

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERIA



77

FRANCISCO ARIEL MONTUFAR URIZAR

GUATEMALA, 30 DE JULIO DE 1976

DL 08 T (397) C

MFN: 949

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERIA

VIGAS DE

CONCRETO REFORZADO

T E S I S

PRESENTADA A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA  
FACULTAD DE INGENIERIA DE LA  
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

POR

FRANCISCO ARIEL MONTUFAR URIZAR

AL CONFERIRSELE EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

GUATEMALA, 30 DE JULIO DE 1976



T  
624.177  
M813

JUNTA DIRECTIVA DE LA FACULTAD DE INGENIERIA  
DE LA  
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

DECANO . . . . . ING. RAUL MOLINA M.  
VOCAL PRIMERO . . . . . ING. JULIO CAMPOS B.  
VOCAL SEGUNDO . . . . . ING. ROBERTO BARRIOS  
VOCAL TERCERO . . . . . ING. LEONEL AGUILAR  
VOCAL CUARTO . . . . . BR. JORGE GUZMAN  
VOCAL QUINTO . . . . . BR. FELIPE BERGANZA  
SECRETARIO . . . . . ING. CARLOS CABRERA

TRIBUNAL QUE PRACTICO EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO . . . . . ING. HUGO QUAN MA  
EXAMINADOR . . . . . ING. JOAQUIN LOTTMAN E.  
EXAMINADOR . . . . . ING. JORGE LUIS LAZO M.  
EXAMINADOR . . . . . ING. BARRY JOHNSTON G.  
SECRETARIO . . . . . ING. JOSE LUIS TERRON

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con lo establecido por la ley de la  
Universidad de San Carlos de Guatemala, tengo el honor  
de someter a vuestra consideración mi trabajo titulado:

V I G A S

D E

C O N C R E T O   R E F O R Z A D O

Tema que me fue asignado por la honorable Junta  
Directiva de la Facultad de Ingeniería.

DEDICO ESTE ACTO

A DIOS TODOPODEROSO

A MIS PADRES:

FLORENCIO MONTUFAR URIZAR  
ROSA AMERICA URIZAR DE MONTUFAR

A MIS HERMANOS:

NORMA AMERICA  
EDGAR FLORENCIO

A MI ABUELITA:

NICOLASA U. vda. de MONTUFAR

A LA MEMORIA DE MIS ABUELOS:

CORONEL FRANCISCO URIZAR  
AMELIA DE URIZAR  
HIGINIO MONTUFAR

A MI TIO:

CORONEL M. AUGUSTO URIZAR URIZAR

A MIS SOBRINOS:

TANIA AMERICA  
EDGAR FLORENCIO

A MIS PARIENTES Y AMIGOS



# I N D I C E

	Página
INTRODUCCION . . . . .	1
CAPITULO 1:	
ESTUDIO CRITICO DE LAS VARIACIONES DE LOS DIAGRAMAS DE MOMENTOS EN VIGAS CONTINUAS EN FUNCION DE LA RELACION DE RIGIDEZ DE COLUMNAS A VIGAS Y DE LA RELACION ENTRE LAS CARGAS DE EJERCICIO Y LA CARGA MUERTA . . . . .	4
CAPITULO 2:	
OBTENCION DE LAS ENVOLVENTES DEL DIAGRAMA DE MOMENTOS PARA VARIOS VALORES DE LA RELACION $\leq K_{COLUMNAS} / \leq K_{VIGAS}$ . . . . .	10
CAPITULO 3:	
CONSIDERACIONES TEORICAS PARA EL DIMENSIONAMIENTO DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO . . . . .	12
CAPITULO 4:	
INTEGRACION DE VOLUMENES PARA LOS CASOS ESTUDIADOS . . . . .	21
CAPITULO 5:	
DISEÑO TIPICO . . . . .	23
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES . . . . .	25
BIBLIOGRAFIA . . . . .	27
APENDICE . . . . .	28

## INTRODUCCION

El presente trabajo pretende analizar los elementos fundamentales que inciden en el costo de una viga de concreto reforzado.

Dada la extensa variedad de estructuras que usan vigas como elementos constitutivos de las mismas, así como del tipo de cargas a las que puedan estar sujetas éstas, nos vemos forzados a limitar el presente estudio a un solo tipo de viga, con la esperanza de que este estudio sirva de incentivo a otros estudiosos para analizar por su cuenta otros tipos de viga de características diferentes a la analizada y de que el presente estudio sea de utilidad al proyectista que piense diseñar una estructura en la cual encuentre vigas con características similares a la estudiada.

Dado que, a pesar de lo dicho anteriormente respecto a la extrema variedad de vigas y cargas a las que están sometidas, la viga continua y la viga que forma parte de un marco estructural para edificios de uso civil, es la que el proyectista encuentra con más frecuencia en su actividad profesional, hemos escogido este tipo de viga para el presente estudio.

Por razones de simplificación y para hacer resaltar el método de análisis propuesto, hemos limitado el presente estudio a la viga continua con luces iguales y con rigidez de las columnas exteriores igual a un medio de la rigidez de las columnas interiores,

obteniendo en esta forma igual rigidez en todos los extremos de las vigas.

Hemos escogido tres luces, pues este tipo de viga es también representativo de vigas de mayor número de tramos.

Asimismo, hemos considerado que los apoyos de la viga no pueden sufrir translaciones horizontales, es decir que la estructura posee elementos estructurales adicionales para absorber las cargas horizontales que puedan incidir sobre la misma, esto con el fin de evitar tener que considerar la posición de la viga en elevación, pues es sabido que las vigas de los niveles inferiores de un marco rígido que debe absorber fuerzas laterales resultan más castigadas que las vigas de los niveles superiores.

Sin embargo, una viga cuyo refuerzo ha sido detallado cuidadosamente, aun sin considerar fuerzas laterales, está en grado de absorber una alicuota moderada de estas fuerzas.

Por otro lado, aun en el caso de que se proyecte una viga sometida a fuerzas horizontales, el presente estudio puede ser de utilidad para estimar la incidencia de las solas cargas verticales, así como la incidencia en el costo de los efectos debidos a cargas horizontales.

El presente estudio se limita solo al caso de viga continua con carga uniformemente distribuida y de intensidad constante a lo largo de toda la viga. Sin embargo, con las debidas transformaciones y con el buen juicio del proyectista, se puede adaptar

a otros tipos de carga o a variaciones pequeñas de los parámetros considerados.

En el capítulo 1, se efectúa un estudio crítico de los principales parámetros que afectan los valores de los momentos máximos de diseño para poder proceder en el capítulo 2 a preparar la información adecuada para el diseño de las vigas.

En el capítulo 3 se presentan sin mayor detalle las consideraciones de diseño.

En el capítulo 4 se preparan los diseños típicos a fin de obtener los volúmenes de materiales para un antepresupuesto inmediato de la viga.

En el capítulo 5 se efectúa un diseño típico para orientar al proyectista en la forma de usar el presente trabajo.

Posteriormente se presentan en un apéndice las gráficas preparadas.

Se hace constar que no se ha llegado a determinar costos por notarse un mercado de materiales sumamente errático al momento, sin embargo, al llegar a determinar volúmenes aproximados, la integración de un costo es inmediata.

## CAPITULO 1

ESTUDIO CRITICO DE LAS VARIACIONES DE LOS DIAGRAMAS DE MOMENTO EN VIGAS CONTINUAS EN FUNCION DE LA RELACION DE RIGIDEZ DE COLUMNAS A VIGAS Y DE LA RELACION ENTRE LAS CARGAS DE EJERCICIO Y LA CARGA MUERTA.

Sabemos que las columnas absorben parte del momento desequilibrado en tramos adyacentes de las vigas continuas.

También sabemos que para obtener los momentos críticos en las diversas secciones de una viga, se debe colocar la carga de ejercicio solo en tramos determinados de la misma, obteniendo de esta forma valores generalmente mayores que si se colocara la carga total en todos los tramos de la viga en cuestión.

El presente capítulo pretende determinar los límites de las envolventes de momentos máximos en una viga de tres tramos iguales al variar la relación de la rigidez de las columnas a la de las vigas ( $\Sigma K_{col} / \Sigma K_{vigas}$ ) entre los límites extremos de 0 a infinito y la relación de la carga de ejercicio a la carga muerta también entre 0 e infinito.

Para el efecto se analizó la viga por el método de Cross para cargas unitarias uniformemente distribuidas a lo largo de cada tramo, un tramo cada vez.

Posteriormente se integraron estos Crosses para obtener los momentos críticos en cada sección característica.

Siendo las condiciones extremas las siguientes:

- 1.- Viga continua sobre apoyos de cuchillo con relación de carga viva a carga muerta igual a infinito. (carga muerta = 0)
- 2.- Viga continua sobre apoyos de cuchillo con relación de carga viva a carga muerta igual a cero. (carga viva = 0)
- 3.- Viga continua en donde la relación de rigidez de las columnas a las vigas es tal que se puede suponer cada viga independiente de las demás y perfectamente empotrada en las columnas, con carga total en el tramo considerado.

Se analizaron las siguientes condiciones:

- 1) Primero y tercer tramo cargados.
- 2) Segundo tramo, es decir, tramo central, cargado.
- 3) Primero y segundo tramo cargados.
- 4) Segundo y tercer tramo cargados.
- 5) Primer tramo cargado.
- 6) Tercer tramo cargado.  
Ver gráfica N°7.

Los resultados del análisis fueron los siguientes:

Para la condición número 1 obtuvimos momentos positivos máximos en tramos laterales y momento negativo máximo en el tramo central.

Para la condición 2 momento máximo positivo en el tramo central y momentos negativos máximos en tramos laterales.

Para la condición 3 obtuvimos momento negativo máximo en apoyo 2.

Para condición 4 obtuvimos momento negativo máximo en apoyo 3.

Para condición 5 obtuvimos momento positivo máximo en el apoyo 3.

Para la condición 6 obtuvimos momento positivo máximo en apoyo 2.

Entendemos por momento positivo al que produce tracción en las fibras inferiores de la sección y por momento negativo al que produce tracción en las fibras superiores de la sección.

En cuanto a la condición extrema número 2 se analizó la única condición siguiente:

Los tres tramos cargados únicamente con la carga muerta.

Ver gráfica 8 A.

pues al no haber carga de ejercicio, no hay posibilidad de cargas parciales; para la condición extrema número 3, se analizó para viga perfectamente empotrada en las columnas y con carga total en la misma.

Ver gráfica 8 B.

Estos resultados ilustrados para su mejor visualización, superpuestas las tres condiciones extremas en la gráfica 1.

Del estudio crítico que se hizo de la gráfica 1 se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- 1) El momento negativo en la cara de la columna exterior es sumamente sensible a la relación de rigidez entre esta columna y la viga.
- 2) El momento positivo en los tramos extremos también es muy sensible a dicha relación de rigidez.
- 3) El momento positivo en el tramo central es muy sensible a la relación de carga viva a muerta,  $w_1/w_d$ .

- 4) El momento negativo en las caras de las columnas internas es poco sensible a la relación de rigidez de columnas a rigidez de vigas,  $\Sigma K_{col} / \Sigma K_{vigas}$ , para relaciones de carga viva a muerta pequeñas. Es sensible para relaciones de carga viva a muerta grandes.
- 5) Para relaciones de carga viva a muerta grandes, aparecen importantes momentos negativos en los tramos cuando la viga se carga con cargas alternadas.

Si limitamos la relación  $w_1/w_D$  al rango de 0.5 a 3.0, rango máximo usual en el diseño de edificios y si aceptamos como práctica recomendable de diseño diseñar los tramos para momentos positivos no menores de  $1/18 w l^2$ , a fin de garantizar una rigidez adecuada a la viga y de prevenir daños por sobrecargas accidentales de gran magnitud, vemos que los momentos críticos de diseño son poco sensibles a la relación  $w_1/w_D$ , como se puede apreciar en las gráficas 2 a 4.

Para fines de este estudio, al no modificarnos la relación  $w_1/w_D$  sensiblemente los valores bajo las suposiciones mencionadas anteriormente tomaremos como única variable la relación de la rigidez de las columnas,  $\sum K_{col}/\sum K_{vigas}$  y continuaremos bajo las siguientes bases:

a) Para cada relación  $\sum K_{col}/\sum K_{vigas}$  estudiada se trazarán las envolventes para las dos relaciones de  $w_1/w_D$  de 0.5 y 3.0 y se procederá a efectuar un diseño de máxima de la viga en base a los valores críticos a fin de poder obtener para cada relación los volúmenes de concreto y acero de refuerzo aproximados y poder así integrar un costo aproximado de la viga para fines de presupuestación inmediata y preliminar.

## CAPITULO 2

## OBTENCION DE LAS ENVOLVENTES DEL DIAGRAMA DE MOMENTOS

PARA VARIOS VALORES DE LA RELACION  $\Sigma K_{\text{columnas}}/\Sigma K_{\text{vigas}}$ .

Las curvas mostradas en las figuras 2, 3 y 4, que aparecen en el apéndice se obtuvieron con el procedimiento usado para obtener la gráfica 1.

Habiendo visto en la gráfica 1 que la variación de los momentos críticos en las diversas secciones depende grandemente de la relación  $\Sigma K_{\text{col}}/\Sigma K_{\text{vig}}$  hemos optado por construir gráficas separadas para estas relaciones de 0, 0.5 e  $\infty$ , indicando en cada caso para los valores de  $w_1/w_d$  indicadas como usuales en el capítulo 1 (0.5 a 3.0). Del estudio crítico de estas gráficas se desprenden las siguientes consideraciones:

1. Optando por diseñar la viga en las zonas para momento positivo para un valor del momento no menor de  $1/18 w_u l^2$ , el volumen de refuerzo en la zona de momentos positivos, permanece casi invariable al aumentar la relación  $\Sigma K_{\text{col}}/\Sigma K_{\text{vig}}$  de 0.5 a  $\infty$ .
2. En cuanto a las zonas de momentos negativos, observamos que si bien los momentos en las caras de las columnas exteriores tienden a incrementarse, los momentos en las caras de las columnas interiores tienden a disminuir, por lo que el volumen total de acero también permanece aproximadamente igual

al variar  $\Sigma K_{col} / \Sigma K_{vig}$  de 0.5 a  $\infty$ .

3. Un caso especial lo presenta la viga continua sin columnas por lo que nos vemos precisados a hacer un diseño separado para este tipo de viga.

4. Para el rango de relaciones de rigidez de 0 a 0.5, debemos observar que cuando existen columnas en una estructura, estas deben poseer un mínimo de rigidez para poder absorber los momentos desequilibrados y garantizar un mínimo de resistencia lateral al marco.

De otro modo, aunque en nuestro caso se ha considerado que las fuerzas laterales son absorbidas por otros elementos de la estructura, no estaríamos proveyendo de un mínimo de seguridad para su estabilidad lateral.

Es de suponer que una relación de  $\Sigma K_{col} / \Sigma K_{vig}$  del orden de 0.5 es la mínima que se deberá usar para este efecto.



## CAPITULO 3

CONSIDERACIONES TEORICAS PARA EL DIMENSIONAMIENTO DE  
VIGAS DE CONCRETO REFORZADO.

Una vez obtenidas las gráficas de envolventes de momentos, procedemos a dimensionar las secciones y obtener las áreas de acero respectivas.

Para el efecto usaremos el método de la resistencia última. No entraremos en detalle al estudio de las ecuaciones de diseño ya que esta información puede recabarla el lector en cualquier texto de diseño de estructuras de concreto reforzado. Solo indicaremos al respecto que seguiremos las recomendaciones del ACI 318-71 al efectuar el diseño y que usaremos el bloque de esfuerzos de Whitney.

El momento resistente de una sección de concreto reforzado se determina por la fórmula:

$$MR = \phi bd^2 f'c q (1-0.59 q) / 100$$

en donde

MR es el momento resistente en toneladas-metros

$\phi$  es el factor de reducción de capacidad e igual a 0.90 para flexión.

$f'c$  es la resistencia especificada para el concreto en toneladas/cm<sup>2</sup>.

$$q = \rho f_y / f'c$$

$$\rho = A_s / bd$$

$f_y$  es el esfuerzo cedente especificado del acero en toneladas/cm<sup>2</sup>.

$A_s$  es el área de acero en la sección en cm<sup>2</sup>.

$b$  es el ancho de la viga en cms.

$d$  es el peralte efectivo en cms.

Para un valor de  $q = 0.18$  substituyendo en las fórmulas anteriores, obtenemos:

$$MR = 0.00145 f'c bd^2$$

En ningun caso, a menos que se use refuerzo a compresión, el porcentaje de acero en cualquier sección debe ser superior a 0.75 del porcentaje que resulta de la sección balanceada, es decir, aquel porcentaje para el cual el esfuerzo en el refuerzo llega a la cedencia simultaneamente cuando la deformación unitaria en el concreto llega a su valor máximo especificado de 0.003, para evitar ruptura frágil en caso de sobrecarga de la viga.

$$\rho \leq 0.75 \times \frac{0.85^2 f'c}{f_y} \times \frac{6.117}{6.117 + f_y}$$

que resulta en un valor de  $q$  de:

$$q \leq 0.75 \times 0.85^2 \times \frac{6.117}{6.117 + f_y}$$

No es usual en Guatemala usar acero de refuerzo con un esfuerzo cedente especificado superior a 4.2 toneladas/cm<sup>2</sup>.

Para simplificar, situándonos del lado de la seguridad, podemos dar en la expresión anterior a  $f_y$  el valor 4.2 toneladas/cm<sup>2</sup>

con lo que resulta:

$$q \leq 0.75 \times 0.85^2 \frac{6.117}{6.117+4.2} = 0.32$$

Con lo que el momento máximo que puede soportar la sección sin recurrir a refuerzo en compresión será:

$$MR = 0.9 b d^2 f'c 0.32 (1 - 0.59 \times 0.32) / 100 = 0.00234 f'c b d^2$$

Estudiaremos una sección en la cual la relación ancho-peralte efectivo sea igual a 2/3 es decir  $b = 2/3d$ .

La relación peralte efectivo-peralte total depende del recubrimiento que se desea dar al refuerzo así como del peralte total de la sección. Sin embargo supondremos que esta relación es de 0.875 la cual dará peraltes adecuados para un recubrimiento de 4 cm. aceptables dentro del rango normal de peraltes usados.

$$d = 0.875 t$$

Aplicando estas simplificaciones a las ecuaciones del momento resistente encontradas anteriormente obtenemos:

$$\text{Para } q = 0.18$$

$$MR = 0.00145 f'c (2/3 \cdot 0.875 t) (0.875 t)^2 = 0.00065 f'c t^3$$

$$\text{Para } q = 0.32$$

$$MR = 0.00234 f'c (2/3 \cdot 0.875 t) (0.875 t)^2 = 0.00105 f'c t^3$$

De donde el peralte total requerido de la viga será de:

$$t = \sqrt[3]{\frac{Mu}{0.0065 f'c}} \quad \text{para } q = 0.18$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{Mu}{.00105 f'c}} \quad \text{para } q = 0.32$$

Notamos que el peralte requerido depende de la raíz cúbica del inverso de  $f'c$ . Como los valores de resistencias de concreto  $f'c$  usuales en nuestro medio son de 210 y 280 Kg/cm<sup>2</sup> para simplificar sustituiremos el valor 210 Kg/cm<sup>2</sup> en las fórmulas anteriores, estando del lado de la seguridad.

$$t = 3 \sqrt{\frac{Mu}{0.00065 \times 0.21}} = 19.4 \sqrt[3]{Mu} \quad \text{con } q = 0.18$$

$$t = 3 \sqrt{\frac{Mu}{0.00105 \times 0.21}} = 16.5 \sqrt[3]{Mu} \quad \text{con } q = 0.32$$

y  $b = \frac{2}{3} 0.875 t = 0.58 t$

Una vez dimensionada la sección podemos proceder a determinar las áreas de acero.

$$As = \frac{Mu \times 100}{\phi f_y (d - a/2)}$$

$$d = \frac{As f_y}{0.85 f'c b} = \frac{\rho d f_y}{0.85 f'c b} = \frac{\rho d f_y}{0.85 f'c} = \frac{q d}{0.85}$$

$$As = \frac{Mu \times 100}{0.9 f_y 0.875 t (1 - q/0.85)} = \frac{127 Mu}{f_y t (1 - 1.18q)}$$

de donde para  $q = 0.18$   $As = \frac{161 Mu}{f_y t}$

para  $q = 0.32$   $As = \frac{204 Mu}{f_y t}$

A continuación se diseñarán las vigas analizadas bajo las siguientes suposiciones:

- a) El peralte total de la viga, será determinado limitando "q" a 0.18 para la sección de mayor momento positivo, siempre y cuando "q" no exceda de 0.32 en la sección de momento negativo máximo.

Esto por las siguientes Razones:

1. Limitamos el valor de "q" a 0.18 en el tramo para obtener una viga con suficiente rigidez y un refuerzo adecuado.
2. Sobrepasamos este límite sobre los apoyos pues, por un lado estamos considerando el valor del momento negativo al eje y no a la cara de la columna como es usual, ya que no contamos con sección de columnas. Por otro lado dada la configuración del diagrama de momentos, los momentos negativos disminuyen rápidamente de valor al alejarse del eje por lo que la región fuertemente armada se limita a una fracción de la luz.
  - b) Colocaremos una cuarta parte ( $1/4$ ) del refuerzo negativo sobre el apoyo corrida a lo largo de toda la viga a fin de contrarrestar en algo las deformaciones diferidas de la viga y proveer puntos de anclaje para los estribos. Este refuerzo irá en la parte superior de la viga
  - c) El resto del refuerzo negativo se colocará sobre los apoyos en forma de bastones de una longitud de  $2/3 L$  y centradas sobre el eje, esto lo hacemos debido a que al trabajar en forma adimensional no podemos incluir los requerimientos de anclaje de las varillas, pues

éste depende del diámetro real de las varillas, del peralte efectivo real de la viga, del tramo real de la viga y de los esfuerzos de diseño reales.

- d) Por las mismas razones expuestas en el punto "C" colocaremos el refuerzo positivo de cada tramo corrido de eje a eje.
- e) Al cuantificar el refuerzo incrementaremos los valores obtenidos en un 15% para proveer suficiente refuerzo para anclajes, traslapes y desperdicio en obra de las varillas, con lo que estaremos cuantificando valores más reales de volúmenes de acero. También incrementaremos en el concreto un 5% los volúmenes obtenidos en los cálculos por desperdicio en la obra.



Si se desea proyectar la viga para otras relaciones de "q" o para otras relaciones de ancho a peralte o para  $f'c \neq .210$  toneladas/cm<sup>2</sup>, bastará con usar las ecuaciones definidas sin las simplificaciones efectuadas para llegar a una ecuación simple y directa de los volúmenes de materiales.



## DISEÑO POR CORTANTE

El cortante resistente de una sección de concreto reforzado con estribos esta dada por la siguiente expresión:

$$V_R = 0.85 d (b V_c + A_v f_y / s)$$

El cortante máximo de diseño actúa en el tramo exterior junto al apoyo interior y vale:  $V_u = \frac{WL}{2} + \frac{\sum M}{L}$

$$V_u = \frac{WL}{2} + \frac{0.111 WL^2}{L} = 0.61 WL \text{ para } \sum K_{col} / \sum K_{vig} = 0$$

El cortante crítico de diseño se encuentra a la distancia "d" de la cara del apoyo.

En vista que la selección del área de los estribos y su espaciamiento está muy determinada por los parámetros reales de la viga, por lo que para no quitar generalidad al presente trabajo no se proporciona una expresión sencilla para su diseño debido a que no se pudo encontrar.

Sin embargo, dado que el cortante rara vez determina la selección de la sección de una viga, excepto en vigas sumamente cortas y con cargas sumamente altas, nos conformamos con proveer un volumen de estribos indicativo, basándonos en estribos con un área mínima de 3.52 bs/fy a un espaciamiento de d/2, (estribos nominales), que serán adecuados en la mayoría de los casos. Incluso en aquellos casos en que dada la magnitud del cortante se requiera de estribos en exceso de los proporcionados con el refuerzo nominal bastará con colocarlos a una separación menor únicamente en la zona adyacente al apoyo, este exceso de volumen no pesará grandemente en el volumen total estimado para la viga.

Considerando que el desarrollo de un estribo es de aproximadamente  $3t$ , el volumen de 1 estribo será  $3tA_v/s$ .

Por lo que en 1 metro tendríamos un volumen de estribos de  $1.5 t A_v/s$

Y en el total de la viga:  $\frac{1.5 A_v t}{s} \times 3L$   
 como  $s = d/2 = 0.44 t$

$$\therefore \text{Vol Estribos} = 4.5 A_v L \frac{t}{0.44t} = 10.22 A_v L$$

$$A_v = \frac{3.52 bs}{f_y \times 100} = \frac{3.52 \times 0.58 t \times 0.44 t}{f_y \times 100} = \frac{0.90 t^2}{f_y \times 100}$$

$$\text{para } q = 0.18$$

$$A_v = \frac{0.9 [8.8 \sqrt[3]{WL^2}]^2}{f_y \times 100} = \frac{69.7 [WL^2]^{2/3}}{f_y \times 100}$$

$$\therefore \text{Volumen Estribos} = \frac{10.22 \times 69.7 (WL^2)^{2/3} L}{f_y \times 100}$$

$$= \frac{7.12 (WL^2)^{2/3} L}{f_y} \quad \text{para } \leq K_{col} / \leq K_{vig} = 0$$

Para  $\leq K_{col} / \leq K_{vig} \geq 0.5$  tendremos:

$$A_v = \frac{0.9 [7.9 \sqrt[3]{WL^2}]^2}{f_y \times 100} = \frac{56.17 (WL^2)^{2/3}}{f_y \times 100}$$

$$\text{De donde Vol Est.} = \frac{10.22 \times 56.17 (WL^2)^{2/3} L}{f_y \times 100}$$

$$= \frac{5.74 (WL^2)^{2/3} L}{f_y}$$

## CAPITULO 4

## INTEGRACION DE VOLUMENES PARA LOS CASOS ESTUDIADOS

1. Diseño para  $\Sigma K_{col} / \Sigma K_{vig} = 0$  Ver gráfica 2 y gráfica 5 A.

a) Peralte de la viga:

$$t = 19.4 \sqrt[3]{0.094 WL^2} = 8.8 \sqrt[3]{WL^2}$$

Determinado con  $q = 0.18$  para momento positivo máximo

pero no menor de:  $t = 16.5 \sqrt[3]{0.111 WL^2} = 7.9 \sqrt[3]{WL^2}$

para Mom. neg. máximo:  $t = 8.8 \sqrt[3]{WL^2}$  y  $b = 0.58 t = 5.10 \sqrt[3]{WL^2}$

b) Refuerzo positivo en tramos laterales:

$$A_{s1-2}^+ = \frac{161 \times 0.094 WL^2}{f_y 8.8 \sqrt[3]{WL^2}} = 1.72 (WL^2)^{2/3}$$

c) Refuerzo positivo en tramo central:

$$A_{s2-3}^+ \approx \frac{0.064}{0.094} \cdot \frac{1.72 (WL^2)^{2/3}}{f_y} = \frac{1.17 (WL^2)^{2/3}}{f_y}$$

d) Refuerzo negativo en apoyos exteriores =  $1/4 A_{s2}$ ,

por momento = 0.

e) Refuerzo negativo en apoyo interior:

$$A_{s2}^- \approx \frac{204 \times 0.111 WL^2}{f_y 8.8 \sqrt[3]{WL^2}} = \frac{2.57 (WL^2)^{2/3}}{f_y}$$

f) Volumen de concreto:

$$1.05 \times 0.58 (8.8 \sqrt[3]{WL^2})^2 \times 3L \times 10^{-4} = 0.0141 W^{2/3} L^{7/3}$$

g) Volumen de acero: por momentos

$$1.15 \times 9.96 (WL^2)^{2/3} L / f_y = 11.45 (WL^2)^{2/3} L / f_y$$

h) Volumen por estribos:

$$\text{Vol. Est.} = 7.12 (WL^2)^{2/3} / f_y L / 100$$

i) Ver gráfica 5 B.

$$\begin{aligned} \text{Vol. total Refuerzo} &= 1.15 \times 17.08 (WL^2)^{2/3} \times L / f_y \\ &= 19.64 (WL^2)^{2/3} \times L / f_y \end{aligned}$$

2. Diseño para  $\Sigma K_{col} / \Sigma K_{vig} \geq 0.5$ , ver gráfica 3 y gráfica 6 A.

a) Peralte:  $t = 19.4 \sqrt[3]{0.068 WL^2} = 7.9 \sqrt[3]{WL^2}$

$$b = 0.58t = 4.6 \sqrt[3]{WL^2}$$

pero "t" no menor que  $= 16.5 \sqrt[3]{0.106 WL^2} = 7.8 \sqrt[3]{WL^2}$

determinado con  $q = 0.18$  para momentos positivos en tramo lateral.

b) Refuerzo positivo en tramo lateral.

$$A_{s1-2}^+ = \frac{161 \times 0.068 WL^2}{f_y \times 7.9 \sqrt[3]{WL^2}} = \frac{1.39 (WL^2)^{2/3}}{f_y}$$

c) Refuerzo positivo en tramo central.

$$A_{s2-3}^+ \approx \frac{0.056}{0.068} \times \frac{1.39 (WL^2)^{2/3}}{f_y} = 1.14 (WL^2)^{2/3} / f_y$$

Asumiendo que el brazo de momentos no se altera al disminuir el momento.

d) Refuerzo negativo en apoyos exteriores.

$$A_{s1}^- \approx \frac{0.034}{0.068} \times \frac{1.39 (WL^2)^{2/3}}{f_y} = \frac{0.70 (WL^2)^{2/3}}{f_y}$$

e) Refuerzo negativo en apoyos interiores.

$$A_{s.2}^- \approx \frac{204 \times 0.106 (WL^2)^{2/3}}{f_y \times 7.9 \sqrt[3]{WL^2}} = \frac{2.74 (WL^2)^{2/3}}{f_y}$$

f) Volumen de concreto:

$$= 1.05 \times 0.58 (7.9 \sqrt[3]{WL^2})^2 \times 3L \times 10^{-4} = 0.01140 W^{2/3} L^{7/3}$$

g) Volumen de acero: por momentos  $= \frac{9.64 (WL^2)^{2/3} L}{f_y}$

h) Volumen por estribos:  $= \frac{5.74 (WL^2)^{2/3} L}{f_y}$

$$\text{Vol. Tot. Refuerzo} = \frac{1.15 (9.64 + 5.74) (WL^2)^{2/3} L}{f_y} = \frac{17.69 (WL^2)^{2/3} L}{f_y}$$

i) Ver gráfica 6 B.

## CAPITULO 5

## DISEÑO TÍPICO o DISEÑO NUMÉRICO (ver figura 9a)

a) Peralte para momento positivo máximo

$$t = 19.4 \sqrt[3]{0.068 WL^2} = 7.9 \sqrt[3]{WL^2}$$

$$= 7.9 \sqrt[3]{7 \times 5^2} = 44 \text{ c.m.} \quad f_y = 4.2 \text{ ton./cm}^2$$

$$b = 0.58t = 4.6 \sqrt[3]{WL^2} = 26 \text{ c.m.}$$

pero "t" no menor que  $16.5 \sqrt[3]{0.106 WL^2} = 7.8 \sqrt[3]{WL^2}$

∴ t = 44 c.m. determinado para q = 0.18 para momento positivo máximo en tramo lateral

b) Refuerzo positivo en tramo lateral

$$A_{s1-2}^+ = \frac{1.39 (WL^2)^{2/3}}{f_y} = 10.35 \text{ c.m}^2$$

c) Refuerzo positivo en tramo central

$$A_{s2-3}^+ = \frac{1.14 (WL^2)^{2/3}}{f_y} = 8.49 \text{ cm}^2$$

Asumiendo que el brazo de momento no se altera al disminuir el momento.

d) Refuerzo negativo en apoyos exteriores

$$A_{s1}^- = \frac{0.70 (WL^2)^{2/3}}{f_y} = 5.21 \text{ cm}^2$$

e) Refuerzo negativo en apoyos interiores:

$$A_{s2}^- = \frac{2.74 (WL^2)^{2/3}}{f_y} = 20.41 \text{ cm}^2$$



$$f) \frac{1}{4} A_{s-2} \text{ a lo largo de toda la viga en la parte superior} = \frac{1}{4} \times \frac{2.74 (WL^2)^{2/3}}{f_y}$$

$$= 5.10 \text{ cm}^2$$

$$g) \text{ Volumen por estribos} = \frac{5.74 (WL^2)^{2/3} L}{f_y}$$

$$= 214 \text{ m}^3 \times 10^{-4}$$

h) Volumen total del acero

$$= 1.15 (325 + 214) \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$= 619.85 \text{ m}^3 \times 10^{-4} \times 7850 \text{ Kg/m}^3 = 486.58 \text{ Kg}$$

i) Volumen de Concreto

$$= 1.05 \times 0.58 \times (7.9 \sqrt{WL^2})^2 \times 3L \times 10^{-4}$$

$$= 0.0114 W^{2/3} L^{7/3} = 1.78 \text{ m}^3$$

j) Ver figura 9 b)

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. El presente estudio demuestra, como era de esperar, que el costo global de una viga continua disminuye al aumentar la rigidez de las columnas, puesto que cada tramo se diseña para el momento isostático  $1/8 Wul^2$  repartido entre el momento positivo y el momento negativo incrementado por los efectos de las cargas de ejercicio en solo ciertos tramos, influencia que disminuye al aumentar la rigidez de la columna.
2. Que a partir de una relación de rigidez de columnas a vigas ( $\sum K_{col} / \sum K_{vig}$ ), de 0.5 a  $\infty$  el costo permanece sensiblemente constante.
3. Que los factores que más pesan sobre el costo de una viga son:
  - a) La luz típica
  - b) El esfuerzo cedente especificado del refuerzo de carga de diseño,  $f_y$ , y
  - c) El esfuerzo a compresión especificado para el concreto,  $f'_c$ , en ese orden.

Sin embargo, siendo generalmente la luz y la carga requerimientos de un proyecto, el ingeniero puede recurrir libremente únicamente a especificar esfuerzos más elevados en el acero y en el concreto o modificar el peralte efectivo.

4. Se recomienda hacer un programa de tesis sobre este tema que incluya inicialmente, para este mismo tipo de viga, la influencia de luces continuas variables, la influencia de la columna de extremo en los parámetros de diseño, la influencia de otros tipos de carga, como cargas concentradas, etc., y posteriormente, la influencia del confinamiento en marcos que soporten fuerzas horizontales así como la influencia de dichas fuerzas horizontales.

## BIBLIOGRAFIA

Winter, Urquhart, O'rourke, Milton: DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES

McGraw-Hill. Civil Engineering  
Series, 7a. Edición 1964.

Phil M. Fergurson: REINFORCED CONCRETE FUNDAMENTALS

John Willey & Suns, Inc.  
3a. Edición 1973.

G. Franz: TRATADO DEL HORMIGON ARMADO. TOMO II. ESTRUCTURAS

Editorial Gustavo Gili S. A.  
Barcelona 1971

ACI Standard: BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE

(ACI 318-71)

Jiménez Montoya, García Mesequer, Morán Cabré: HORMIGON ARMADO

7a. Edición. Editorial Gustavo Gili, S.A.  
Barcelona, España

BIBLIOGRAFIA

WILSON, BRUCE G. DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES

McGraw-Hill Civil Engineering  
Boston, Massachusetts 1964

WILLIAMS, WALTER C. REINFORCED CONCRETE

John Wiley & Sons, Inc.  
New York, N.Y. 1957

A P E N D I C E

1. TRATADO DEL REFORZADO DE CONCRETO. TOMO II. REFORZADO

Editorial Gustavo Gili S. A.  
Barcelona 1971

ACT REFORZADO. REQUISITOS DE REFORZADO DE CONCRETO

(1971-1972)

TRATADO DEL REFORZADO DE CONCRETO. TOMO I. REFORZADO

Editorial Gustavo Gili S. A.  
Barcelona, España

- |   |       |   |                    |
|---|-------|---|--------------------|
| ① | ----- | $\Sigma K \text{ Columna} / \Sigma K \text{ viga} = 0$      | $WL / Wd = \infty$ |
| ② | ----- | $\Sigma K \text{ Columna} / \Sigma K \text{ viga} = 0$      | $WL / Wd = 0$      |
| ③ | ----- | $\Sigma K \text{ Columna} / \Sigma K \text{ viga} = \infty$ |                    |

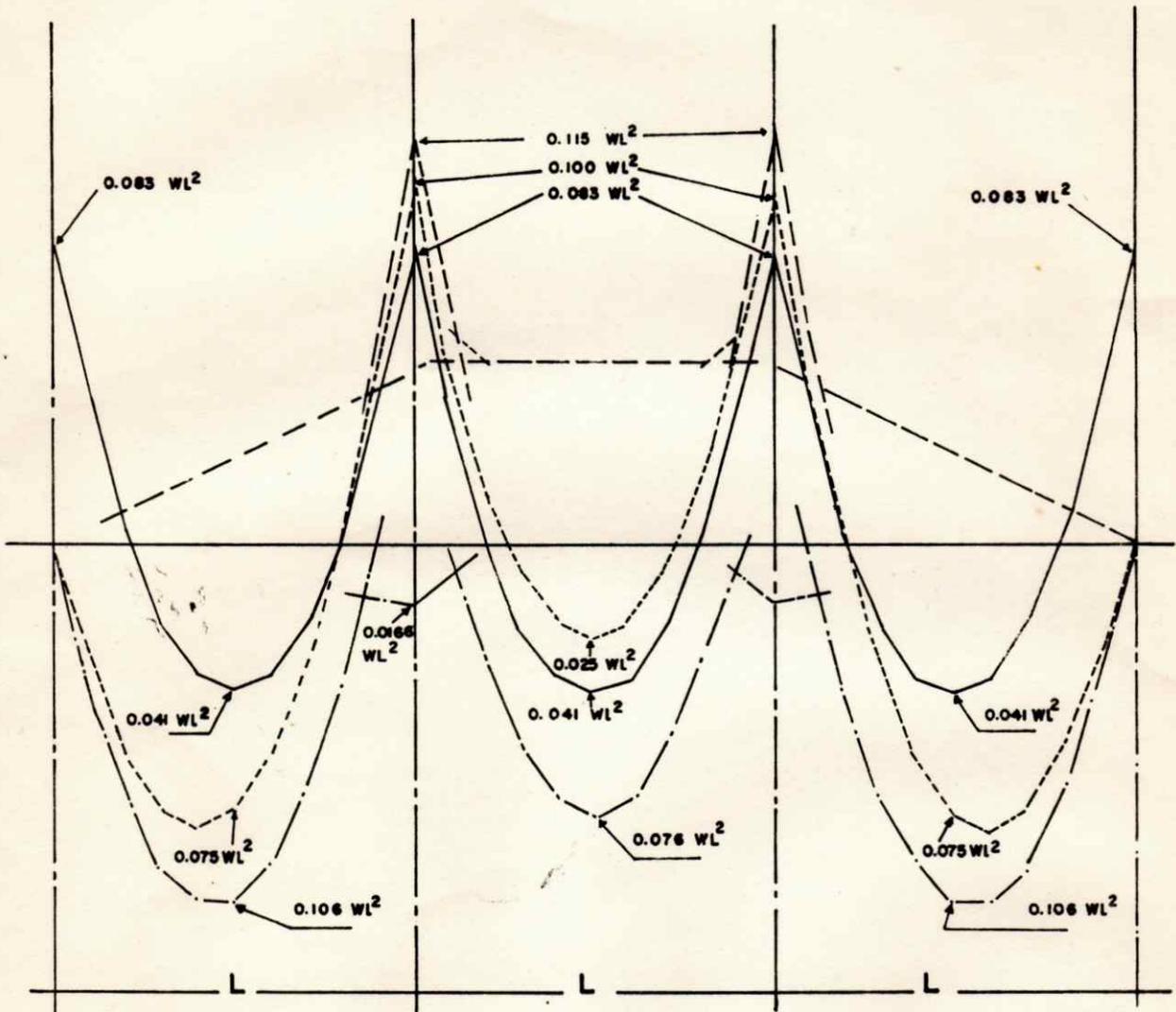


FIGURA I

LIMITES ABSOLUTOS DE LAS ENVOLVENTES DE MOMENTOS

$$\Sigma K_{COL} / \Sigma K_{VIS.} = 0$$

-----  $WL / Wd = 0.5$   
—————  $WL / Wd = 3.0$

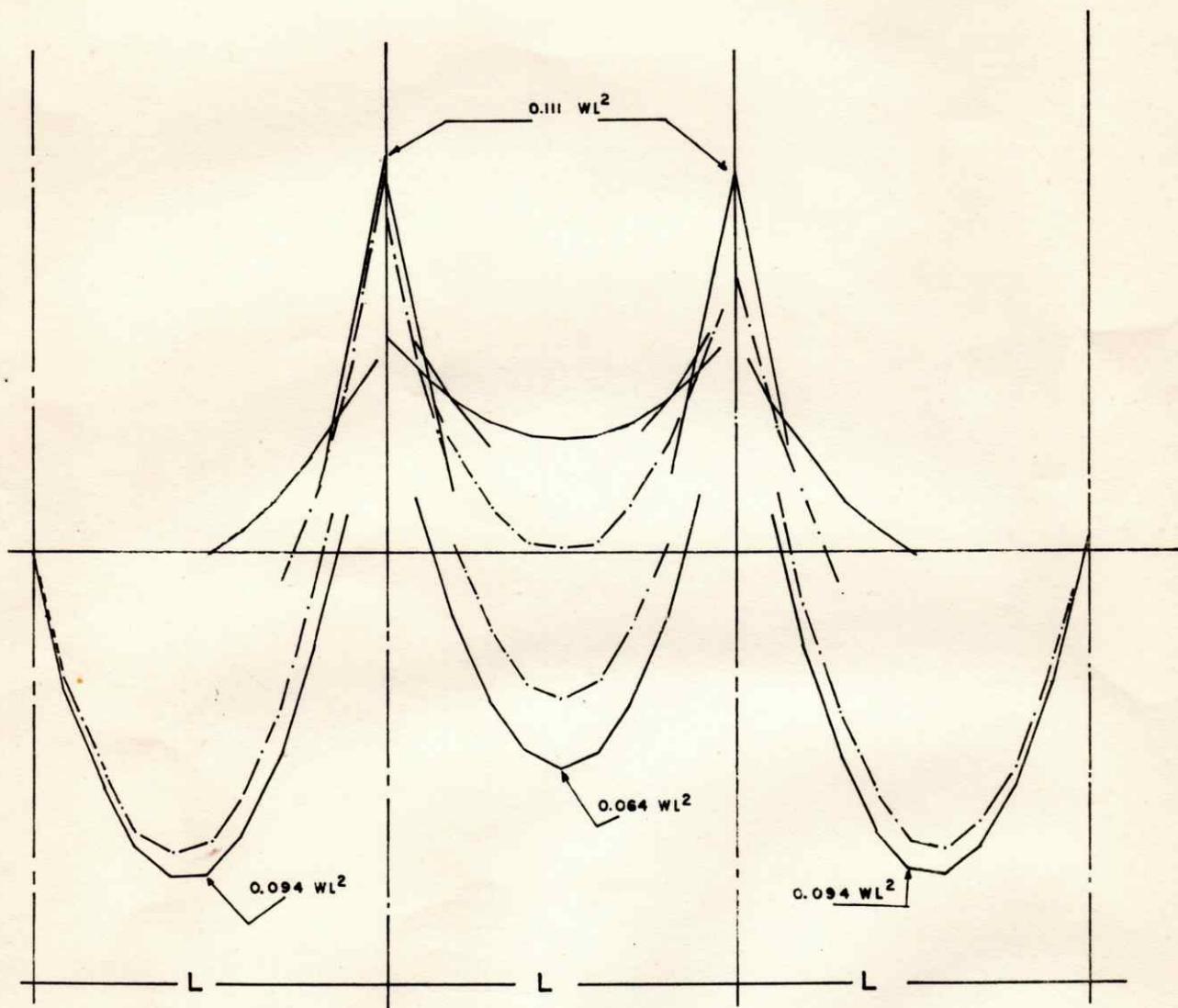


FIGURA 2

$$\Sigma K_{col.} / \Sigma K_{vig.} = 0.5$$

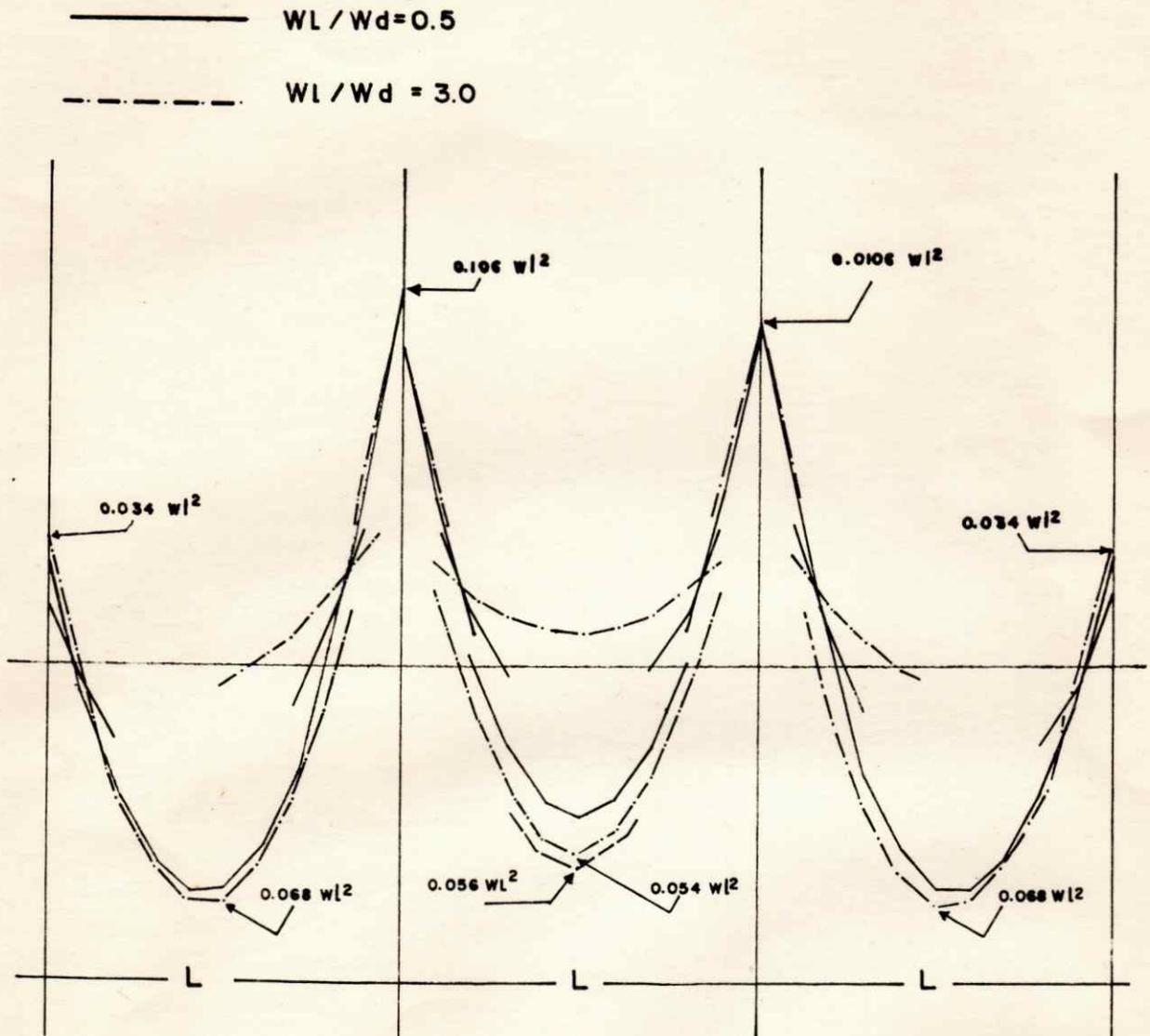


FIGURA 3

MOMENTO POSITIVO MINIMO DE DISEÑO =  $1/18 WL² = 0.056 WL²$

$$\frac{\Sigma K_{col.}}{\Sigma K_{vig.}} = \infty$$

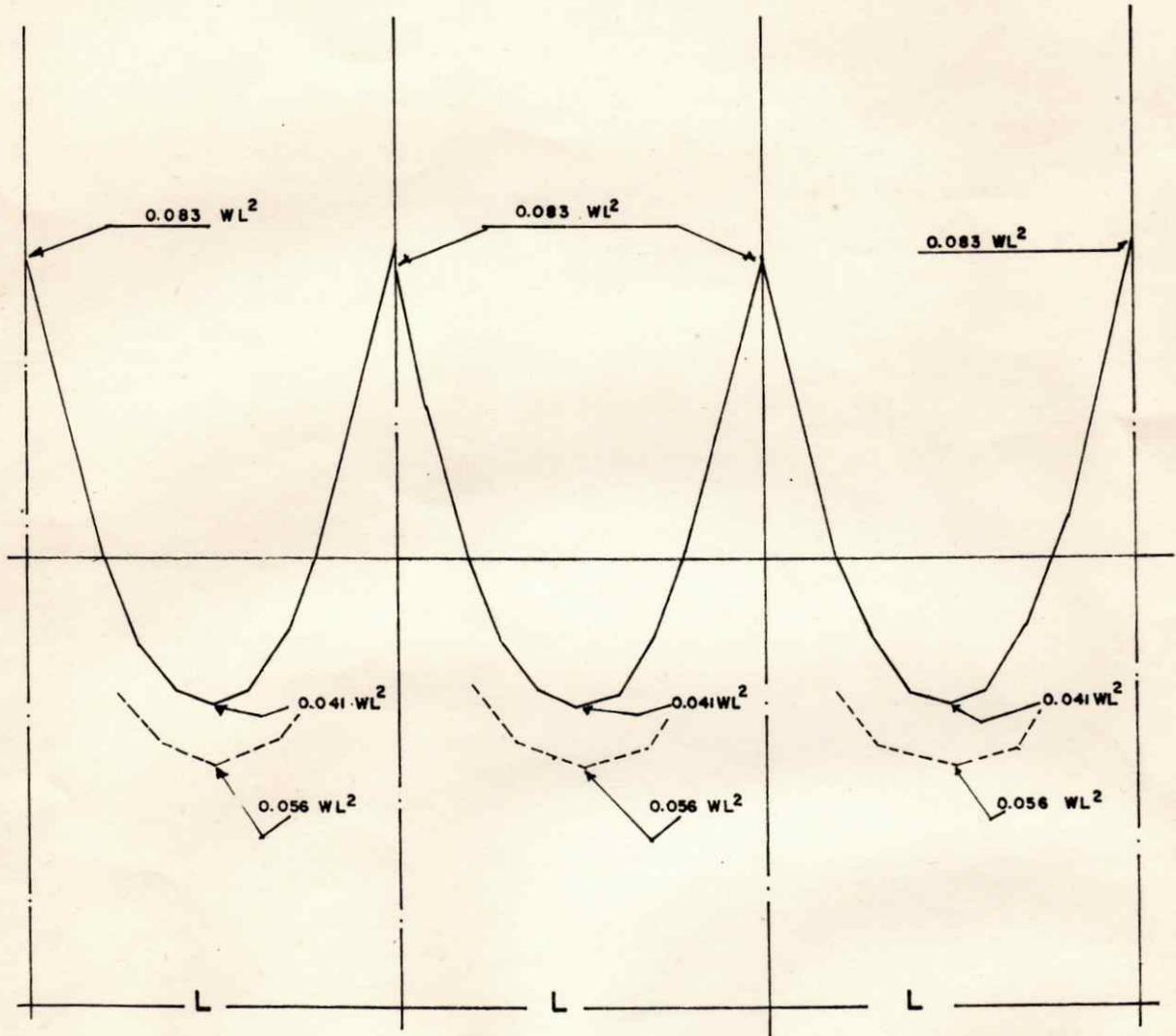
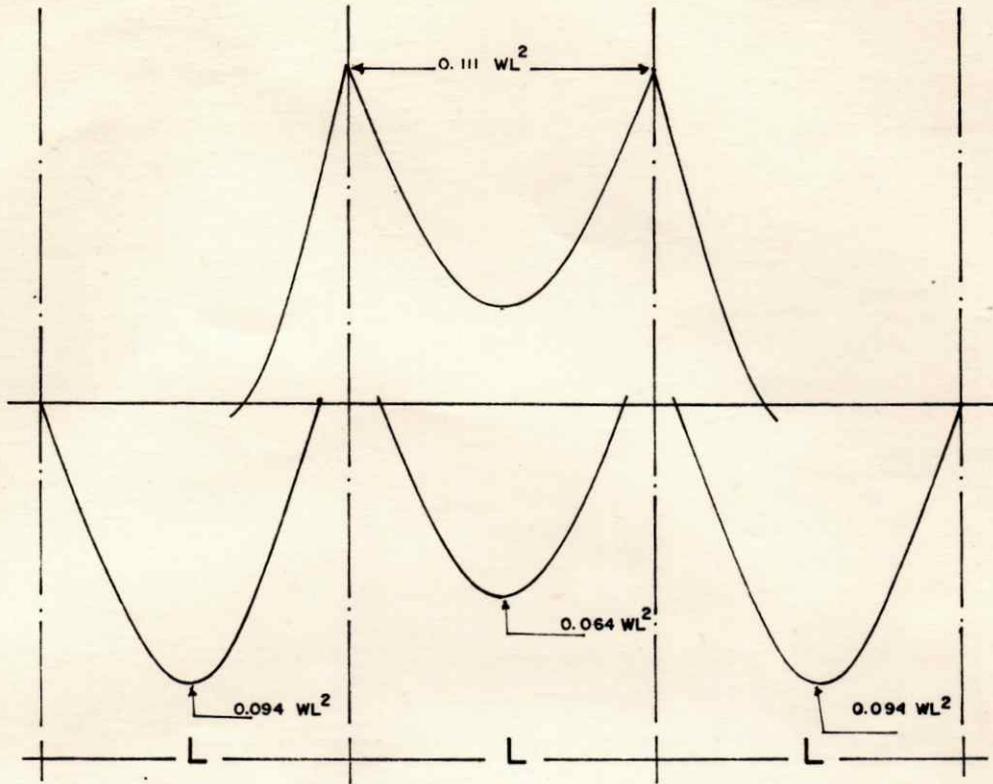


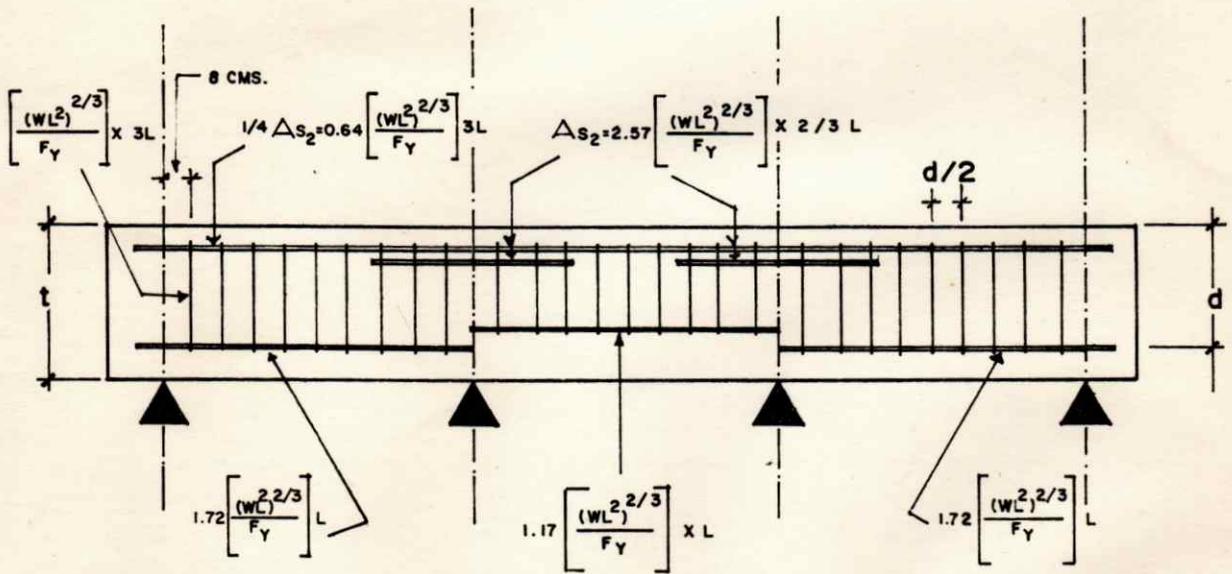
FIGURA 4

MOMENTO POSITIVO MINIMO DE DISEÑO =  $1/18 WL^2 = 0.056 WL^2$

DISEÑO PARA  $\Sigma K_{col} / \Sigma K_{vig.} = 0$



a) Diagrama de momentos segun grafica 2



b) Armado tipico

FIGURA 5

DISEÑO PARA  $\sum K_{col} / \sum K_{vig} \geq 0.5$

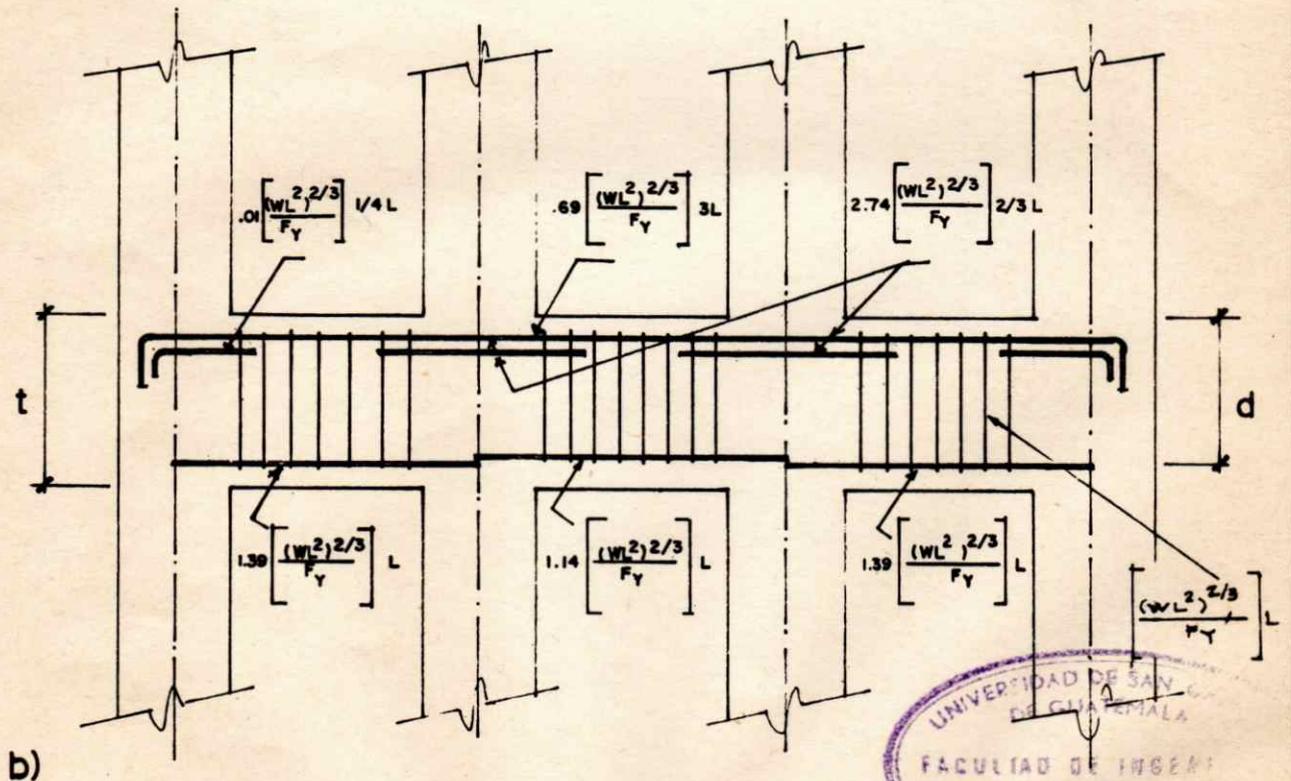
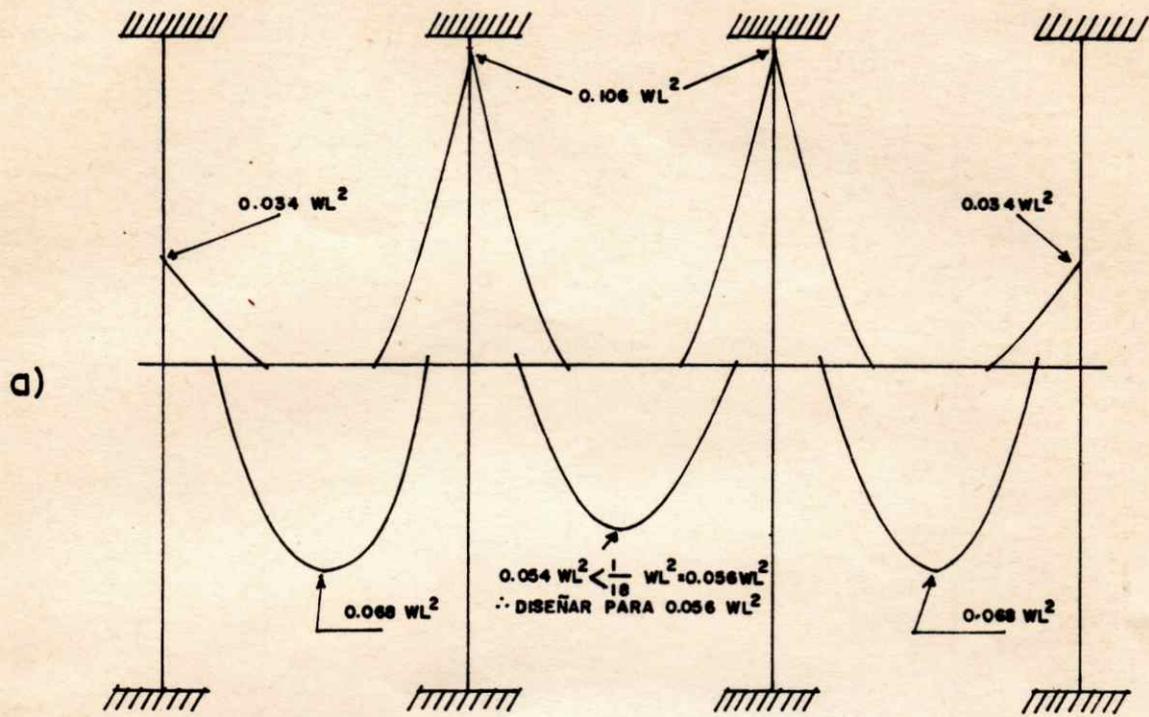


FIGURA 6



# ANALISIS DE SEIS CONDICIONES DE CARGA

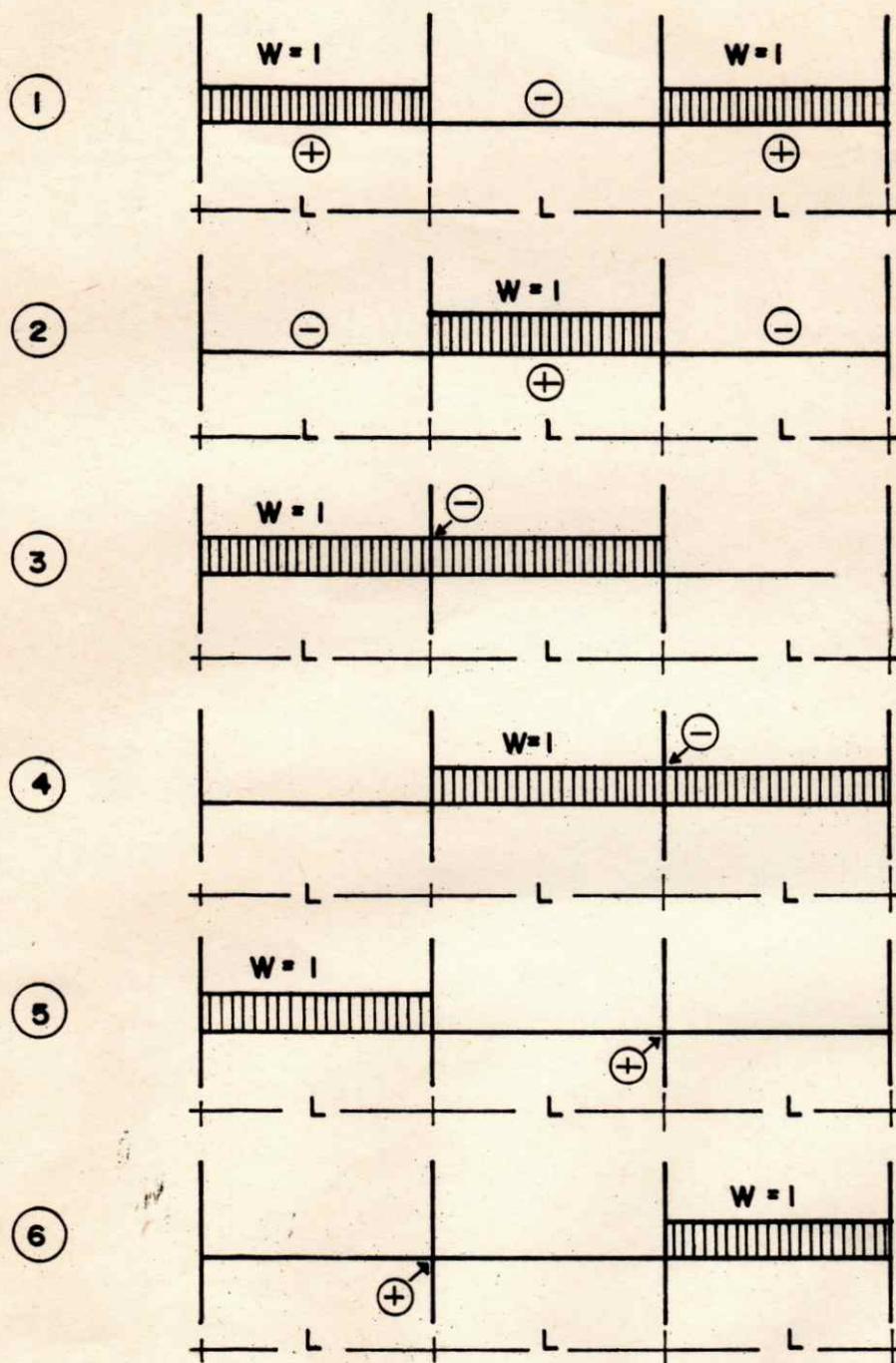
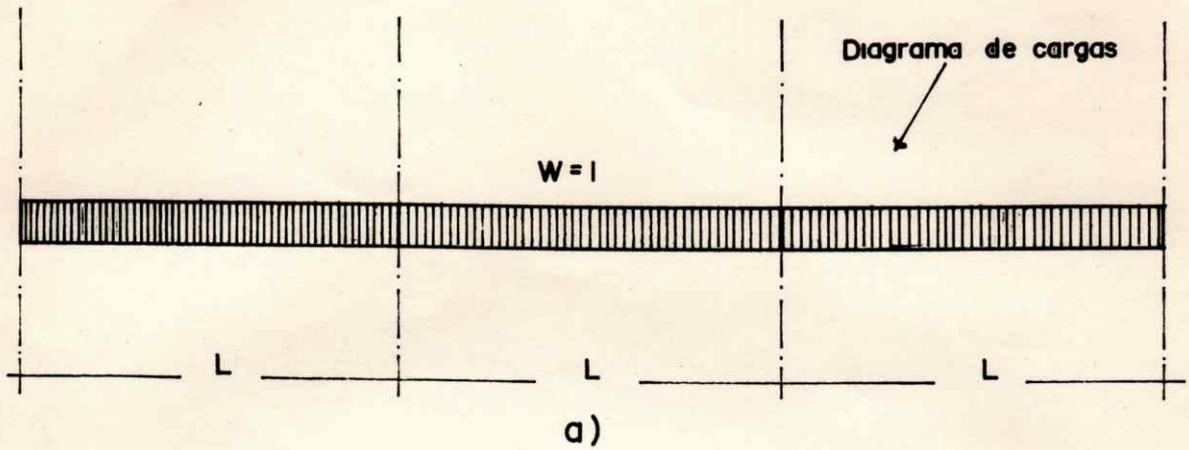


FIGURA 7

CONDICION EXTREMA 2



CONDICION EXTREMA 3

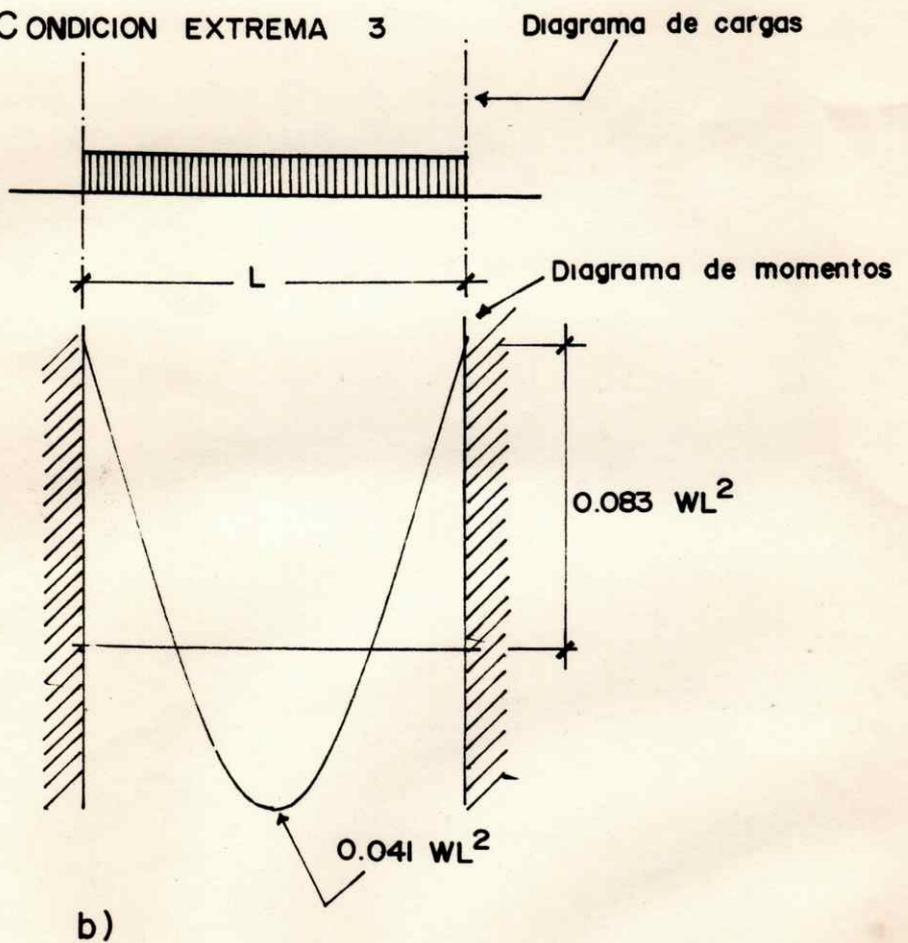
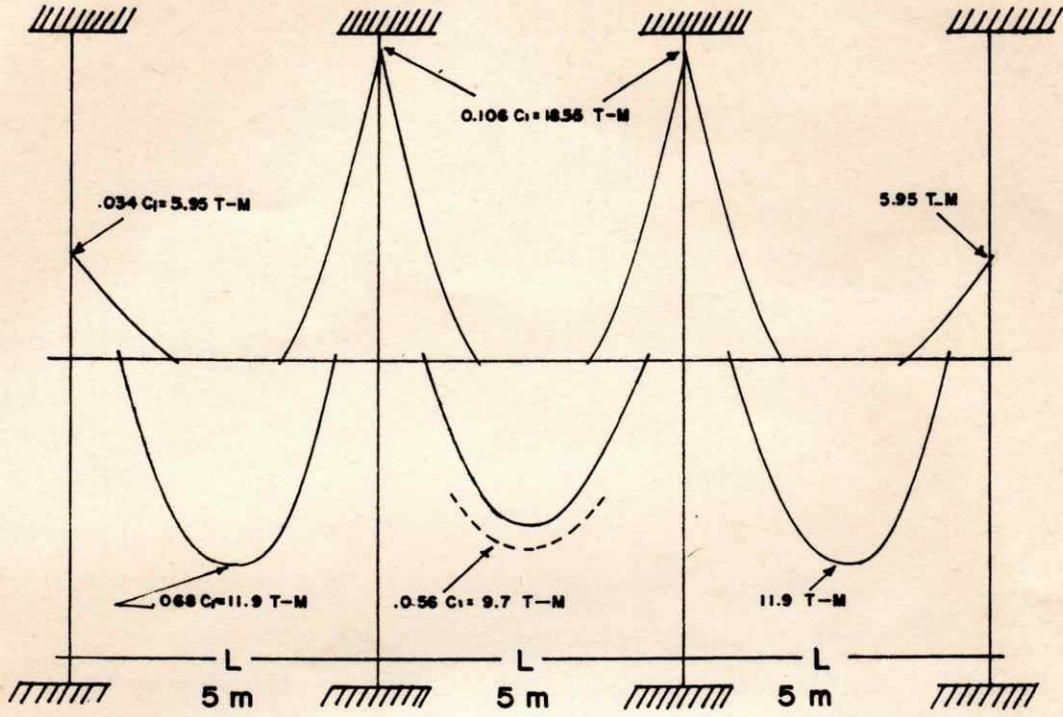


FIGURA 8

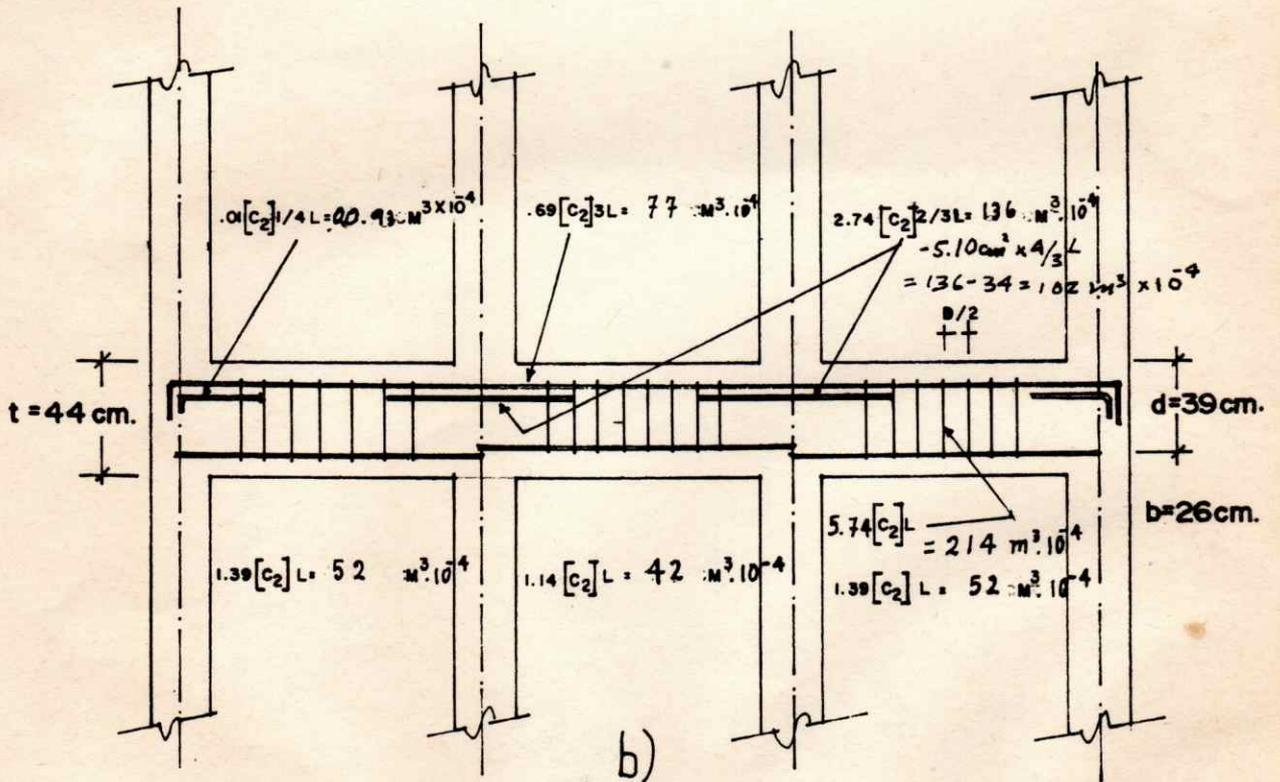
# DISEÑO NUMÉRICO

$\Sigma K_{col} / \Sigma K_{vig} = 1.0$      $W_u = 1.4 W_d + 1.7 W_L = 4 + 3 = 7$  Toneladas / Mts.

$wl^2 = C_1$      $\left[ \frac{(wl^2)^{2/3}}{f_y} \right] = C_2$



d)



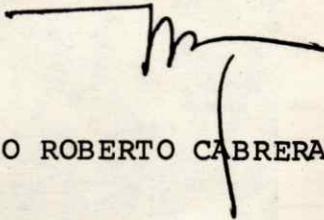
b)

FIGURA 9



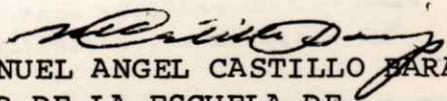
FRANCISCO ARIEL MONTUFAR URIZAR

Vo Bo



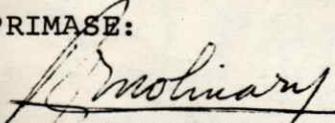
ING. MARIO ROBERTO CABRERA PASSARELLI  
ASESOR

Vo Bo



ING. MANUEL ANGEL CASTILLO BARAJAS  
DIRECTOR DE LA ESCUELA DE  
INGENIERIA CIVIL

IMPRIMASE:



ING. RAUL MOLINA MEJIA  
DECANO