos.

En cuanto a las vigas tipo 3 y 4 (ver fotos 5, 6, 9 y 10), puede notarse que aunque sí aparecieron grietas por corte, la falla principal fue por flexión.

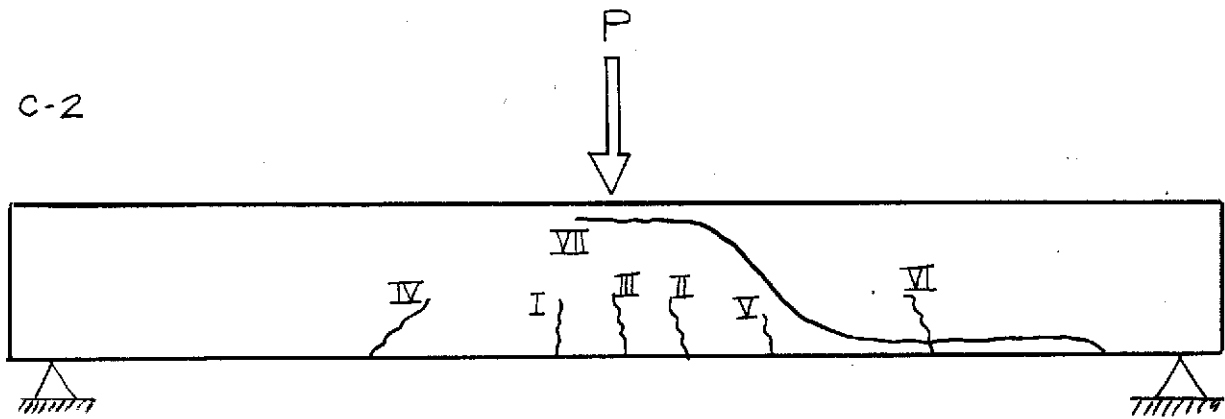
A pesar de que a las vigas se les calculó para una carga teórica de 10,000 #, éstas resistieron cargas de hasta 25,000 # es decir, más del doble de lo previsto; por ello podemos suponer que el esfuerzo cortante  $V_c$  real del concreto es bastante mayor que el límite conservador supuesto por el código de  $0.5 \sqrt{f'_c}$ .

C-1



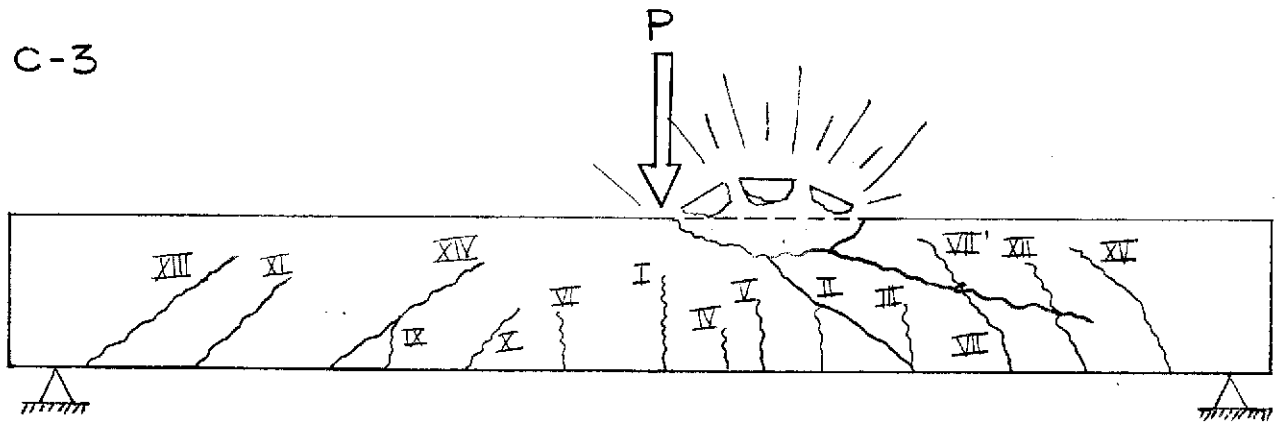
Carga	Grietas	Carga	Grietas
15,000	I, II, III, IV	15,500	VIII, IV
16,500	V, VI, VII	18,100	Colapso, X

C-2



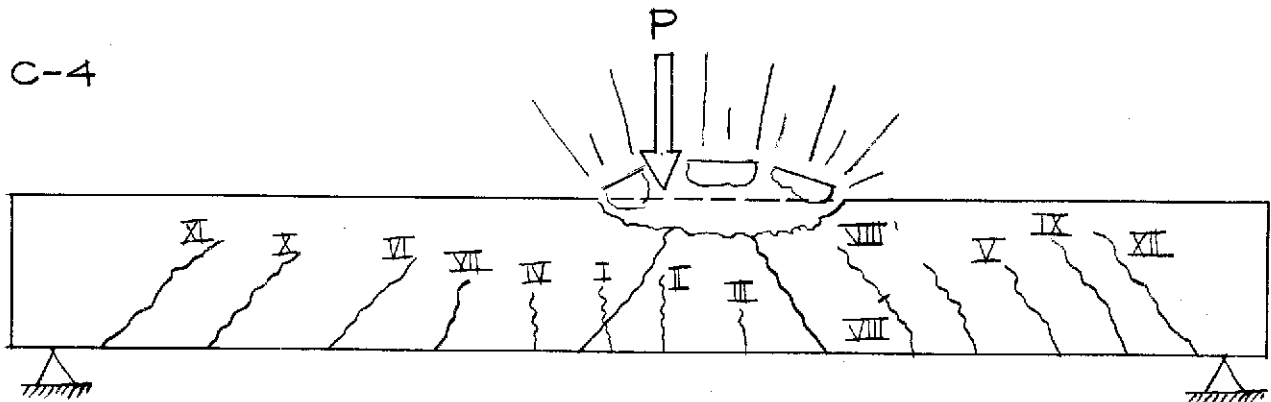
Carga	Grietas	Carga	Grietas
12,000	I, II, III	15,500	V, VI
13,500	IV	23,200	Colapso, VII

C-3



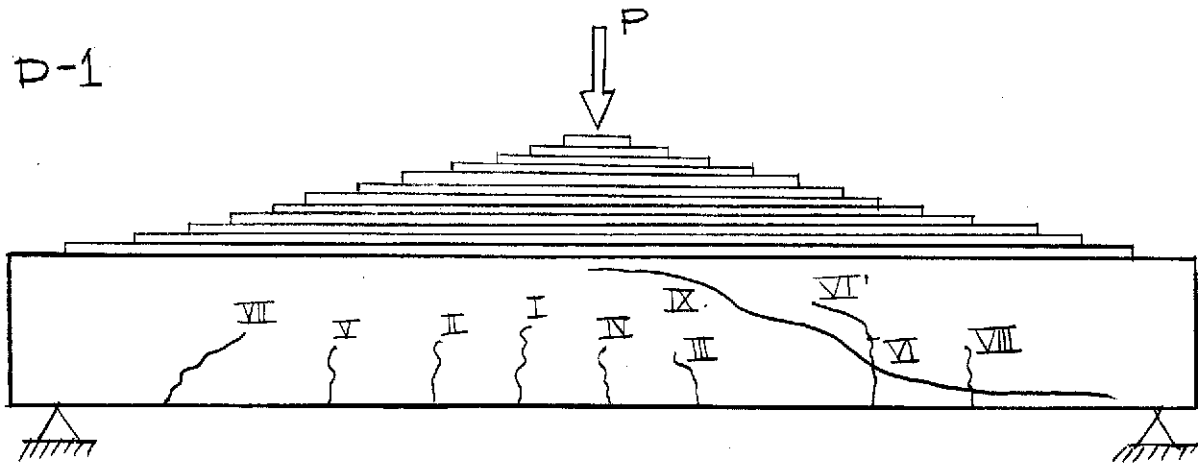
Carga	Grietas	Carga	Grietas
18,00	I	25,500	X, XI, XII
20,500	II, III, IV, V, VI	26,500	XIII, XIV
22,500	VII	27,200	XV, XVI, falla de la zona a compresión
25,000	VII, VIII, IX		

C-4



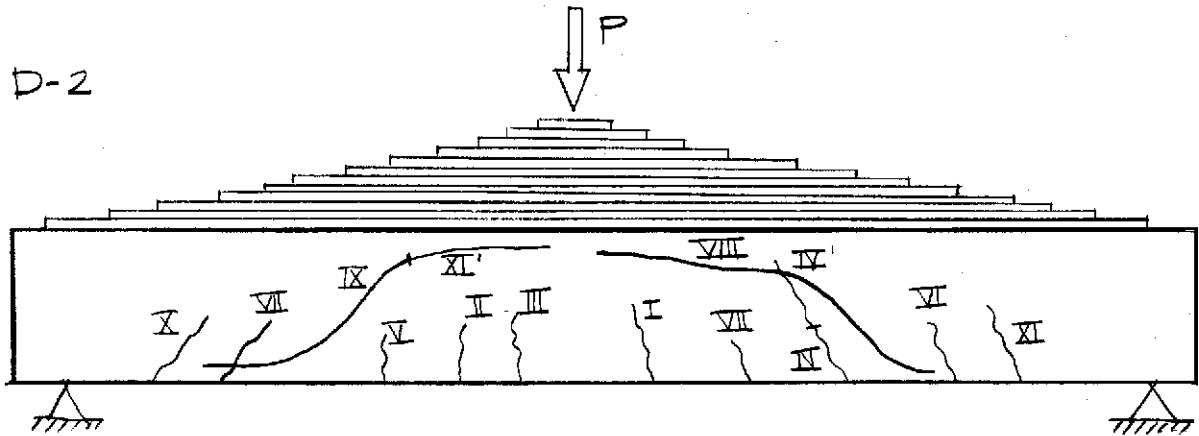
Carga	Grietas	Carga	Grietas
14,500	I	21,500	XI
15,000	II, III	25,000	XII
16,500	IV, V, VI	27,000	Falla de la zona a compresión
18,000	VII, VIII		
20,500	VIII, IX, X		

D-1



Carga	Grietas	Carga	Grietas
14,500	I	21,500	VII, VIII, VI
15,000	II, IV	23,400	Colapso, IX
16,500	V		
19,000	VI		

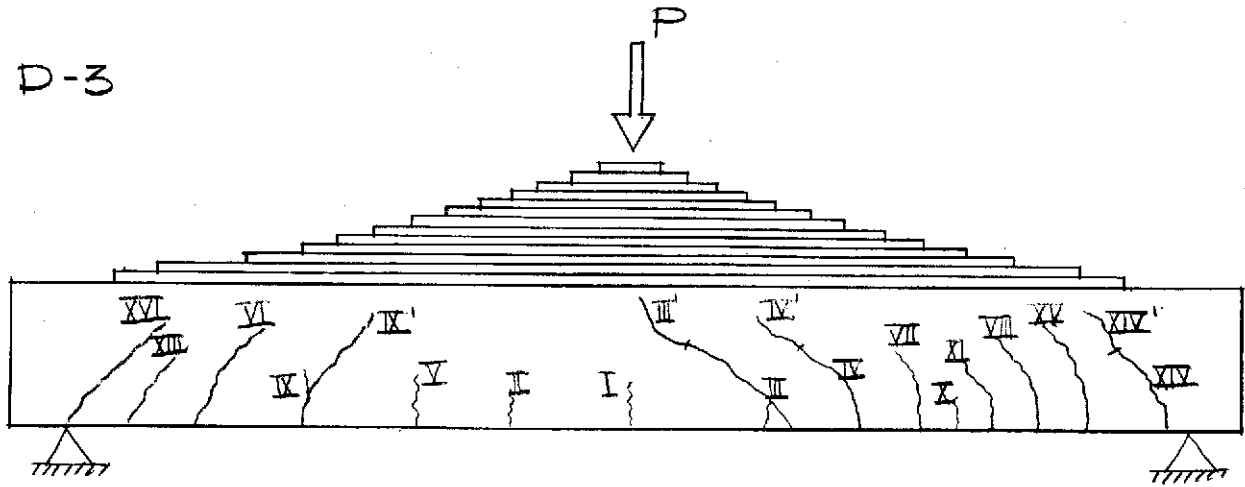
D-2



Carga	Grietas	Carga	Grietas
12,500	I, II	19,500	IV', VI
15,000	III	22,000	VII
16,000	IV, V	25,000	VII, IX, X, XI

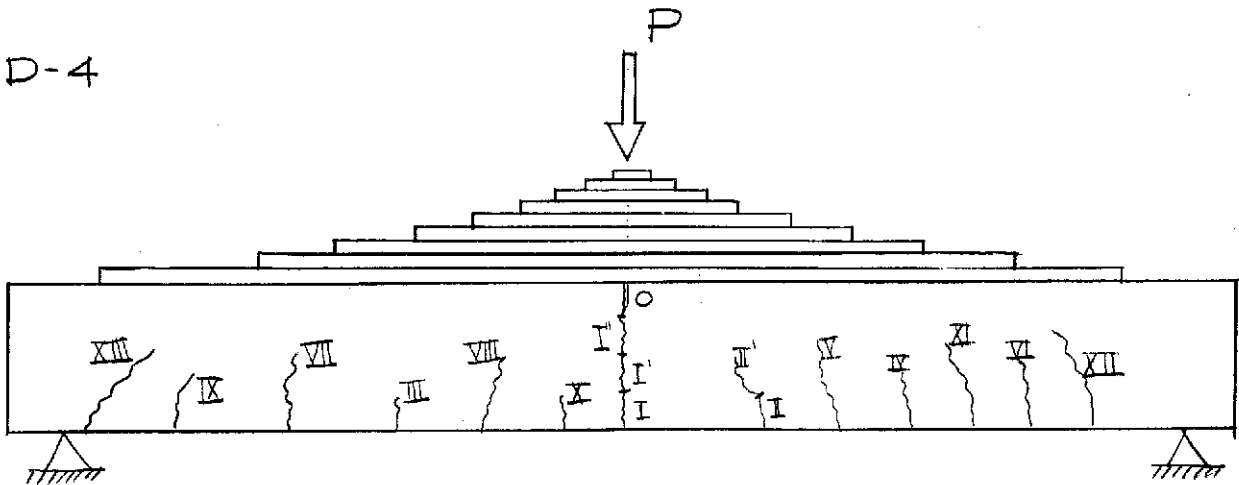


D-3



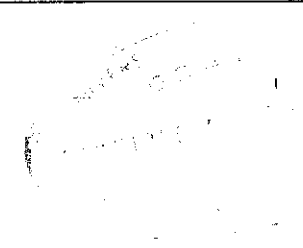
Carga	Grietas	Carga	Grietas
12,000	I	24,500	IX
12,500	II, III	25,000	XII, XIII, XIV
15,500	III, IV, V	25,500	XV
20,000	VI, VII	26,000	III, IV, XIV, XVI
22,500	IX, X, XI		

D-4



Carga	Grietas	Carga	Grietas
16,000	I, II, III	22,500	V, VI, VII
18,500	IV, II, I	24,500	VIII, IX
		25,000	I, X, XIII

Grieta "o" existente antes de realizar el ensayo



VIGAS SOMETIDAS A CARGA CONCENTRADA

C-1

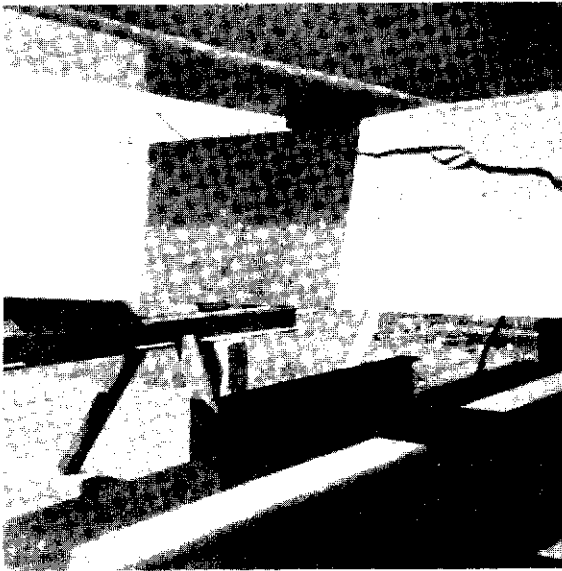


Foto No. 1

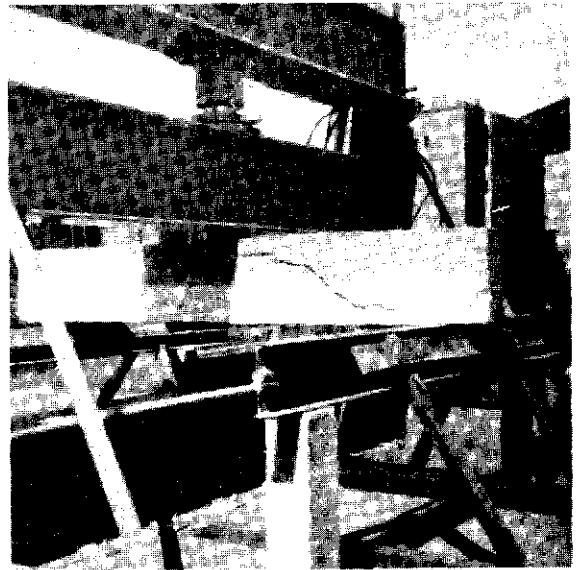


Foto No. 2

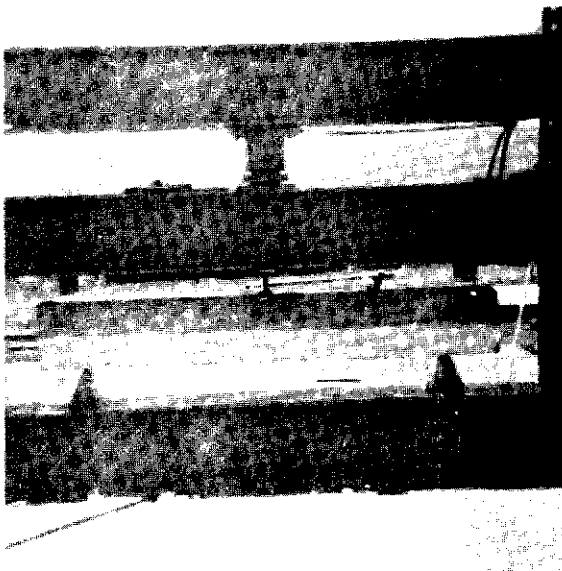


Foto No. 3

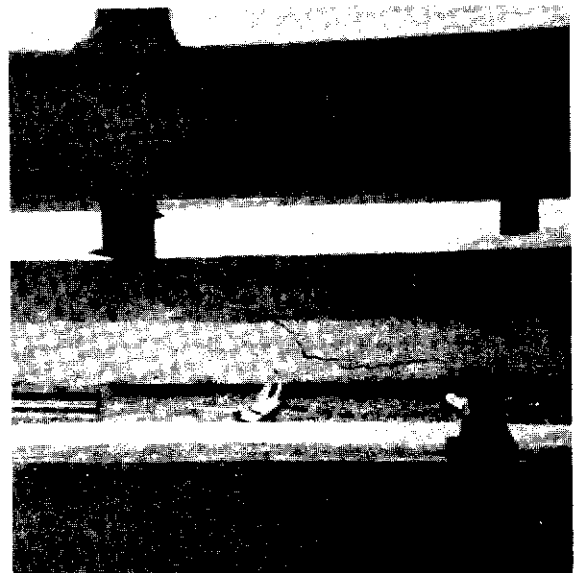


Foto No. 4

C-2

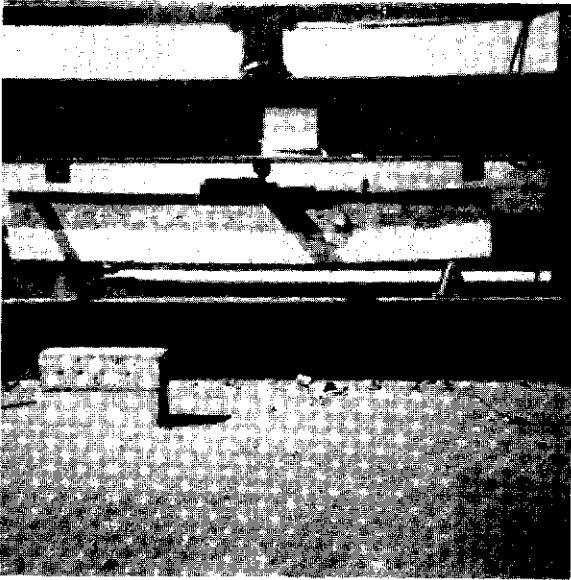


Foto No. 5

C-3

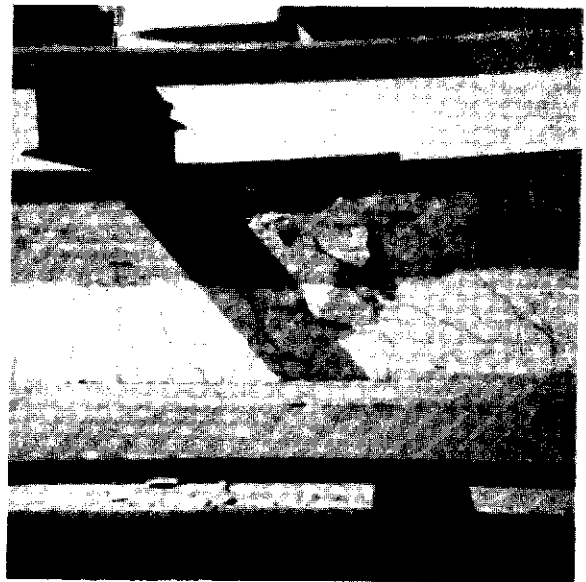


Foto No. 6

UNIVERSITY OF CALIFORNIA  
LIBRARY  
1965

VIGAS SOMETIDAS A CARGA DISTRIBUIDA

D-1

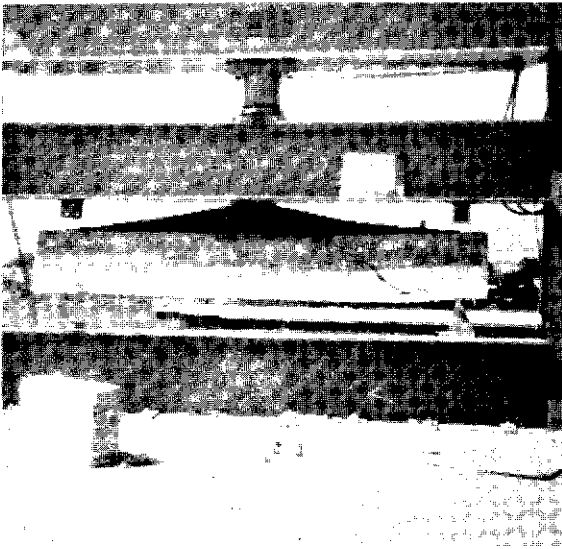


Foto No. 7

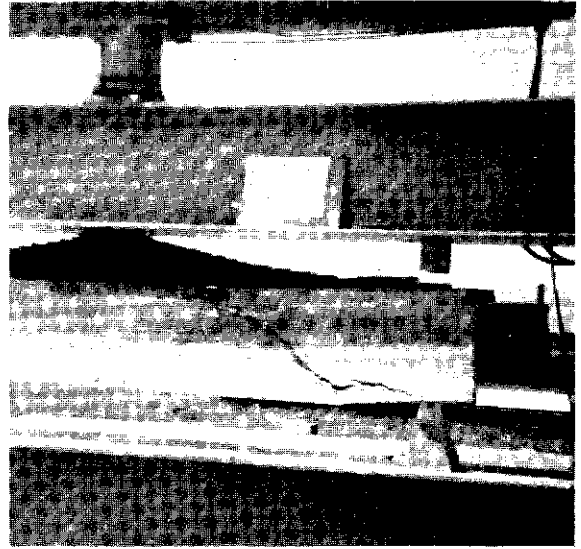


Foto No. 8

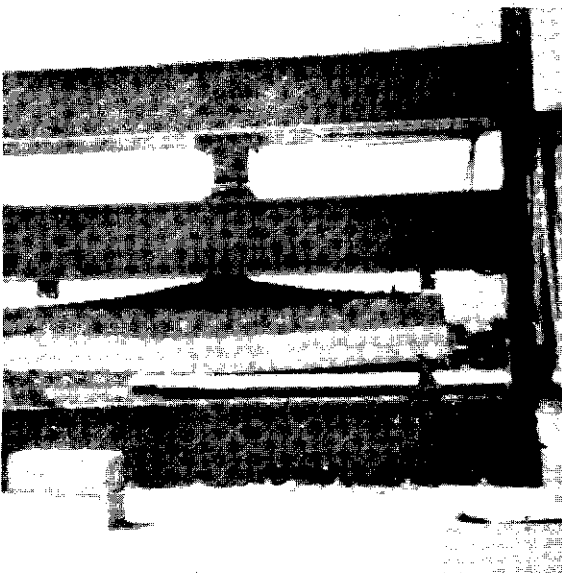


Foto No. 9

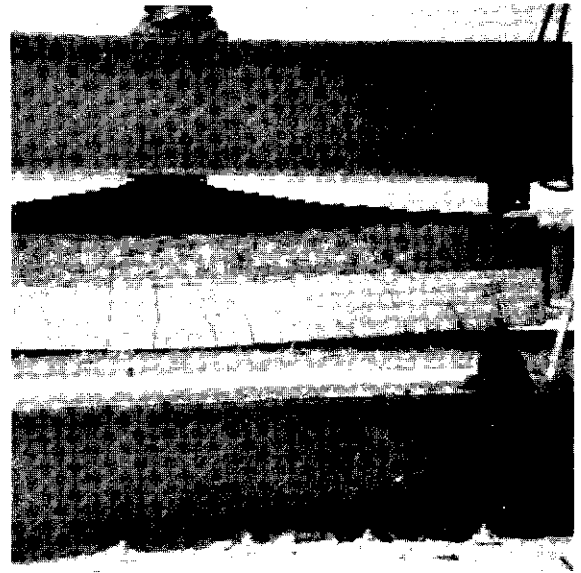


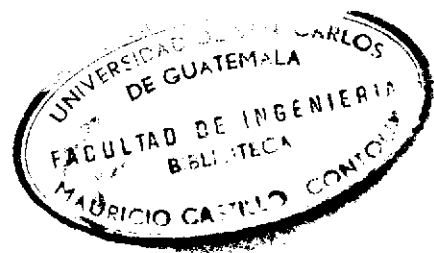
Foto No. 10

D-3

## 5. CONCLUSIONES:

- 1.) El esfuerzo de corte actúa a  $45^\circ$  de la dirección de los esfuerzos normales, y es máximo cuando éstos son iguales.
- 2.) El corte en una sección de viga cualquiera, es igual a la primera derivada de la ecuación de momento, por ello cuando éste es máximo el corte es cero en dicha sección.
- 3.) El refuerzo de corte más efectivo, lo constituyo el de estribos colocados a  $45^\circ$  con respecto del eje neutro de la viga, ello se debe a que actúan perpendicularmente a las grietas de corte.
- 4.) Para refuerzo de corte, es preferible utilizar si ése fuese el caso una varilla de diámetro mayor para estribo y a un espaciamiento también mayor, que lo contrario; debido a que mientras menor es el espaciamiento, mayor es la variación de  $V_u$  que puede contener.
- 5.) El corte, varía en una viga, dependiendo del tipo de carga aplicada, del lugar de aplicación de ésta y del tipo de apoyos de la viga.
- 6.) Mientras la relación  $L_n/d$  de una viga disminuye, mayor es su resistencia al cortante.
- 7.) El cortante horizontal en vigas "T", no es indispensable calcularse, cuando estas se han fundido monolíticamente las alas y el alma.

15 x 15			15 x 20			15 x 25			15 x 30										
#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu								
3	7.50	4,160	3	7.50	5,550	3	7.50	6,940	3	7.50	8,300								
	3.75	4,167		3.75	5,556		3.75	6,945		3.75	8,334								
	3.75	7,229		3.75	9,630		3.75	12,038		3.00	14,445								
20 x 15			20 x 20			20 x 25			20 x 30										
#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu								
3	10.00	5,560	3	10.00	7,400	3	10.00	8,657	3	10.00	9,384								
	5.00	5,566		5.00	7,408		5.00	9,260		9.00	9,926								
	5.00	9,630		5.00	12,840		4.50	15,532		8.00	10,704								
							4.00	16,051		5.00	11,112								
										4.00	17,705								
										3.50	19,261								
25 x 15			25 x 20			25 x 25			25 x 30			25 x 35			25 x 40				
#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu		
3	12.50	6,940	3	12.50	8,687	3	12.50	9,458	3	12.50	10,230	3	12.50	11,002	3	12.50	11,773		
	6.25	6,945		6.25	9,260		11.00	10,222		11.00	10,994		11.00	11,765		11.00	12,537		
	6.25	12,038		6.00	14,754		10.00	10,059		10.00	11,630		10.00	12,402		10.00	13,172		
				5.50	16,051		9.00	11,500		9.00	12,408		9.00	13,100		9.00	13,951		
							6.25	11,575		8.50	13,050		8.00	14,152		8.00	14,924		
							6.00	15,526		6.25	13,090		7.00	15,402		7.00	16,174		
							5.00	17,054		6.00	16,297		6.50	16,200		6.00	17,000		
							4.00	20,063		5.00	18,621		6.25	16,205		5.00	20,174		
										4.00	22,131		6.00	17,069		4.00	23,674		
										3.50	24,076		5.00	19,402		3.00	25,508		
													4.00	22,903					
													3.00	20,009					
													3	12.50	26,940	3	12.50	11,770	
														6.25	26,942		6.25	11,773	
														6.00	28,009		6.00	29,508	
														5.00	32,102		5.00	32,102	
														4	12.50	15,419	4	12.50	16,191
															6.25	16,205		6.25	17,374
															6.00	26,272		6.00	27,043
															5.00	28,009		5.00	31,217
															4.50	32,102		4.50	32,102













15 x 15			15 x 20			15 x 25			15 x 30								
δ	S	Vu	δ	S	Vu	δ	S	Vu	δ	S	Vu						
3	7.50	4,165	3	7.50	5,555	3	7.50	6,940	3	7.50	8,330						
	3.75	4,167		3.75	5,554		3.75	6,945		3.75	8,334						
	3.75	7,223		3.75	9,631		3.75	12,038		3.75	14,446						
20 x 15			20 x 20			20 x 25			20 x 30								
δ	S	Vu	δ	S	Vu	δ	S	Vu	δ	S	Vu						
3	10.00	5,555	3	10.00	7,400	3	10.00	9,255	3	10.00	10,942						
	5.00	5,556		5.00	7,400		5.00	9,260		5.00	11,112						
	5.00	9,631		5.00	12,840		5.00	16,051		4.50	18,789						
										4.00	19,261						
25 x 15			25 x 20			25 x 25			25 x 30			25 x 35			25 x 40		
δ	S	Vu	δ	S	Vu	δ	S	Vu	δ	S	Vu	δ	S	Vu	δ	S	Vu
3	12.50	6,940	3	12.50	9,255	3	12.50	10,647	3	12.50	11,418	3	12.50	12,190	3	12.50	12,962
	6.25	6,945		6.25	9,260		12.00	10,929		12.00	11,701		12.00	12,472		12.00	13,244
	6.25	12,038		6.25	16,051		11.00	11,572		11.00	12,343		11.00	13,115		11.00	13,887
							6.25	11,575		10.00	13,115		10.00	13,887		10.00	14,658
							6.00	18,000		6.25	13,090		9.00	14,829		9.00	15,601
							5.00	20,064		6.00	18,772		8.00	16,000		8.00	16,700
										5.00	21,600		6.25	16,205		7.00	18,295
										4.00	24,077		6.00	19,543		6.00	20,315
													5.00	22,372		5.00	23,143
													4.00	26,614		4.00	27,386
													3.50	28,009		3.00	32,102
															3	12.50	18,515
																6.25	18,520
																6.00	32,102
															4	12.50	18,316
																6.25	18,520
																6.00	31,470
																5.50	32,102

30 x 15			30 x 20			30 x 25			30 x 30			30 x 35			30 x 40			30 x 45			30 x 50					
#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu	#	S	Vu			
3	15.00	8,330	3	15.00	10,492	3	15.00	11,418	3	15.00	12,344	3	15.00	13,270	3	15.00	14,196	3	15.00	15,122	3	15.00	16,048			
	7.50	8,334		14.00	10,977		14.00	11,903		14.00	12,829		14.00	14,627		12.50	15,553		12.50	16,480		12.50	17,406			
	7.50	14,445		7.50	11,112		13.00	12,462		13.00	13,388		10.00	16,664		10.00	17,590		10.00	18,516		10.00	19,442			
				7.00	18,250		12.00	13,115		12.00	14,041		7.50	19,446		7.50	20,984		7.50	21,910		7.50	22,836			
				6.00	19,261		7.50	13,890		11.00	14,812		7.00	21,020		7.00	21,954		7.00	22,880		7.00	23,806			
							7.00	19,176		10.00	15,738		6.00	23,452		6.00	24,378		6.00	25,304		6.00	26,230			
							6.00	21,600		7.50	16,668		5.00	26,846		5.00	27,772		5.00	28,698		5.00	29,624			
							5.00	24,076		7.00	20,102		4.00	31,937		4.00	32,863		4.00	33,789		4.00	34,715			
							6.00	22,526		5.00	25,920		3.50	33,707		3.00	38,522		3.00	42,275		3.00	43,201			
							4.00	28,091																		
												3	15.00	19,445		3	15.00	20,984		3	15.00	21,910		3	15.00	22,836
													7.50	19,446		14.00	21,954		14.00	22,880		14.00	23,806			
													7.50	33,707		7.50	22,224		13.00	24,000		13.00	24,925			
																7.00	36,500		12.50	24,625		12.00	26,230			
																6.50	38,522		7.50	25,002		7.50	27,780			
																			7.00	37,436		7.00	38,352			
																			6.00	42,275		6.00	43,201			
																			5.50	43,337		5.00	48,153			
												4	15.00	18,624		4	15.00	19,550		4	15.00	20,476		4	15.00	21,402
													7.50	30,776		14.00	20,417		14.00	21,343		14.00	22,269			
													7.00	32,501		13.00	21,418		13.00	22,344		13.00	23,270			
													6.50	33,707		7.50	22,224		12.00	23,511		12.00	24,437			
																7.00	33,427		11.00	24,891		11.00	25,817			
																6.00	37,763		7.50	25,002		10.00	27,473			
																5.50	38,522		7.00	34,353		7.50	27,780			
																			6.00	38,689		7.00	35,279			
																			5.00	43,337		6.00	39,615			
																						5.00	45,606			
																						4.50	48,153			





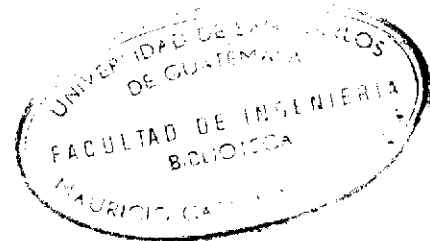








#	25 x 15		25 x 20		25 x 25		25 x 30		25 x 35		25 x 40		25 x 50		25 x 60			
	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu		
3	12.50	8,815	12.50	10,352	12.50	11,242	12.50	12,133	12.50	13,024	12.50	13,915	12.50	15,697	12.50	17,478		
	6.25	8,818	6.25	10,690	12.00	11,525	12.00	12,416	12.00	13,307	12.00	14,198	12.00	15,980	12.00	17,761		
	6.25	<u>13,897</u>	6.00	17,705	11.00	12,168	11.00	13,059	11.00	13,950	11.00	14,841	11.00	16,622	11.00	18,404		
			5.50	<u>18,530</u>	10.00	12,939	10.00	13,830	10.00	14,721	10.00	15,612	10.00	17,394	10.00	19,175		
					6.25	13,363	9.00	14,773	9.00	15,664	9.00	16,555	9.00	18,337	9.00	20,118		
					6.00	18,596	8.00	15,952	8.00	16,842	8.00	17,733	8.00	19,515	8.00	21,297		
					5.00	21,425	6.25	16,035	7.00	18,358	7.00	19,249	7.00	21,030	7.00	22,812		
					4.50	<u>23,162</u>	6.00	19,487	6.00	20,378	6.00	21,269	6.00	23,051	6.00	24,832		
							5.00	22,316	5.00	23,206	5.00	24,097	5.00	25,879	5.00	27,661		
							4.00	26,558	4.00	27,449	4.00	28,340	4.00	30,122	4.00	31,903		
							3.50	<u>27,795</u>	3.00	<u>32,427</u>	3.00	<u>35,411</u>	3.00	<u>37,193</u>	3.00	<u>38,974</u>		
	3'												12.50	20,703	12.50	22,485	12.50	24,267
													12.00	21,269	12.00	23,051	12.00	24,832
												6.25	34,280	11.00	24,336	11.00	26,118	
												6.00	<u>35,411</u>	10.00	25,879	10.00	27,661	
												5.50	<u>37,060</u>	6.25	26,726	9.00	29,546	
													6.00	37,193	8.00	31,903		
													5.00	42,849	6.25	32,071		
													4.50	<u>46,324</u>	6.00	38,975		
4																		
5																		



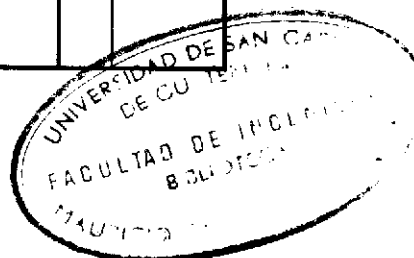
#	35 x 20		35 x 25		35 x 30		35 x 40		35 x 50		35 x 60		35 x 70		35 x 80	
	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu
3	17.50	11,177	17.50	13,024	17.50	14,271	17.50	16,766	17.50	19,260	17.50	21,755	16.00	24,885	14.00	28,440
	16.00	12,413	16.00	13,661	16.00	14,908	16.00	17,402	16.00	19,897	16.00	22,391	15.00	25,380	12.50	29,459
	15.00	12,908	15.00	14,156	15.00	15,403	15.00	17,897	15.00	20,391	15.00	22,886	12.50	26,964	11.00	30,754
	13.00	13,474	13.00	15,274	13.00	16,621	13.00	19,115	14.00	20,957	13.00	24,104	11.00	28,260	10.00	31,834
	12.00	14,888	12.00	16,135	12.00	17,383	12.00	19,877	13.00	21,610	12.00	24,866	10.00	29,340	9.00	33,154
	8.75	14,966	11.00	17,035	11.00	18,283	11.00	20,777	12.00	22,371	11.00	25,766	9.00	30,660	8.00	34,804
	8.00	19,838	10.00	18,115	10.00	19,362	10.00	21,857	11.00	23,271	10.00	26,846	8.00	32,310	7.00	36,926
	7.00	21,959	8.75	18,708	9.00	20,682	9.00	23,177	10.00	24,351	9.00	28,166	7.00	34,431	6.00	39,754
	6.00	24,788	8.00	21,085	8.00	22,332	8.00	24,827	9.00	25,671	8.00	29,815	6.00	37,260		
	5.50	25,942	7.00	23,286	7.00	24,454	7.00	26,948	8.00	27,321	7.00	31,937				
			6.00	26,035	6.00	27,282	6.00	29,776	7.00	29,442	6.00	34,765				
			5.00	29,995	5.00	31,242	5.00	33,736	6.00	32,271	5.00	36,231				
		4.50	32,427	4.00	37,060	4.00	39,676	5.00	36,231	4.00	42,170					
						3.00	49,575	4.00	49,575							
3'							17.50	23,554	17.50	26,048	17.50	28,543	17.50	31,037	17.50	33,531
							15.00	25,817	15.00	28,311	15.00	30,805	15.00	33,300	15.00	35,794
							12.50	28,984	12.50	31,479	12.50	33,973	12.50	36,468	12.50	38,962
							8.75	29,993	12.00	32,271	12.00	34,765	11.00	39,059	11.00	41,554
							8.00	39,676	11.00	34,071	11.00	36,565	10.00	41,219	10.00	43,714
							7.00	43,918	10.00	36,231	10.00	38,725	9.00	43,859	9.00	46,354
							6.00	49,575	8.75	37,416	9.00	41,365	8.00	47,199	8.00	49,653
							5.50	51,883	8.00	42,170	8.00	44,665	7.00	51,402	7.00	53,896
									7.00	46,413	7.00	48,907	6.00	57,058	6.00	59,553
									6.00	52,070	6.00	54,564	5.00	64,978	5.00	67,472
									5.00	59,989	5.00	62,484	4.00	76,857	4.00	79,352
									4.50	64,854	4.00	74,363	3.00	90,796	3.00	99,150
										3.50	77,825					
4			17.50	18,378	17.50	19,625	17.50	22,120	17.50	24,614	17.50	27,109	17.50	29,603	17.50	32,097
			8.75	18,708	17.00	19,983	15.00	24,143	15.00	26,638	15.00	29,132	15.00	31,627	15.00	34,121
			8.00	32,427	16.00	20,764	12.50	26,977	12.50	29,471	12.50	31,965	12.50	34,460	12.50	36,954
					8.75	21,380	12.00	27,685	12.00	30,179	11.00	34,284	11.00	36,778	11.00	39,272
					8.00	34,044	11.00	29,295	11.00	31,789	10.00	36,215	10.00	38,710	10.00	41,204
					7.00	37,060	8.75	29,993	10.00	33,721	9.00	38,576	9.00	41,071	9.00	43,565
					8.00	36,539	9.00	36,082	9.00	36,082	8.00	41,527	8.00	44,022	8.00	46,516
					7.00	40,333	8.00	39,033	8.00	39,033	7.00	45,322	7.00	47,816	7.00	50,311
					6.00	45,392	7.00	42,827	7.00	42,827	6.00	50,381	6.00	52,876	6.00	55,370
					5.00	51,883	6.00	47,887	6.00	47,887	5.00	57,464	5.00	59,958	5.00	62,453
									5.00	54,970	4.00	68,089	4.00	70,583	4.00	73,077
									4.00	64,854	3.00	77,825	3.00	88,290	3.00	90,796
4'									17.50	36,756	17.50	39,251	17.50	41,745	17.50	44,240
									8.75	37,416	17.00	39,965	15.00	45,793	15.00	48,287
									8.00	64,854	16.00	41,527	14.00	47,816	12.50	53,953
											15.00	43,298	13.00	50,151	11.00	58,589
											8.75	44,899	8.75	52,382	10.00	62,453
											8.00	68,089	8.00	70,583	9.00	67,175
											7.00	75,677	7.00	78,172	8.00	73,077
											6.50	77,825	6.00	88,290	7.00	80,666
													5.50	90,796	6.00	90,796
															5.00	102,767
	5							17.50	28,908	17.50	31,402	17.50	33,897	17.50	36,391	17.50
							17.00	29,465	17.00	31,959	17.00	34,454	15.00	39,546	15.00	42,041
							8.75	29,993	16.00	33,177	16.00	35,671	12.50	43,963	12.50	46,458
							8.00	51,388	15.00	34,557	15.00	37,052	11.00	47,577	11.00	50,072
							7.50	51,883	14.00	36,135	14.00	38,629	10.00	50,589	10.00	53,083
									8.75	37,416	13.00	40,450	8.75	52,382	9.00	56,764
									8.00	53,882	12.00	42,573	8.00	58,871	8.00	61,365
									7.00	59,798	8.75	44,899	7.00	64,787	7.00	67,281
									6.00	64,854	8.00	56,377	6.00	72,674	6.00	75,169
											7.00	62,292	5.00	83,717	5.00	86,211
											6.00	70,180	4.50	90,796	4.00	102,776
											5.00	77,825				
5'															17.50	57,816
															17.00	58,929
															8.75	59,865
															8.00	102,776





d	45 x 25		45 x 30		45 x 35		45 x 40		45 x 50		45 x 60		45 x 70		45 x 80	
	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu
5			22.50	28,552	22.50	30,155	22.50	31,759	22.50	34,966	22.50	38,173	22.50	41,380	22.50	44,587
			11.25	28,864	22.00	30,585	22.00	32,189	21.00	36,318	20.00	40,539	20.00	43,746	20.00	46,953
			11.00	48,342	21.00	31,507	21.00	33,111	20.00	37,332	19.00	41,660	19.00	44,867	19.00	48,074
			10.00	50,030	20.00	32,521	20.00	34,125	19.00	38,453	18.00	42,905	18.00	46,113	18.00	49,320
					19.00	33,642	19.00	35,246	18.00	39,698	17.00	44,297	17.00	47,504	17.00	50,712
					11.25	33,674	18.00	36,491	17.00	41,090	16.00	45,863	16.00	49,070	16.00	52,277
					11.00	49,946	17.00	37,889	16.00	42,656	15.00	47,638	15.00	50,845	15.00	54,052
					10.00	53,818	11.25	38,485	15.00	44,431	14.00	49,666	14.00	52,873	14.00	56,080
					9.00	58,369	11.00	51,550	14.00	46,459	13.00	52,007	13.00	55,214	13.00	58,421
							10.00	55,422	11.25	48,106	12.00	54,737	12.00	57,944	12.00	61,151
							9.00	60,154	11.00	54,757	11.00	57,964	11.00	61,171	11.00	64,378
							8.00	66,070	10.00	58,629	10.00	61,836	10.00	65,043	10.00	68,250
									9.00	63,361	9.00	66,568	9.00	69,775	9.00	72,983
									8.00	69,277	8.00	72,484	8.00	75,691	8.00	78,898
									7.00	76,889	7.00	80,090	7.00	83,297	7.00	86,504
									6.00	83,384	6.00	90,231	6.00	93,438	6.00	96,646
											5.00	100,061				
	5'										22.50	57,103	22.50	60,310	22.50	63,517
											11.25	57,727	21.00	63,015	21.00	66,222
											11.00	96,689	20.00	65,043	20.00	68,250
										10.00	100,061	19.00	67,285	19.00	70,492	
												11.25	67,349	18.00	72,989	
												11.00	99,892	17.00	75,766	
												10.00	107,636	11.25	76,970	
												9.00	116,738	11.00	103,099	
														10.00	110,843	
														-9.00	120,309	
													8.00	132,140		
													7.50	133,414		

d	55 x 25		55 x 30		55 x 35		55 x 40		55 x 50		55 x 60		55 x 70		55 x 80	
	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu
4'					27.50	38,004	27.50	39,963	27.50	43,883	27.50	47,803	27.50	51,723	27.50	55,642
					27.00	38,453	25.00	42,392	25.00	46,312	25.00	50,231	25.00	54,151	25.00	58,071
					26.00	39,405	24.00	43,505	24.00	47,425	24.00	51,344	22.50	57,119	22.50	61,039
					25.00	40,432	23.00	44,715	23.00	48,635	23.00	52,554	21.00	59,239	21.00	63,159
					13.75	41,157	22.00	46,035	22.00	49,954	22.00	53,874	20.00	60,829	20.00	64,749
					13.00	65,090	13.75	47,037	21.00	51,400	21.00	55,320	19.00	62,587	19.00	66,507
					12.00	69,371	13.00	67,050	20.00	52,990	20.00	56,910	18.00	64,540	18.00	68,459
					11.00	<u>71,340</u>	12.00	71,331	19.00	54,747	19.00	58,667	17.00	66,722	17.00	70,642
							11.00	76,390	18.00	56,700	18.00	60,620	16.00	69,177	16.00	73,097
							10.00	<u>81,531</u>	13.75	58,796	17.00	62,802	15.00	71,960	15.00	75,880
									13.00	70,970	16.00	65,257	14.00	75,140	14.00	79,060
									12.00	75,251	15.00	68,040	13.00	78,809	13.00	82,729
									11.00	80,310	13.75	70,556	12.00	83,090	12.00	87,010
									10.00	86,381	13.00	74,889	11.00	88,149	11.00	92,069
									9.00	93,801	12.00	79,170	10.00	94,220	10.00	98,140
									8.00	<u>101,914</u>	11.00	84,230	9.00	101,641	9.00	105,560
											10.00	90,301	8.00	110,916	8.00	114,836
											9.00	97,721	7.00	122,841	7.00	126,761
										8.00	106,996	6.00	138,742	6.00	142,662	
										7.00	118,922	5.50	<u>142,679</u>	5.50	<u>163,062</u>	
										6.50	<u>122,296</u>					
5	27.50	28,730	27.50	30,690	27.50	32,650	27.50	34,609	27.50	38,529	27.50	42,449	27.50	46,369	27.50	50,288
	27.00	29,080	27.00	31,040	27.00	33,000	25.00	36,502	25.00	40,422	25.00	44,342	25.00	48,262	25.00	52,181
	13.75	29,398	26.00	31,782	26.00	33,742	24.00	37,370	22.50	42,736	22.50	46,656	22.50	50,575	22.50	54,495
	13.00	49,844	25.00	32,589	25.00	34,543	23.00	38,313	21.00	44,389	21.00	48,308	21.00	52,228	21.00	56,148
	12.00	<u>50,957</u>	24.00	33,450	24.00	35,410	22.00	39,342	20.00	45,628	20.00	49,548	20.00	53,468	20.00	57,387
			23.00	34,393	23.00	36,353	21.00	40,469	19.00	46,998	19.00	50,918	19.00	54,838	19.00	58,757
			13.75	35,278	22.00	37,382	20.00	41,708	18.00	48,520	18.00	52,440	18.00	56,360	18.00	60,279
			13.00	51,804	21.00	38,509	19.00	43,078	17.00	50,221	17.00	54,141	17.00	58,061	17.00	61,981
			12.00	55,141	20.00	39,748	18.00	44,600	16.00	52,135	16.00	56,055	16.00	59,975	16.00	63,895
			11.00	59,085	19.00	41,118	17.00	46,302	15.00	54,304	15.00	58,224	15.00	62,144	15.00	66,064
			10.50	<u>61,148</u>	13.75	41,157	13.75	47,037	14.00	56,783	14.00	60,703	14.00	64,623	14.00	68,543
					13.00	53,764	13.00	55,724	13.00	59,644	13.00	63,564	13.00	67,483	13.00	71,403
					12.00	57,101	12.00	59,061	12.00	62,981	12.00	66,901	12.00	70,820	12.00	74,740
					11.00	61,045	11.00	63,005	11.00	66,925	11.00	70,845	11.00	74,764	11.00	78,684
					10.00	65,778	10.00	67,738	10.00	71,657	10.00	75,577	10.00	79,497	10.00	83,417
					9.00	<u>71,340</u>	9.00	73,522	9.00	77,442	9.00	81,361	9.00	85,281	9.00	89,201
							8.00	80,752	8.00	84,672	8.00	88,592	8.00	92,512	8.00	96,431
							7.50	<u>81,531</u>	7.00	93,968	7.00	97,888	7.00	101,808	7.00	105,727
								6.00	<u>101,914</u>	6.00	110,283	6.00	114,203	6.00	118,122	
										5.00	<u>122,296</u>	5.00	131,555	5.00	135,475	
										4.50	<u>142,679</u>	4.00	<u>161,504</u>	4.00	<u>161,504</u>	
5'									27.50	57,460	27.50	61,379	27.50	65,299	27.50	69,219
									13.75	58,796	26.00	63,564	26.00	67,483	26.00	71,403
									13.00	99,689	25.00	65,165	25.00	69,085	25.00	73,005
									12.00	<u>101,914</u>	24.00	66,901	24.00	70,820	24.00	74,740
											23.00	68,787	23.00	72,707	23.00	76,626
											13.75	70,556	22.00	74,764	22.00	78,684
											13.00	103,609	21.00	77,018	21.00	80,938
											12.00	110,283	20.00	79,497	20.00	83,417
											11.00	118,170	19.00	82,237	19.00	86,157
											10.00	<u>122,296</u>	13.75	82,315	18.00	89,201
													13.00	107,528	17.00	92,603
													12.00	114,203	13.75	94,074
													11.00	122,090	13.00	111,448
													10.00	131,555	12.00	118,122
													9.00	<u>142,677</u>	11.00	126,010
															10.00	135,475
															9.00	147,044
															8.00	161,504
														7.50	<u>163,062</u>	



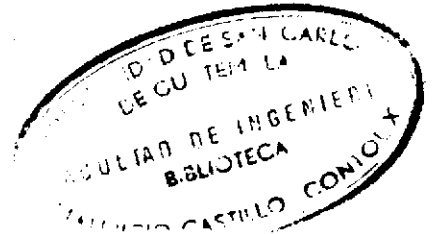




d	20 x 15		20 x 20		20 x 25		20 x 30		20 x 35		20 x 40		20 x 50		20 x 60	
	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu
3	10.00	6,410	10.00	8,550	10.00	10,665	10.00	12,825	10.00	14,965	10.00	15,886	10.00	17,311	10.00	18,737
	5.00	6,414	5.00	8,552	5.00	10,690	5.00	12,828	5.00	14,966	5.00	17,018	9.00	18,443	9.00	19,868
	5.00	11,118	5.00	14,824	5.00	18,530	5.00	22,236	4.50	25,942	5.00	17,104	8.00	19,858	8.00	21,283
											4.00	29,648	5.00	21,380	7.00	23,102
												4.00	32,588	6.00	25,527	
												3.00	37,060	5.00	25,657	
														4.00	34,014	
														3.00	42,501	
3'															10.00	25,655
														5.00	25,657	
													5.00	44,471		
4															10.00	25,655
														5.00	25,657	
													5.00	44,471		

d	25 x 15		25 x 20		25 x 25		25 x 30		25 x 35		25 x 40		25 x 50		25 x 60	
	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu
3	12.50	8,175	12.50	10,685	12.50	13,360	12.50	15,530	12.50	16,421	12.50	17,311	12.50	19,093	12.50	20,875
	6.25	8,180	6.25	10,690	6.25	13,363	6.25	15,954	6.25	16,845	6.25	17,736	6.25	19,518	6.25	21,299
	6.25	13,897	6.25	18,530	6.25	23,162	6.25	26,563	6.25	28,708	6.25	29,858	6.25	32,071	6.25	33,221
							6.00	26,563	6.00	28,708	6.00	29,858	6.00	32,071	6.00	33,221
							5.50	27,795	5.50	29,940	5.50	31,090	5.50	34,370	5.50	36,152
									5.00	31,698	5.00	33,843	5.00	35,988	5.00	38,249
									4.50	32,427	4.50	34,572	4.50	36,717	4.50	39,000
											5.00	32,588	5.00	34,370	5.00	36,152
											4.00	37,060	4.00	40,736	4.00	42,517
													3.00	46,324	3.00	53,126
3'															12.50	31,060
														12.00	31,908	
														6.25	32,071	
														6.00	53,126	
														5.50	55,589	
4															12.50	28,908
														12.00	29,667	
														11.00	31,392	
														6.25	32,071	
														6.00	48,644	
													5.00	55,589		

#	35 x 20		35 x 25		35 x 30		35 x 40		35 x 50		35 x 60		35 x 70		35 x 80		
	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	
3	17.50	14,965	17.50	16,421	17.50	17,668	17.50	20,162	17.50	22,657	17.50	25,151	17.50	27,645	17.50	30,140	
	8.75	14,966	17.00	16,720	17.00	17,967	17.00	20,462	17.00	22,956	16.00	26,106	16.00	28,600	16.00	31,095	
	8.50	25,942	16.00	17,375	16.00	18,623	16.00	21,117	16.00	23,611	15.00	26,848	15.00	29,343	15.00	31,837	
			15.00	18,118	15.00	19,365	15.00	21,860	15.00	24,354	14.00	27,697	14.00	30,192	14.00	32,686	
			8.75	18,708	14.00	20,214	14.00	22,708	14.00	25,203	13.00	28,676	13.00	31,171	13.00	33,665	
			8.00	28,515	13.00	21,193	13.00	23,688	13.00	26,182	12.00	29,819	12.00	32,313	12.00	34,808	
			7.00	31,698	12.00	22,336	12.00	24,830	12.00	27,325	11.00	31,169	11.00	33,664	11.00	36,158	
			6.50	32,427	8.75	22,450	11.00	26,180	11.00	28,675	10.00	32,790	10.00	35,284	10.00	37,778	
					8.00	29,762	10.00	27,801	10.00	30,295	9.00	34,770	9.00	37,264	9.00	39,759	
					7.00	32,945	9.00	29,781	9.00	32,275	8.00	37,245	8.00	39,740	8.00	42,234	
					6.00	37,188	8.00	32,257	8.00	34,751	7.00	40,428	7.00	42,922	7.00	45,417	
					5.50	38,913	7.00	35,439	7.00	37,934	6.00	44,672	6.00	47,166	6.00	49,660	
							6.00	39,683	6.00	42,177	5.00	50,613					
							5.00	45,624	5.00	48,118	4.00	59,524					
						4.00	51,883	4.00	57,030	3.00	74,377						
								3.00	64,854								
3'								17.50	32,641	17.50	35,336	17.50	37,830	17.50	40,324		
								17.00	33,440	16.00	37,245	15.00	41,225	15.00	43,719		
								16.00	34,751	15.00	38,731	14.00	42,922	14.00	45,417		
								15.00	36,236	14.00	40,428	13.00	44,881	13.00	47,375		
								8.75	37,416	13.00	42,387	12.00	47,166	12.00	49,660		
								8.00	57,030	12.00	44,672	11.00	49,866	11.00	52,361		
								7.00	63,395	8.75	44,899	8.75	52,382	10.00	55,601		
								6.50	64,854	8.00	59,524	8.00	62,019	9.00	59,562		
										7.00	65,890	7.00	68,384	8.00	64,513		
										6.00	74,377	6.00	76,871	7.00	70,876		
										5.50	77,825	5.00	88,753	6.00	79,366		
												4.50	90,796	5.00	91,248		
													4.00	103,767	4.00	103,767	
	4								17.50	28,195	17.50	30,690	17.50	33,184	17.50	35,678	17.50
								17.00	28,731	17.00	31,225	17.00	33,720	17.00	36,214	16.00	39,881
								16.00	29,903	16.00	32,398	16.00	34,892	16.00	37,386	15.00	41,209
								8.75	29,933	15.00	33,726	15.00	36,220	15.00	38,715	14.00	42,727
								8.00	49,829	14.00	35,244	14.00	37,738	14.00	40,233	13.00	44,479
								7.50	51,883	13.00	36,996	13.00	39,490	13.00	41,984	12.00	46,523
										8.75	37,416	12.00	41,534	12.00	44,028	11.00	46,938
										8.00	52,323	11.00	43,949	11.00	46,443	10.00	51,896
										7.00	58,016	8.75	44,899	10.00	49,342	9.00	55,378
										6.00	64,854	8.00	54,817	8.75	52,382	8.00	59,806
										7.00	60,510	8.00	60,510	8.00	57,312	7.00	65,499
										6.00	68,101	7.00	63,005	6.00	63,005	6.00	73,090
										5.00	77,825	6.00	70,596	5.00	70,596	5.00	83,090
												5.00	81,222	4.00	81,222	4.00	99,657
											4.00	90,796	3.50	90,796	3.50	103,767	
4'															17.50	56,390	
															17.00	57,462	
															16.00	59,806	
															8.75	59,865	
															8.00	59,657	
															7.00	103,767	
5											17.50	43,369	17.50	45,863	17.50	48,357	
											17.00	44,204	17.00	46,698	17.00	49,193	
											8.75	44,899	16.00	48,526	16.00	51,020	
											8.00	77,096	15.00	50,597	15.00	53,091	
													8.75	52,382	14.00	55,458	
													8.00	79,591	13.00	58,189	
													7.00	68,467	8.75	59,865	
													6.50	90,796	8.00	82,085	
															7.00	90,961	
															6.00	102,795	
														5.50	103,767		



6	40 x 20		40 x 25		40 x 30		40 x 40		40 x 50		40 x 60		40 x 70		40 x 80		
	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	
3	20.00	15,886	20.00	17,311	20.00	18,737	20.00	21,588	20.00	24,438	20.00	27,289	20.00	30,140	20.00	32,991	
	19.00	16,422	19.00	17,848	19.00	19,273	19.00	22,124	19.00	24,974	19.00	27,825	19.00	30,676	17.50	34,445	
	18.00	17,018	18.00	18,443	18.00	19,868	18.00	22,719	18.00	25,570	18.00	28,421	18.00	31,271	16.00	35,537	
	10.00	17,104	17.00	19,109	17.00	20,534	17.00	23,385	17.00	26,236	17.00	29,086	17.00	31,937	15.00	36,385	
	9.50	27,143	15.00	19,858	16.00	21,283	16.00	24,134	16.00	26,984	16.00	29,835	16.00	32,686	14.00	37,355	
	9.00	28,334	15.00	20,706	15.00	22,132	15.00	24,982	15.00	27,833	15.00	30,684	15.00	33,535	13.00	38,475	
	8.50	29,548	10.00	21,380	14.00	23,102	14.00	25,952	14.00	28,803	14.00	31,654	14.00	34,505	12.00	39,780	
			9.00	29,759	13.00	24,221	13.00	27,072	13.00	29,922	13.00	32,773	13.00	35,624	11.00	41,323	
			8.00	32,588	12.00	25,527	12.00	28,377	12.00	31,228	12.00	34,079	12.00	36,930	10.00	43,175	
			7.00	36,226	10.00	25,657	11.00	29,921	11.00	32,771	11.00	35,622	11.00	38,473	9.00	45,438	
			6.50	37,060	9.00	31,185	10.00	31,772	10.00	34,623	10.00	37,474	10.00	40,324	8.00	48,268	
					8.00	34,014	9.00	34,036	9.00	36,886	9.00	39,737	9.00	42,588	7.00	51,905	
					7.00	37,651	8.00	36,865	8.00	39,715	8.00	42,566	8.00	45,417	6.00	56,755	
					6.00	42,501	7.00	40,502	7.00	43,353	7.00	46,203	7.00	49,054	5.00	63,545	
					5.50	44,471	6.00	45,352	6.00	48,203	6.00	51,053	6.00	53,904	4.00	73,729	
							5.00	52,142	5.00	54,992	5.00	57,843	5.00	60,694	3.00	90,704	
							4.00	59,295	4.00	65,177							
	3'					20.00	25,655	20.00	31,772	20.00	34,623	20.00	37,474	20.00	40,324	20.00	43,175
						10.00	25,657	19.00	32,844	19.00	35,695	19.00	38,546	19.00	41,397	19.00	44,247
							44,471	18.00	34,036	18.00	36,886	18.00	39,737	18.00	42,588	18.00	45,438
							10.00	34,209	17.00	38,218	17.00	41,068	17.00	43,919	17.00	46,770	
							9.00	36,668	16.00	39,715	16.00	42,566	16.00	45,417	16.00	48,268	
							8.00	59,295	15.00	41,413	15.00	44,264	15.00	47,114	15.00	49,965	
									10.00	42,761	14.00	46,203	14.00	49,054	14.00	51,905	
									9.00	59,519	13.00	48,442	13.00	51,293	13.00	54,143	
									8.00	65,177	12.00	51,053	12.00	53,904	12.00	56,755	
									7.00	72,452	10.00	51,313	11.00	56,990	11.00	59,841	
									6.50	74,119	9.00	62,370	10.00	59,865	10.00	63,545	
											8.00	68,028	9.00	65,220	9.00	68,071	
											7.00	75,302	8.00	70,878	8.00	73,729	
											6.00	85,002	7.00	78,153	7.00	81,004	
											5.50	88,943	6.00	87,853	6.00	90,704	
													5.00	101,432	5.00	104,283	
													4.50	103,767	4.00	119,653	
4				20.00	21,375	20.00	25,655	20.00	29,261	20.00	32,471	20.00	35,322	20.00	38,173	20.00	41,024
				10.00	21,380	10.00	25,657	19.00	30,579	19.00	33,430	19.00	36,281	19.00	39,132	19.00	41,982
				10.00	37,060	10.00	44,471	18.00	31,645	18.00	34,495	18.00	37,346	18.00	40,197	18.00	43,048
							17.00	32,835	17.00	35,686	17.00	38,537	17.00	41,388	17.00	44,238	
							16.00	34,175	16.00	37,026	16.00	39,876	16.00	42,727	16.00	45,578	
							10.00	34,209	15.00	38,544	15.00	41,395	15.00	44,245	15.00	47,096	
							9.00	51,867	14.00	40,279	14.00	43,130	14.00	45,980	14.00	48,831	
							8.00	56,947	13.00	42,281	13.00	45,132	13.00	47,982	13.00	50,833	
							7.50	59,295	10.00	42,761	12.00	47,467	12.00	50,318	12.00	53,169	
									9.00	54,737	11.00	50,227	11.00	53,078	11.00	55,929	
									8.00	59,798	10.00	51,313	10.00	54,390	10.00	59,241	
									7.00	66,304	9.00	57,588	9.00	60,439	9.00	63,290	
									6.00	74,119	8.00	62,649	8.00	65,499	8.00	68,350	
											7.00	69,155	7.00	72,006	7.00	74,856	
											6.00	77,850	6.00	80,681	6.00	83,531	
											5.00	88,943	5.00	92,826	5.00	95,676	
													4.00	103,767	4.00	113,894	
													3.50	118,653			
	4'											20.00	51,310	20.00	56,390	20.00	59,241
												10.00	51,313	19.00	58,308	19.00	61,199
											10.00	88,943	10.00	59,865	18.00	63,290	
													9.00	100,922	17.00	65,671	
													8.50	103,767	16.00	68,350	
															10.00	68,418	
															9.00	103,773	
															8.00	113,894	
															7.00	118,653	
5							20.00	34,205	20.00	42,656	20.00	45,507	20.00	48,357	20.00	51,208	
							10.00	34,209	10.00	42,761	19.00	47,002	19.00	49,852	19.00	52,703	
							10.00	59,295	9.00	71,058	18.00	48,663	18.00	51,513	18.00	54,364	
									8.50	74,119	17.00	50,519	17.00	53,370	17.00	56,220	
											10.00	51,313	16.00	55,458	16.00	58,309	
											9.00	80,221	15.00	57,825	15.00	60,676	
											8.00	88,110	14.50	59,131	14.00	63,381	
											7.50	88,943	10.00	59,865	13.00	66,502	
													9.00	83,071	10.00	68,418	
													8.00	90,961	9.00	85,922	
													7.00	108,105	8.00	93,812	
													6.50	103,767	7.00	103,955	
															6.00	117,480	
															5.50	118,591	
	5'													20.00	59,860	20.00	68,415
													10.00	59,865	10.00	68,418	
													10.00	103,767	10.00	118,591	



d	45 x 25		45 x 30		45 x 35		45 x 40		45 x 50		45 x 60		45 x 70		45 x 80		
	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	
5							22.50	38,488	22.50	44,438	22.50	47,645	22.50	50,852	22.50	54,059	
							11.25	38,485	22.00	45,083	22.00	48,290	22.00	51,497	22.00	54,704	
							11.00	66,787	21.00	46,466	21.00	49,673	21.00	52,881	21.00	56,088	
									20.00	47,988	20.00	51,195	20.00	54,402	20.00	57,609	
									11.25	48,186	19.00	52,877	19.00	56,084	19.00	59,291	
									11.00	74,131	18.00	54,745	18.00	57,952	18.00	61,159	
									10.00	79,941	17.00	56,834	17.00	60,041	17.00	63,248	
									9.50	83,304	11.25	57,727	16.00	62,390	16.00	65,597	
											11.00	77,338	15.00	65,053	15.00	68,260	
											10.00	83,148	11.25	47,349	14.00	71,303	
											9.00	90,248	11.00	80,545	13.00	74,814	
											8.00	99,124	10.00	86,355	11.25	76,970	
											7.50	100,061	9.00	93,455	11.00	83,752	
													8.00	102,331	10.00	89,562	
													7.00	113,743	9.00	96,662	
													6.50	116,738	8.00	109,538	
															7.00	116,950	
															6.00	132,165	
	5'															22.50	76,965
																11.25	76,970
															11.00	133,414	

	55 x 25		55 x 30		55 x 35		55 x 40		55 x 50		55 x 60		55 x 70		55 x 80				
#	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu			
3	27.50	19,984	27.50	21,944	27.50	23,984	27.50	25,864	27.50	29,783	27.50	33,783	24.00	39,186	21.00	44,695			
	25.00	21,683	25.00	22,962	25.00	24,922	25.00	26,882	25.00	30,802	25.00	34,722	22.00	39,616	20.00	45,362			
	24.00	21,469	24.00	23,429	24.00	25,389	24.00	27,349	24.00	31,269	24.00	35,188	22.00	40,169	19.00	46,099			
	23.00	21,977	23.00	23,937	23.00	25,897	23.00	27,856	23.00	31,776	23.00	35,696	21.00	40,775	18.00	46,918			
	22.00	22,530	22.00	24,490	22.00	26,450	22.00	28,410	22.00	32,330	22.00	36,249	20.00	41,442	17.00	47,833			
	21.00	23,136	21.00	25,096	21.00	27,056	21.00	29,016	21.00	32,936	21.00	36,856	19.00	42,179	16.00	48,863			
	20.00	23,603	20.00	25,763	20.00	27,723	20.00	29,683	20.00	33,603	20.00	37,522	18.00	42,998	15.00	50,038			
	19.00	24,540	19.00	26,580	19.00	28,460	19.00	30,420	19.00	34,340	19.00	38,260	17.00	43,914	14.00	51,384			
	18.00	25,359	18.00	27,319	18.00	29,279	18.00	31,239	18.00	35,159	18.00	39,078	16.00	44,943	13.00	52,993			
	17.00	26,275	17.00	28,234	17.00	30,194	17.00	32,154	17.00	36,074	17.00	39,994	15.00	46,110	12.00	54,698			
	16.00	27,304	16.00	29,264	16.00	31,224	16.00	33,184	16.00	37,104	16.00	41,023	14.00	47,444	11.00	56,828			
	15.00	28,471	15.00	30,431	15.00	32,391	15.00	34,351	15.00	38,271	15.00	42,190	13.00	49,983	10.00	59,366			
	13.75	29,398	14.00	31,765	14.00	33,725	14.00	35,685	14.00	39,604	14.00	43,524	12.00	50,778	9.00	62,478			
	13.00	31,344	13.00	33,304	13.00	35,264	13.00	37,224	13.00	41,143	13.00	45,063	11.00	52,900	8.00	66,368			
	12.00	33,139	12.00	35,099	12.00	37,059	12.00	39,019	12.00	42,939	12.00	46,858	10.00	55,446	7.00	71,369			
	11.00	35,261	11.00	37,221	11.00	39,181	11.00	41,141	11.00	45,060	11.00	48,900	9.00	58,558	6.00	78,038			
	10.00	37,807	10.00	39,767	10.00	41,727	10.00	43,687	10.00	47,607	10.00	51,526	8.00	62,448	5.00	87,374			
	9.00	40,919	9.00	42,879	9.00	44,839	9.00	46,799	9.00	50,719	9.00	54,638	7.00	67,449					
	8.00	44,889	8.00	46,769	8.00	48,729	8.00	50,689	8.00	54,609	8.00	58,528	6.00	74,118					
	7.00	49,811	7.00	51,770	7.00	53,730	7.00	55,690	7.00	59,610	7.00	63,530	5.00	83,454					
	6.50	50,957	6.00	58,439	6.00	60,399	6.00	62,359	6.00	66,279	6.00	70,198							
		5.50	61,148	5.00	69,735	5.00	71,695	5.00	75,614	5.00	79,534								
				4.50	71,348	4.00	81,531	4.00	89,618	4.00	101,914								
								3.00		3.00									
3'	27.50	29,395	27.50	32,129	27.50	34,888	27.50	36,848	27.50	39,968	27.50	43,888	27.50	47,808	27.50	51,727			
	13.75	29,398	26.00	33,304	26.00	35,264	26.00	37,224	26.00	41,143	26.00	45,063	26.00	48,983	26.00	52,903			
	13.50	50,957	25.00	34,166	25.00	36,125	25.00	38,085	25.00	42,005	25.00	45,925	25.00	49,845	25.00	53,764			
			24.00	35,099	24.00	37,059	24.00	39,019	24.00	42,939	24.00	46,858	24.00	50,778	24.00	54,698			
			13.75	35,278	23.00	38,074	23.00	40,034	23.00	43,953	23.00	47,873	23.00	51,793	23.00	55,713			
			13.00	54,848	22.00	39,181	22.00	41,141	22.00	45,060	22.00	48,980	22.00	52,900	22.00	56,820			
			12.00	58,439	21.00	40,393	21.00	42,353	21.00	46,273	21.00	50,193	21.00	54,112	21.00	58,032			
			11.00	61,148	13.75	41,157	20.00	43,687	20.00	47,607	20.00	51,526	20.00	55,446	20.00	59,366			
					13.00	56,808	19.00	45,161	19.00	49,081	19.00	53,000	19.00	56,920	19.00	60,840			
					12.00	60,399	18.00	46,799	18.00	50,719	18.00	54,638	18.00	58,558	18.00	62,478			
					11.00	64,642	13.75	47,837	17.00	52,549	17.00	56,469	17.00	60,389	17.00	64,308			
					10.00	69,735	13.00	58,768	16.00	54,609	16.00	58,528	16.00	62,448	16.00	66,368			
					9.00	71,348	12.00	62,359	15.00	56,943	15.00	60,862	15.00	64,782	15.00	68,702			
							11.00	66,682	13.75	58,796	14.00	63,530	14.00	67,449	14.00	71,369			
							10.00	71,695	13.00	62,688	13.00	66,608	13.00	70,527	13.00	74,447			
							9.00	77,919	12.00	66,279	12.00	70,198	12.00	74,118	12.00	78,038			
							8.00	81,531	11.00	70,922	11.00	74,442	11.00	78,362	11.00	82,281			
									10.00	75,614	10.00	79,534	10.00	83,454	10.00	87,374			
									9.00	81,838	9.00	85,758	9.00	89,678	9.00	93,598			
									8.00	89,618	8.00	93,538	8.00	97,458	8.00	101,378			
									7.00	99,621	7.00	103,541	7.00	107,461	7.00	111,380			
								6.50	101,914	6.00	116,878	6.00	120,798	6.00	124,718				
										5.50	122,296	5.00	139,470	5.00	143,389				
												4.50	142,679	4.00	163,862				
4	27.50	28,817	27.50	29,977	27.50	31,937	27.50	33,897	27.50	37,816	27.50	41,736	27.50	45,656	27.50	49,576			
	27.00	28,354	26.00	31,028	26.00	32,988	26.00	34,948	26.00	38,867	26.00	42,787	26.00	46,707	26.00	50,627			
	26.00	29,868	25.00	31,799	25.00	33,759	25.00	35,718	25.00	39,638	25.00	43,558	25.00	47,478	25.00	51,397			
	13.75	29,398	24.00	32,634	24.00	34,594	24.00	36,553	24.00	40,473	24.00	44,393	24.00	48,313	24.00	52,232			
	13.00	48,337	23.00	33,541	23.00	35,501	23.00	37,461	23.00	41,381	23.00	45,301	23.00	49,220	23.00	53,140			
	12.00	50,957	22.00	34,531	22.00	36,491	22.00	38,451	22.00	42,371	22.00	46,291	22.00	50,210	22.00	54,130			
			13.75	35,278	21.00	37,576	21.00	39,535	21.00	43,455	21.00	47,375	21.00	51,295	21.00	55,215			
			13.00	50,297	20.00	38,768	20.00	40,728	20.00	44,648	20.00	48,568	20.00	52,468	20.00	56,407			
			12.00	53,508	19.00	40,087	19.00	42,047	19.00	45,966	19.00	49,886	19.00	53,806	19.00	57,726			
			11.00	57,303	13.75	41,157	18.00	43,512	18.00	47,431	18.00	51,351	18.00	55,271	18.00	59,191			
			10.00	61,148	13.00	52,256	17.00	45,149	17.00	49,069	17.00	52,988	17.00	56,908	17.00	60,828			
					12.00	55,468	16.00	46,991	16.00	50,910	16.00	54,830	16.00	58,750	16.00	62,670			
					11.00	59,263	13.75	47,837	15.00	52,998	15.00	56,918	15.00	60,837	15.00	64,757			
					10.00	63,818	13.00	54,216	14.00	55,383	14.00	59,303	14.00	63,223	14.00	67,143			
					9.00	69,384	12.00	57,428	13.00	58,136	13.00	62,056	13.00	65,976	13.00	69,895			
					8.50	71,348	11.00	61,223	12.00	61,348	12.00	65,267	12.00	69,187	12.00	73,107			
							10.00	65,778	11.00	65,143	11.00	69,063	11.00	72,982	11.00	76,902			
							9.00	71,344	10.00	69,697	10.00	73,617	10.00	77,537	10.00	81,457			
							8.00	78,302	9.00	75,264	9.00	79,184	9.00	83,103	9.00	87,023			
							7.50	81,531	8.00	82,222	8.00	86,142	8.00	90,061	8.00	93,981			
									7.00	91,168	7.00	95,088	7.00	99,008	7.00	102,927			
								6.00	101,914	6.00	107,016	6.00	110,936	6.00	114,856				
										5.00	122,296	5.00	127,635	5.00	131,555				
												4.00	142,679	4.00	156,604				
														3.50	163,862				

A	55 x 25		55 x 30		55 x 35		55 x 40		55 x 50		55 x 60		55 x 70		55 x 80					
	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu	S	Vu				
4'					27.50	41,155	27.50	47,035	27.50	56,034	27.50	59,954	27.50	63,874	27.50	67,793				
					13.75	41,157	13.75	47,037	26.00	58,136	26.00	62,056	26.00	65,976	26.00	69,895				
					13.75	71,340	13.50	81,531	13.75	58,796	25.00	63,597	25.00	67,517	25.00	71,437				
									13.00	96,673	24.00	65,267	24.00	69,187	24.00	73,107				
									12.00	101,914	23.00	67,082	23.00	71,002	23.00	74,922				
											22.00	69,063	22.00	72,982	22.00	76,902				
											13.75	70,556	21.00	75,151	21.00	79,071				
											13.00	100,593	20.00	77,537	20.00	81,457				
											12.00	107,016	19.00	80,174	19.00	84,093				
											11.00	114,607	13.75	82,315	18.00	87,023				
											10.00	122,296	13.00	104,513	17.00	90,297				
													12.00	110,936	16.00	93,981				
													11.00	118,527	13.75	94,074				
													10.00	127,635	13.00	108,433				
													9.00	138,768	12.00	114,856				
													8.00	142,679	11.00	122,446				
															10.00	131,555				
														9.00	142,688					
														8.00	156,604					
														7.00	163,062					
5			27.50	35,275	27.50	41,155	27.50	44,081	27.50	48,001	27.50	51,921	27.50	55,841	27.50	59,760				
			13.75	35,278	13.75	41,157	26.00	45,720	26.00	49,640	26.00	53,559	26.00	57,479	26.00	61,399				
			13.75	61,148	13.50	71,340	25.00	46,922	25.00	50,841	25.00	54,761	25.00	58,681	25.00	62,601				
	5'												27.50	70,555	27.50	82,318	27.50	88,163		
													13.75	70,556	13.75	82,315	27.00	89,215		
												13.75	122,296	13.50	142,679	26.00	91,440			
																25.00	93,843			
																13.75	94,074			
															13.00	151,522				
															12.00	161,535				
															11.50	163,062				

## 7. BIBLIOGRAFIA

1. García Meseguer, Alvaro  
"ESFUERZO CORTANTE"  
Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento  
1968
2. BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED  
CONCRETE (ACI 318-71)  
American Concrete Institute
3. COMMENTARY ON BUILDING CODE REQUIREMENTS  
FOR REINFORCED CONCRETE (ACI 318-71)  
American Concrete Institute
4. K.G. Moody, I.M. Viest, R. Elstner & E. Hognestad  
"SHEAR STRENGTH OF REINFORCED CONCRETE BEAMS"  
In 4 parts, Journal A.C.I.  
December 1954/March 1955
5. BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE  
(ACI 318-63)  
American Concrete Institute
6. NOTES ON ACI 318-71 BUILDING CODE REQUIREMENTS  
WITH DESIGN APPLICATIONS  
Portland Cement Association (PCA)  
1972
7. Paez Reyes, Fernando  
ESTUDIO DE RESISTENCIA DEL CONCRETO LIVIANO SOMETIDO A ESFUERZO  
DE TENSION DIAGONAL EN VIGAS DE SECCION RECTANGULAR SIN Y CON  
REFUERZO EN EL ALMA  
Tesis 1970
8. Arias De Blois, Jorge  
Notas del Curso RESISTENCIA DE MATERIALES I
9. Castillo Martínez, Heberto  
ANÁLISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL  
México, Buenos Aires, Centro Regional de Ayuda Técnica (Representaciones y Servicios  
de Ingeniería, S.A., 1973)



10. Nash, William A.  
RESISTENCIA DE MATERIALES  
Serie de Compendios Schaum  
McGraw-Hill, 1969

## 8. APENDICE

## NOTACION


a	=	claro de cortante, distancia entre la carga concentrada y la cara del apoyo
$A_l$	=	área total del acero de refuerzo longitudinal para resistir la torsión, $\text{cm}^2$
$A_v$	=	área del refuerzo por cortante a una distancia s, o área del refuerzo por cortante perpendicular al refuerzo principal a una distancia s para vigas de gran peralte, $\text{cm}^2$
$A_{vf}$	=	área del refuerzo de cortante por fricción, $\text{cm}^2$
$A_{vh}$	=	área del refuerzo por cortante paralelo al refuerzo principal de tensión, a una distancia $s_2$ , $\text{cm}^2$
b	=	ancho de la cara en compresión del elemento
$b_o$	=	perímetro de la sección crítica para losas y zapatas
d	=	distancia de la fibra más alejada en compresión al centroide del refuerzo en tensión, cm
$f'_c$	=	resistencia especificada a la compresión del concreto, $\text{kg}/\text{cm}^2$
$\sqrt{f'_c}$	=	raíz cuadrada de la resistencia especificada a la compresión del concreto, $\text{kg}/\text{cm}^2$
$f_y$	=	resistencia especificada a la fluencia del refuerzo no presforzado, $\text{kg}/\text{cm}^2$
h	=	peralte total del elemento, cm
$l_n$	=	claro libre medido cara a cara de los apoyos
$M_u$	=	momento debido a las cargas de diseño aplicadas en una sección, kg-m
$M_v$	=	momento resistente, al cual contribuye el refuerzo del collar de cortante
$N_u$	=	carga axial de diseño normal a la sección transversal, que ocurre simultáneamente con $V_u$ , la cual debe tomarse como positivo para compresión, negativo para tensión, y debe incluir los efectos de tensión debidos a la contracción y flujo plástico del concreto.
s	=	espaciamiento del refuerzo por torsión, o cortante, en dirección perpendicular al refuerzo longitudinal

- $v_c$  = esfuerzo cortante nominal permisible, que es resistido por el concreto
- $v_u$  = esfuerzo cortante nominal total de diseño
- $V_u$  = fuerza cortante total de diseño aplicada en la sección
- $\alpha$  = ángulo comprendido entre las varillas inclinadas en el alma y el eje longitudinal del elemento
- $\mu$  = coeficiente de fricción
- $\rho$  =  $A_s/bd$  = relación de acero de refuerzo no presforzado en tensión
- $\rho_w$  =  $A_s/bwd$
- $\phi$  = factor de reducción de capacidad, equivalente para el cortante a 0.85
- $\phi$  = diámetro de las varillas utilizadas en los estribos, en octavos de pulgada.




OSCAR ROBERTO PERALTA DEL VALLE

Vo. Bo.




Ing. SIGFRIDO ARRIVILLAGA. S.  
Asesor

Vo. Bo.




Ing. JOAQUIN LOTTMAN  
Jefe del Depto. de Estructuras

Vo. Bo.



Ing. MANUEL CASTILLO BARAJAS  
Director de la Escuela de Ingeniería Civil

IMPRIMASE



Ing. HUGO QUAN MA  
Decano

