



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica

**ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE CIRCUITOS IDEALES Y CIRCUITOS REALES,
EMPLEADOS EN LOS CURSOS ELECTRÓNICA 1 Y 2, FACULTAD DE INGENIERÍA, USAC**

Gabriel Alejandro Cabrera Arreola

Asesorado por la Inga. Pamela Ulianova Vega Morales

Guatemala, mayo de 2016

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE CIRCUITOS IDEALES Y CIRCUITOS REALES,
EMPLEADOS EN LOS CURSOS ELECTRÓNICA 1 Y 2, FACULTAD DE INGENIERÍA, USAC**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA
POR

GABRIEL ALEJANDRO CABRERA ARREOLA
ASESORADO POR LA INGA. PAMELA ULIANOVA VEGA MORALES

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERO EN ELECTRÓNICA

GUATEMALA, MAYO DE 2016

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
VOCAL I	Ing. Angel Roberto Sic García
VOCAL II	Ing. Pablo Christian de León Rodríguez
VOCAL III	Inga. Elvia Miriam Ruballos Samayoa
VOCAL IV	Br. Raúl Eduardo Ticún Córdova
VOCAL V	Br. Henry Fernando Duarte García
SECRETARIA	Inga. Lesbia Magalí Herrera López

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
EXAMINADOR	Ing. Carlos Eduardo Guzmán Salazar
EXAMINADOR	Ing. Julio Rolando Barrios Archila
EXAMINADOR	Ing. Enrique Edmundo Ruiz Carballo
SECRETARIA	Ing. Lesbia Magalí Herrera López

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

**ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE CIRCUITOS IDEALES Y CIRCUITOS REALES,
EMPLEADOS EN LOS CURSOS ELECTRÓNICA 1 Y 2, FACULTAD DE INGENIERÍA, USAC**

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, con fecha 9 de marzo de 2015.

Gabriel Alejandro Cabrera Arreola



CENTRO DE INVESTIGACIONES DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



Guatemala, febrero 22 de 2016

Ingeniero
Carlos Eduardo Guzmán Salazar
Coordinador del Área de Electrónica
Facultad de Ingeniería
Universidad de San Carlos de Guatemala
Presente.

Estimado Ingeniero Guzmán:

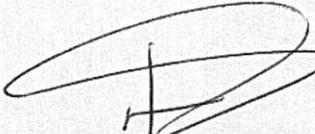
Por este medio le informo que como asesora del Trabajo de Graduación del estudiante de la carrera de ingeniería electrónica **GABRIEL ALEJANDRO CABRERA ARREOLA**, quien se identifica con número de carné **201114042** procedí a revisar su trabajo de Tesis, titulado: "**ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE CIRCUITOS IDEALES Y CIRCUITOS REALES, EMPLEADOS EN LOS CURSOS ELECTRÓNICA 1 Y 2, FACULTAD DE INGENIERÍA, USAC.**", habiéndolo encontrado satisfactorio.

Cabe mencionar que los puntos planteados en este trabajo contribuyen a la ampliación del conocimiento en la aplicación del polinomio de Lagrange y el programa GNUplot, los cuales permitieron obtener modelos matemáticos para representar de forma más aproximada, el comportamiento real de algunos circuitos empleados en los cursos de electrónica 1 y 2 del pensum de ingeniería electrónica, siendo los mismos de uso común en diversos diseños electrónicos.

En tal virtud, **LO DOY POR APROBADO**, solicitando dar el trámite respectivo.

Sin otro particular, me es grato suscribirme.

Atentamente:


Pamela Ulianova Vega Morales
COL. # 11.146
Pamela Ulianova Vega Morales
Ingeniera Electrónica
Colegiada Activo 11146
Asesora



REF. EIME 18. 2016.
Guatemala, 25 de FEBRERO 2016.

Señor Director
Ing. Francisco Javier González López
Director Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica
Facultad de Ingeniería, USAC.

Señor Director:

Me permito dar aprobación al trabajo de Graduación titulado:
ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE CIRCUITOS IDEALES Y
CIRCUITOS REALES, EMPLEADOS EN LOS CURSOS
ELECTRÓNICA 1 Y 2, FACULTAD DE INGENIERÍA, USAC., del
estudiante Gabriel Alejandro Cabrera Arreola, que cumple con los
requisitos establecidos para tal fin.

Sin otro particular, aprovecho la oportunidad para saludarle.

Atentamente,
DIRECCIÓN ESCUELA DE INGENIERIA MECANICA ELECTRICA

Ing. Carlos Eduardo Guzmán Salazar
Coordinador Área Electrónica



SFO



REF. EIME 18. 2016.

El Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, después de conocer el dictamen del Asesor, con el Visto bueno del Coordinador de Área, al trabajo de Graduación del estudiante; GABRIEL ALEJANDRO CABRERA ARREOLA Titulado: ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE CIRCUITOS IDEALES Y CIRCUITOS REALES, EMPLEADOS EN LOS CURSOS ELECTRÓNICA 1 Y 2, FACULTAD DE INGENIERÍA, USAC., procede a la autorización del mismo.


Ing. Francisco Javier González López



GUATEMALA, 8 DE ABRIL 2016.

Universidad de San Carlos
De Guatemala

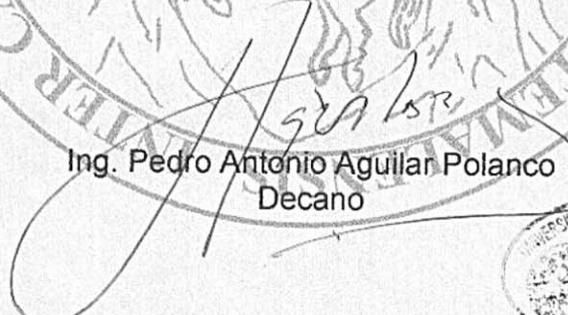


Facultad de Ingeniería
Decanato

Ref. DTG.D.230-2016

El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica al trabajo de graduación titulado: **ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE CIRCUITOS IDEALES Y CIRCUITOS REALES, EMPLEADOS EN LOS CURSOS ELECTRÓNICOS 1 Y 2, FACULTAD DE INGENIERÍA, USAC**, presentado por el estudiante universitario: **Gabriel Alejandro Cabrera Arreola**, y después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, se autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.


Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
Decano



Guatemala, mayo de 2016

/cc

ACTO QUE DEDICO A:

Mi familia

Por estar siempre a mi lado, enseñarme a ser una buena persona, por todos los momentos que hemos vivido y por el apoyo incondicional que me han dado.

Mis amigos

Joshua Peralta, Juan Mérida, Haroldo López, Rodrigo Leiva, Francisco Castillo, Walter González, Esther Pineda y Alejandra Leiva. Sin duda alguna, no hubiera podido llegar hasta este punto si no fuera por todos mis amigos, gracias por estar siempre para mí.

AGRADECIMIENTOS A:

**Universidad de San
Carlos de Guatemala**

Por ser el centro de estudios que me está ejerciendo como profesional.

Facultad de Ingeniería

Por continuar con mi educación y enseñarme que por muy complicada que parezca una situación, siempre tendrá una solución.

Mis padres

Ligia Arreola y Héctor Cabrera, por el apoyo incondicional a lo largo de mi vida y por soportarme en todo momento, sin importar la situación.

**Mis amigos de
la carrera**

Juan Mérida y Haroldo López, por todos esos momentos que vivimos a lo largo de la carrera, algunos buenos y otros sufridos, pero siempre con buena compañía.

**Mis amigos cerca de
casa**

Joshua Peralta, Francisco Castillo, Rodrigo y Alejandra Leiva, por el apoyo tanto de ustedes como de sus familias, que siempre me han tratado como parte de su familia.

Pamela Vega

Por toda la ayuda que me diste a lo largo de este proceso de ser ingeniero, por todos los conocimientos que compartiste conmigo y no desesperarte de mí.

Cecilia Castillo

Por todas esas largas esperas por la noche y siempre estar para mí.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	V
LISTA DE SÍMBOLOS	IX
GLOSARIO	XI
RESUMEN.....	XIII
OBJETIVOS.....	XV
INTRODUCCIÓN	XVII
1. CIRCUITOS FUNDAMENTALES QUE SE ESTUDIAN EN ELECTRÓNICA 1 Y 2	1
1.1. Conceptos fundamentales	1
1.1.1. Definición de circuitos.....	5
1.1.2. Diferencia entre un circuito real y uno ideal.....	7
1.1.2.1. Circuito real.....	7
1.1.2.2. Circuito ideal.....	8
1.1.3. Métodos y principios de análisis de circuitos	9
1.1.3.1. Ley de Ohm	9
1.1.3.2. Leyes de Kirchhoff.....	11
1.2. Electrónica 1, su campo de estudio.....	12
1.3. Electrónica 2, su campo de estudio.....	13
2. COMPORTAMIENTO DE LOS CIRCUITOS IDEALES ESTUDIADOS EN ELECTRÓNICA 1 Y 2.....	15
2.1. Circuitos principales	15
2.1.1. Circuitos principales de electrónica 1	15
2.1.1.1. Oscilador astable con transistores.....	17

2.1.1.2.	Filtro RC pasivo con seguidor de emisor.....	21
2.1.1.2.1.	Filtro pasa bajos.....	23
2.1.1.2.2.	Filtro pasa altos.....	25
2.1.2.	Circuitos principales electrónica 2	29
2.1.2.1.	Filtro Butterworth	30
2.1.2.1.1.	Filtro Butterworth pasa bajos.....	30
2.1.2.1.2.	Filtro Butterworth pasa altos.....	32
3.	COMPORTAMIENTO DE LOS CIRCUITOS REALES ESTUDIADOS EN ELECTRÓNICA 1.....	35
3.1.	Oscilador astable con transistores	35
3.1.1.	Diseño de prueba utilizado	35
3.2.	Filtro RC pasa bajos pasivo con seguidor de emisor	41
3.2.1.	Diseño de prueba utilizado	42
3.3.	Filtro RC pasa altos pasivo con seguidor de emisor	47
3.3.1.	Diseño de prueba utilizado	47
4.	COMPORTAMIENTO DE LOS CIRCUITOS REALES ESTUDIADOS EN ELECTRÓNICA 2.....	53
4.1.	Filtro pasa bajos Butterworth.....	53
4.1.1.	Diseño de prueba utilizado	53
4.2.	Filtro Butterworth pasa altos.....	58
4.2.1.	Diseño de prueba utilizado	58
5.	DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	65
5.1.	Oscilador astable con transistores	65

5.2.	Filtro RC pasivo con seguidor de emisor	68
5.2.1.	Pasa bajos	69
5.2.2.	Pasa altos	71
5.3.	Filtro Butterworth	73
5.3.1.	Pasa bajos Butterworth	74
5.3.2.	Pasa altos Butterworth	77
CONCLUSIONES		81
RECOMENDACIONES		83
BIBLIOGRAFÍA		85
ÁPENDICE		87

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Tipos de capacitores	4
2.	Circuito	6
3.	Clasificación de los circuitos	7
4.	Circuito real	8
5.	Circuito ideal	9
6.	Ley de Ohm.....	10
7.	Ley de Ohm y potencia eléctrica	11
8.	Transistor BJT	16
9.	Circuito astable con transistores	17
10.	Estado 1	18
11.	Estado 2	20
12.	Filtro pasa altos.....	22
13.	Circuito pasa bajos.....	23
14.	Filtro pasa bajos	25
15.	Circuito pasa altos.....	26
16.	Filtro pasa altos.....	27
17.	Colector común	28
18.	Colector común circuito equivalente.....	28
19.	Amplificador operacional	29
20.	Filtro Butterworth pasa bajos.....	30
21.	Filtro Butterworth pasa altos.....	32
22.	Circuito ideal, oscilador astable con transistores	35
23.	Oscilador astable 1.....	38

24.	Oscilador estable 2	38
25.	Regresión estable con transistores	39
26.	Pasa bajos con seguidor de emisor	43
27.	GNUplot filtro pasa bajos RC con seguidor de emisor	45
28.	Filtro pasa altos con seguidor de emisor	48
29.	GNUplot filtro altos bajos RC con seguidor de emisor	50
30.	Filtro Butterworth pasa bajos	54
31.	GNUPlot filtro pasa bajos Butterworth	56
32.	Filtro pasa altos Butterworth	59
33.	Filtro Butterworth pasa bajos señal de salida	61
34.	Filtro pasa altos Butterworth en <i>protoboard</i>	61
35.	GNUPlot filtro pasa bajos Butterworth	62
36.	Astable con transistores	66
37.	Astable con transistores, polinomio de Lagrange	67
38.	Pasa bajos con seguidor de emisor	69
39.	Pasa altos con seguidor de emisor	72
40.	Pasa bajos Butterworth, polinomio de Lagrange	75
41.	Pasa altos Butterworth	78

TABLAS

I.	Resistencias comerciales	3
II.	Código de capacitores cerámicos y electrolíticos	4
III.	Contenido de electrónica 1	12
IV.	Contenido de electrónica 2	13
V.	Función de transferencia pasa bajos Butterworth	31
VI.	Función de transferencia pasa altos Butterworth	33
VII.	Diseño de prueba, oscilador estable	36
VIII.	Condiciones iniciales del oscilador estable con transistores	36

IX.	Datos ideales y reales oscilador estable con transistores	37
X.	Capacitancia promedio – frecuencia	40
XI.	Términos del polinomio de Lagrange Astable	41
XII.	Resumen oscilador estable con transistores.....	41
XIII.	Diseño de prueba, filtro RC pasa bajos.....	43
XIV.	Condiciones iniciales, filtro RC pasa bajos.....	44
XV.	Resistencia contra frecuencia, filtro RC pasa bajos	44
XVI.	Resistencia contra frecuencia de corte	46
XVII.	Términos polinomio de Lagrange pasa bajos con acople	46
XVIII.	Resumen filtro RC pasa bajos con seguidor de emisor.....	47
XIX.	Diseño de prueba, filtro RC pasa altos.....	48
XX.	Condiciones iniciales, filtro RC pasa altos.....	49
XXI.	Resistencia contra frecuencia, filtro RC pasa altos	49
XXII.	Resistencia contra frecuencia filtro pasa altos con acople	51
XXIII.	Términos polinomio de Lagrange pasa altos con acople	51
XXIV.	Resumen filtro RC pasa altos con seguidor de emisor.....	52
XXV.	Diseño de prueba, filtro Butterworth pasa bajos.....	54
XXVI.	Condiciones iniciales, filtro Butterworth pasa bajos	55
XXVII.	Resistencia contra frecuencia, pasa bajos Butterworth.....	55
XXVIII.	Resistencia promedio contra frecuencia de corte	57
XXIX.	Términos polinomio de Lagrange pasa bajos Butterworth	57
XXX.	Resumen filtro Butterworth pasa bajos.....	58
XXXI.	Diseño de prueba, filtro Butterworth pasa altos.....	59
XXXII.	Condiciones iniciales, filtro Butterworth pasa altos	60
XXXIII.	Resistencia contra frecuencia, pasa altos Butterworth.....	60
XXXIV.	Resistencia contra frecuencia filtro pasa altos Butterworth	63
XXXV.	Términos polinomio de Lagrange pasa altos con acople	63
XXXVI.	Resumen filtro Butterworth pasa altos.....	64
XXXVII.	Astable con transistores, ideal contra GNUplot.....	68

XXXVIII.	Error relativo estable con transistores.....	68
XXXIX.	Pasa bajos, ideal contra GNUplot.....	70
XL.	Error relativo pasa bajos, ideal contra GNUplot.....	71
XLI.	Pasa altos, ideal contra GNUplot.....	73
XLII.	Error relativo pasa altos, ideal contra GNUplot.....	73
XLIII.	Pasa bajos Butterworth, ideal contra GNUplot.....	76
XLIV.	Error relativo pasa bajos Butterworth, ideal contra GNUplot.....	76
XLV.	Pasa altos Butterworth, ideal contra GNUplot.....	78
XLVI.	Error relativo pasa altos Butterworth.....	79

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
A	Amperios
C	Capacitancia
π	Constante PI (3.14159...)
I	Corriente
CA	Corriente alterna
I_b	Corriente de base
I_c	Corriente de colector
I_e	Corriente de emisor
CD	Corriente directa
dB	Decibeles
F	Faradios
f	Frecuencia
ω	Frecuencia angular
f_c	Frecuencia de corte
H(ω)	Función de transferencia en dominio de la frecuencia
H(s)	Función de transferencia en dominio de laplace
h(t)	Función de transferencia en dominio del tiempo
β	Ganancia de corriente
kΩ	Kiloohm
MΩ	Megaohm
μF	Microfaradios
nF	Nanofaradios
j	Número imaginario ($\sqrt{-1}$)

Ω	Ohm
pF	Picofaradios
R	Resistencia
RC	Resistor-Capacitor
t	Tiempo
Q	Transistor
V	Voltaje
V_o	Voltaje de salida
E	Voltaje en los bornes de un capacitor
v	Voltios

GLOSARIO

Algoritmo	Conjunto de pasos a seguir para alcanzar un propósito, siguiendo reglas definidas y ordenadas.
Astable	Es un multivibrador que no posee ningún estado estable, posee dos estados en los que conmuta después de estar cierto tiempo en cada uno.
BJT	Transistor de juntura bipolar.
FET	Transistor de efecto de campo.
Filtro	Es aquel que discriminará un grupo de frecuencias determinadas de una señal que lo atraviesa.
Filtro pasivo	Filtro construido empleando únicamente componentes pasivos. Estos son resistencias, capacitancias o inductancias.
Frecuencia	Es la cantidad de repeticiones que ocurren, en cierto periodo, de cualquier suceso.
Frecuencia de corte	Frecuencia donde se ha perdido la mitad de la potencia de la señal ingresada a través del filtro.

GNUplot	Programa de línea de comandos que permite el manejo de datos y de gráficas en dos y tres dimensiones.
Hertz	Unidad de medida que indica la cantidad de oscilaciones por segundo que sufre un sistema.
Interpolación	Es la obtención de datos que se desconocen a partir de un grupo finito de datos conocidos.
MOSFET	Transistor de efecto de campo metal-oxido semiconductor.
Oscilador	Es un circuito que produce una señal que se repite cada cierto tiempo.
PDIP	Paquete en dos líneas de pines.
Periodo	Duración de un ciclo repetitivo de un suceso, en electrónica, una señal.
Polinomio	Expresión matemática formada por constantes, variables y exponentes empleando únicamente sumas, restas y multiplicaciones.
<i>Protoboard</i>	Es un tablero con orificios, que permite armar circuitos y probar su correcto funcionamiento.

RESUMEN

Los circuitos empleados en electrónica 1 y 2 son circuitos básicos con muchas aplicaciones. Sin embargo, durante las pruebas experimentales estos se comportan distinto a la teoría. Por ello, se trató de representarlos de mejor manera con distintas expresiones matemáticas.

Los datos experimentales se tomaron de circuitos realizados en *protoboard*, dentro de las instalaciones de la Universidad de San Carlos de Guatemala. Se utilizó como instrumentos de medición un multímetro Amprobe PM51A Pocket Digital Multimeter y un osciloscopio Rigol DS1102E.

Por electrónica 1 se realizaron tres circuitos. El primero es un oscilador astable con transistores, donde la variable dependiente fue la frecuencia de oscilación del circuito y como variable independiente la capacitancia del circuito. El segundo y tercer circuito son filtros pasivos con un acople de impedancia usando un colector común. Para ambos circuitos, tanto pasa bajos como pasa altos, se calculó la frecuencia de corte en función de la resistencia del circuito.

Los circuitos realizados de electrónica 2 son los filtros activos Butterworth. Estos calculan la frecuencia de corte en función de la resistencia utilizada, ya sea en el circuito pasa altos o en el pasa bajos.

Para todos los circuitos se obtuvieron tres modelos uno es el modelo ideal, y los otros dos son reales. Uno obtenido por GNUplot y el segundo obtenido por interpolación de polinomio de Lagrange.

OBJETIVOS

General

Analizar y comparar circuitos ideales y circuitos reales empleados en los cursos Electrónica 1 y 2.

Específicos

1. Describir y señalar teóricamente el comportamiento de los circuitos ideales estudiados en los cursos de electrónica 1 y 2.
2. Evaluar la incidencia de los factores controlables y no controlables, sobre las variables de respuesta de cada uno de los circuitos construidos en estudio.
3. Contrastar los resultados de las variables de respuesta de los circuitos reales e ideales, mediante el uso de modelos estadísticos y matemáticos.
4. Formular y proponer modelos matemáticos que describan de mejor forma el comportamiento de cada circuito real sometido a la comparación con su modelo ideal.

INTRODUCCIÓN

Cada vez las tareas, incluso las más pequeñas, se realizan de forma más simple gracias a la implementación de circuitos electrónicos que se vuelven más pequeños y versátiles. Sin embargo, hay circuitos que siguen siendo básicos en la electrónica. Estos son osciladores, filtros, circuitos para operaciones aritméticas, entre otros.

En el capítulo 1 se describen conocimientos básicos de electrónica. Estos permiten el entendimiento de los circuitos analizados en este trabajo. Se tienen conceptos como circuito real y circuito ideal que deben comprenderse para realizar una comparación entre estos.

El capítulo 2 trata acerca del análisis de los circuitos que se seleccionaron de los cursos de electrónica 1 y 2, siendo representados en sus modelos ideales. Se realizan los procedimientos matemáticos necesarios para obtener la expresión matemática que se utiliza. Esto para la comparación entre los circuitos ideales y reales.

Después de obtener los modelos ideales, en el capítulo 3 se calculan los modelos matemáticos de los circuitos de electrónica 1, empleando datos experimentales de circuitos reales. Mientras que el capítulo 4 trata acerca de los circuitos de electrónica 2 que se sometieron al análisis comparativo.

Los modelos obtenidos de forma ideal y real de todos los circuitos se comparan en el capítulo 5. Se utilizan gráficas que permiten observar el comportamiento de los modelos para cada circuito. Además, se tienen los

modelos evaluados en los valores experimentales empleados. Esto para obtener el error relativo que presenta cada modelo con respecto al dato real medido, en las pruebas experimentales.

1. CIRCUITOS FUNDAMENTALES QUE SE ESTUDIAN EN ELECTRÓNICA 1 Y 2

1.1. Conceptos fundamentales

La electrónica es una rama de la física que estudia el comportamiento y conducción del flujo de electrones u otras partículas cargadas eléctricamente. Al hablar de electrónica se emplean conceptos como voltaje, resistencia, capacitancia, corriente, entre otros. Estos que permiten el entendimiento del funcionamiento de los dispositivos, para realizar circuitos.

Existe una amplia gama de circuitos que se emplean dependiendo de la necesidad o tarea que se demande. La mayoría de las veces se requiere por cuestiones de funcionamiento calidad de algunas señales, eliminar aquellas que causan cierta interferencia y afectan el desempeño del circuito. De ahí la importancia que tiene el uso adecuado de filtros.

Entre los conceptos fundamentales de electrónica se encuentra el voltaje, la corriente, resistencia, capacitor, entre otros. Estos se explican brevemente a continuación:

- Voltaje: es la energía potencial eléctrica por unidad de carga, por lo que sus dimensionales son Joules por Coulomb (J/C), o bien voltios (v). En ecuaciones o esquemas, el voltaje se representa por una letra V. A este también se le conoce como potencial eléctrico.

Se dice que entre dos puntos, teniendo uno con carga mayor al otro, es a lo que se le conoce como diferencia de voltaje. Si estos dos puntos con distinto potencial se unieran mediante un conductor se produciría un flujo de electrones. Los electrones saldrían del punto con mayor potencial y se trasladarían al de menor, esta corriente dejará de fluir si ambos puntos igualan su potencial eléctrico. Al traslado de cargas se le conoce como corriente eléctrica o bien, únicamente corriente.

- Corriente eléctrica: indica la cantidad de carga eléctrica que recorre un conductor, durante un tiempo determinado. Sus dimensionales son Coulomb por segundo (C/s), en el sistema internacional se le llama amperios (A). En diagramas o esquemas eléctricos se le representa por una letra I. A la corriente eléctrica también se le conoce como intensidad eléctrica.

También es la consecuencia del movimiento que tienen los electrones dentro de un material. En todo material, existe una oposición al paso de la corriente, el cual hace que la intensidad eléctrica disminuya.

- Resistencia: existe una oposición que presenta cada material ante el paso de la corriente. A esta oposición se le conoce como resistencia eléctrica, su dimensional es el Ohm (Ω). En un diagrama o esquema eléctrico una resistencia se representa por la letra R. Una resistencia es un componente pasivo, la cual disipa energía en forma de calor.

Con las resistencias comerciales, para conocer el valor que estas poseen, se utiliza un código de colores. Este consta de cuatro franjas, donde las primeras dos indican su valor, el tercero su multiplicador en potencias de 10, y su cuarto color indica su incerteza como se muestra en la tabla I.

Tabla I. Resistencias comerciales

Colores	Multiplicador						
	Oro	Negro	Marrón	Rojo	Naranja	Amarillo	Verde
Marrón - Negro	1,0 Ω	10,0 Ω	100,0 Ω	1,0 kΩ	10,0 kΩ	100,0 kΩ	1,0 MΩ
Marrón - Rojo	1,2 Ω	12,0 Ω	120,0 Ω	1,2 kΩ	12,0 kΩ	120,0 kΩ	1,2 MΩ
Marrón - Verde	1,5 Ω	15,0 Ω	150,0 Ω	1,5 kΩ	15,0 kΩ	150,0 kΩ	1,5 MΩ
Marrón - Gris	1,8 Ω	18,0 Ω	180,0 Ω	1,8 kΩ	18,0 kΩ	180,0 kΩ	1,8 MΩ
Rojo - Rojo	2,2 Ω	22,0 Ω	220,0 Ω	2,2 kΩ	22,0 kΩ	220,0 kΩ	2,2 MΩ
Rojo - Violeta	2,7 Ω	27,0 Ω	270,0 Ω	2,7 kΩ	27,0 kΩ	270,0 kΩ	2,7 MΩ
Naranja - Naranja	3,3 Ω	33,0 Ω	330,0 Ω	3,3 kΩ	33,0 kΩ	330,0 kΩ	3,3 MΩ
Naranja - Blanco	3,9 Ω	39,0 Ω	390,0 Ω	3,9 kΩ	39,0 kΩ	390,0 kΩ	3,9 MΩ
Amarillo - Violeta	4,7 Ω	47,0 Ω	470,0 Ω	4,7 kΩ	47,0 kΩ	470,0 kΩ	4,7 MΩ
Verde - Azul	5,6 Ω	56,0 Ω	560,0 Ω	5,6 kΩ	56,0 kΩ	560,0 kΩ	5,6 MΩ
Azul - Gris	6,8 Ω	68,0 Ω	680,0 Ω	6,8 kΩ	68,0 kΩ	680,0 kΩ	6,8 MΩ
Gris - Rojo	8,2 Ω	82,0 Ω	820,0 Ω	8,2 kΩ	82,0 kΩ	820,0 kΩ	8,2 MΩ
Blanco - Marrón	9,1 Ω	91,0 Ω	910,0 Ω	9,1 kΩ	91,0 kΩ	910,0 kΩ	9,1 MΩ

Tolerancias: Verde ±0,5 % Marrón ±1,0 % Rojo ±2,0 % Oro ±5,0 % Plata 10,0 % Sin color 20,0 %
Donde k=1 000 y M=1 000 000

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

- Capacitancia: el capacitor o condensador es un componente pasivo, igual que la resistencia, su valor se mide en faradios (F). Usualmente sus valores son muy pequeños, por lo que se utilizan prefijos de potencias de base 10, por ejemplo micro, nano, pico, entre otros.

Un capacitor almacena energía en forma de campo eléctrico, haciendo que este sea como una pequeña batería, que al momento de cargarse ya no permite el paso de corriente.

Existen distintos tipos de capacitores, como se puede observar en la figura 1. Sin embargo, para la realización de los circuitos a analizar se emplearán capacitores cerámicos y electrolíticos.

Figura 1. Tipos de capacitores



Fuente: *Electronica dedactica*. <http://www.eletronicadidatica.com.br/componentes/capacitor/capacitores.png>. Consulta: abril de 2015.

Tabla II. Código de capacitores cerámicos y electrolíticos

Capacitores					
Cerámicos			Electrolíticos		
Código	Capacitancia		Código	Capacitancia	Capacitancia
10	10 pF		102	1,0 nF	0,10 µF
12	12 pF		122	1,2 nF	0,12 µF
15	15 pF		152	1,5 nF	0,22 µF
18	18 pF		182	1,8 nF	0,33 µF
22	22 pF		222	2,2 nF	0,47 µF
27	27 pF		272	2,7 nF	1,00 µF
33	33 pF		332	3,3 nF	1,20 µF
39	39 pF		392	3,9 nF	2,20 µF
47	47 pF		472	4,7 nF	3,30 µF
56	56 pF		562	5,6 nF	4,70 µF
68	68 pF		682	6,8 nF	10,00 µF
82	82 pF		822	8,2 nF	12,00 µF
101	100 pF		103	10 nF	22,00 µF
121	120 pF		123	12 nF	33,00 µF
151	150 pF		153	15 nF	47,00 µF
181	180 pF		183	18 nF	56,00 µF
221	220 pF		223	22 nF	68,00 µF
271	270 pF		273	27 nF	100,00 µF
331	330 pF		333	33 nF	120,00 µF
391	390 pF		393	39 nF	220,00 µF
471	470 pF		473	47 nF	330,00 µF
561	560 pF		563	56 nF	470,00 µF
681	680 pF		683	68 nF	560,00 µF
821	820 pF		823	82 nF	680,00 µF

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Así como las resistencias, con los valores comerciales, se tienen códigos para conocer su valor de capacitancia. Existen distintos tipos de códigos para cada capacitor, pero en la tabla II, se muestra que representa el código de capacitores cerámicos y electrolíticos.

1.1.1. Definición de circuitos

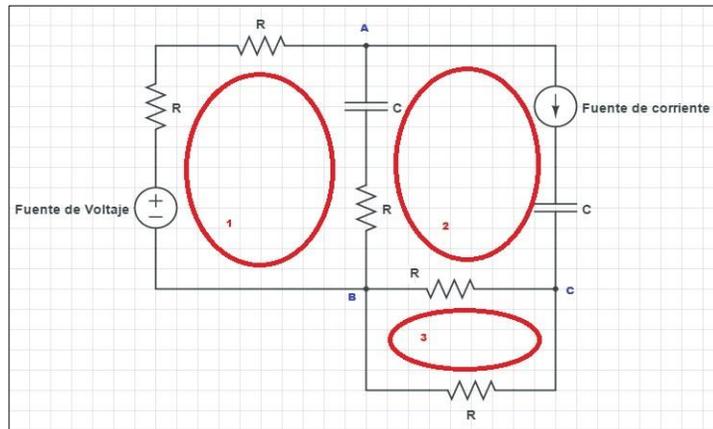
Un circuito es una red eléctrica, con al menos una trayectoria cerrada. Este puede contener tanto componentes pasivos como activos. Entre los componentes pasivos se tienen las resistencias y los capacitores de los cuales ya se habló un poco de ellos en secciones anteriores, y componentes activos tales como transistores y amplificadores operaciones. Estos se tratarán en capítulos posteriores.

Todo circuito está compuesto por:

- Componentes: son aquellos dispositivos que se conectan en el circuito, estos pueden ser resistencias, capacitores, transistores, amplificadores, fusibles, y otros. Los componentes tienen dos o más conectores para que puedan interactuar en el circuito.
- Nodos: son puntos dentro de un circuito, en donde se conectan dos o más componentes, es decir lo tienen en común.
- Rama: es la línea de componentes que están conectados de un nodo a otro. En una rama solo puede circular una corriente, ya que todos sus componentes deben estar en serie.
- Malla: es toda trayectoria cerrada dentro de un circuito, todo circuito contiene como mínimo una malla. El análisis de un circuito se ira complicando por la cantidad de mallas que este posea.
- Fuente: se encarga de proporcionar energía eléctrica al circuito. En un circuito existen dos tipos de fuentes, las fuentes de voltaje y las fuentes de corriente, dependiendo del uso que se necesite.

- Conductores: usualmente son cables comúnmente cobre. Presentan una resistencia muy baja, pudiendo considerarla despreciable.

Figura 2. **Circuito**

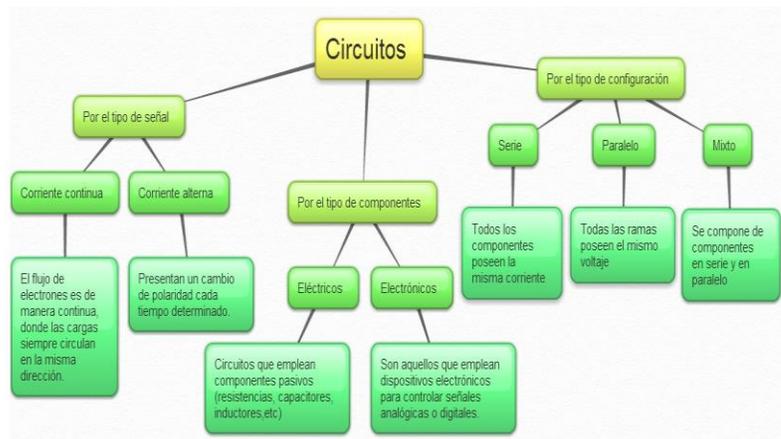


Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

En la figura 2 se puede observar un circuito que contiene distintos componentes. Este circuito posee 3 mallas, las cuales se muestran de color rojo indicando la trayectoria cerrada de cada una. Así también se marcan los nodos del circuito con letras del alfabeto (A, B, C) pintadas de color azul. En la figura también se puede observar la representación en diagramas de las fuentes de voltaje y de corriente, que para este caso se tiene una de cada una.

Para identificar las ramas del circuito se utilizan los nodos del mismo, siguiendo una trayectoria cualquiera de un nodo a otro. Por ejemplo: si se toma los nodos A y B del circuito en la figura 2, se tienen dos trayectorias. Una donde se pasa por un capacitor y una resistencia y la otra se obtiene por las dos resistencias y la fuente de voltaje. Cada una de estas trayectorias son las ramas del circuito.

Figura 3. **Clasificación de los circuitos**



Fuente: elaboración propia.

Los circuitos se pueden clasificar de distintas maneras, así como se muestra en la figura 3, pero el análisis que se realiza en capítulos posteriores trata acerca de circuitos ideales y reales.

1.1.2. **Diferencia entre un circuito real y uno ideal**

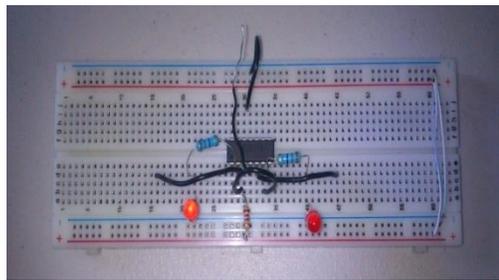
Se explica en que consiste un circuito real y uno ideal para comprender las diferencias que estos poseen.

1.1.2.1. **Circuito real**

Se le llamará así a todo circuito que existe de forma física. Empleando componentes como resistencias, capacitores, dispositivos electrónicos como circuitos integrados, transistores, microcontroladores y otros. Estos circuitos se pueden armar en un *protoboard*, placa perforada, placa de cobre y otros.

Los circuitos reales sufren variaciones, debido a las incertezas que presentan los materiales que se emplean para armarlos. Incluso los circuitos más sencillos presentan errores y mientras más complejo es el circuito a más problemas se enfrenta su elaborador.

Figura 4. **Circuito real**



Fuente: Laboratorio de Electrónica, edificio T1, USAC.

En la figura 4 se muestra un circuito armado en *protoboard* creando las conexiones con alambre forrado de plástico, evitando los posibles cortos eléctricos. El circuito cuenta con 3 resistencias, 2 leds y un circuito integrado.

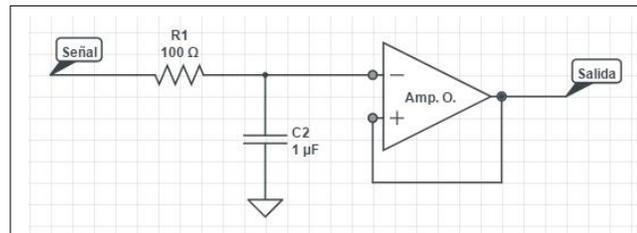
1.1.2.2. **Circuito ideal**

Es aquel que se representa con componentes perfectos. Sus análisis se realizan de forma matemática, obteniendo un modelo que representa al circuito. Los análisis matemáticos se complican dependiendo del circuito y de los componentes que lo conformen.

Ya que es un circuito ideal, este se puede someter a simulaciones con programas computarizados. Algunos de estos programas son Proteus y Multisim que poseen una gran variedad de componentes para las simulaciones, pero no tienen licencia gratuita. Por otra parte está Circuit Maker y CircuitLab

que presentan los componentes básicos y necesarios para una idea clara del circuito. Estos tienen licencia estudiantil, que permite utilizarlos de forma gratuita.

Figura 5. **Circuito ideal**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

En la figura 5 se observa un circuito realizado en CircuitLab. Este contiene un resistor, un capacitor y un amplificador operacional (Amp. O.). Se muestra únicamente los componentes en su forma representativa. Esto permite realizar un análisis de su comportamiento empleando herramientas matemáticas.

1.1.3. **Métodos y principios de análisis de circuitos**

A continuación se describirán los métodos y principios de análisis de circuitos.

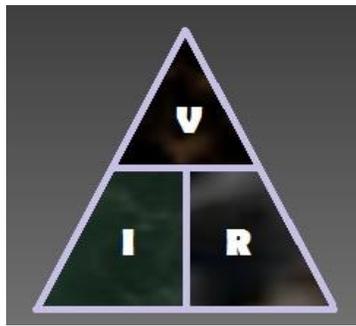
1.1.3.1. **Ley de Ohm**

Fue postulada por un físico alemán llamado Georg Ohm. Él dijo: “El flujo de corriente en ampere que circula un circuito eléctrico cerrado, es directamente proporcional a la tensión o voltaje aplicado, e inversamente proporcional a la

resistencia en ohm de la carga que tiene conectada.”¹ Esto se puede representar con la siguiente fórmula matemática:

$$I = \frac{V}{R} \quad [\text{Ec. 1.1}]$$

Figura 6. Ley de Ohm



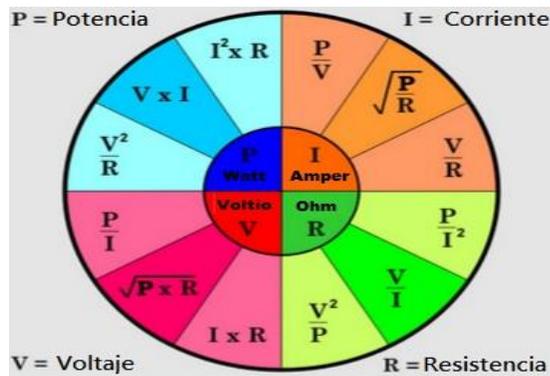
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

La figura 6 es una forma fácil de despejar la fórmula de la ley de Ohm, donde solo se debe tapar con un dedo la letra que representa lo que se desea determinar. Por ejemplo: si se tapa la letra V, que representa el voltaje, se obtiene que esta, es igual a la corriente (I) por la resistencia (R). De igual forma, si se tapara la letra I, que representa corriente, se observa que esta es igual a un voltaje (V) dividido una resistencia (R) y de igual forma si se tapara R, se tiene que el voltaje (V) dividido una corriente (I) es igual a la resistencia.

Dentro de la ley de Ohm se incluye la potencia eléctrica. Esta es aquella energía que se disipa en forma lumínica o térmica a través del circuito. La dimensional de la potencia eléctrica es el watt, que es lo mismo que joules por segundo, o bien, voltios amperes. Su representación en diagramas o esquemas es con una letra P.

¹ Georg Ohm. *La ley de Ohm*. p. 84.

Figura 7. **Ley de Ohm y potencia eléctrica**



Fuente: Ley de OHM. http://abcblogs.abc.es/federico-ysart/files/2013/10/Ohms_Law.jpg.
 Consulta: abril de 2015.

En la figura 7 se muestra un diagrama que resume, de forma sencilla, la ley de Ohm y la potencia eléctrica.

1.1.3.2. **Leyes de Kirchhoff**

Si se toma como base la conservación de la energía y la carga en los circuitos se obtienen dos igualdades que son llamadas las leyes de Kirchhoff. Son llamadas así por Gustav Kirchhoff quien las describió en el siglo XIX.

La primera ley de Kirchhoff establece que la corriente entrante a un nodo es igual a la suma de las corrientes salientes. Del mismo modo se puede generalizar esta ley diciendo que la suma de las corrientes entrantes a un nodo es igual a la suma de las corrientes salientes. Esto matemáticamente se puede describir como:

$$\sum_{k=1}^n I_k = I_1 + I_2 \dots + I_n = 0 \quad [\text{Ec. 1.2}]$$

La segunda ley de Kirchhoff establece que en un circuito cerrado, la suma de las tensiones administradas será igual a la suma de las caídas de tensión existentes. Matemáticamente se describe como:

$$\sum_{k=1}^n V_k = V_1 + V_2 \dots + V_n = 0 \quad [\text{Ec. 1.3}]$$

1.2. Electrónica 1, su campo de estudio

En el curso de Electrónica 1 se conocen y analizan circuitos básicos de electrónica analógica que emplean dispositivos de unión PN. Entre estos se encuentra el diodo y el transistor. Se comprende cómo se polariza un transistor, sus aplicaciones tanto para corriente continua como para corriente alterna.

El transistor es un dispositivo muy utilizado por su facilidad de uso y su costo tan bajo. Existen distintos tipos de transistores, sin embargo existen 3 principales que son el BJT (transistor de unión bipolar), el FET (transistor de efecto de campo) y el MOSFET (transistor de efecto de campo metal-óxido-semiconductor).

A continuación, se muestra una tabla con los circuitos que se observan en el curso de electrónica 1, junto con una aplicación para la que estos son útiles.

Tabla III. Contenido de electrónica 1

Tema	Circuito	Aplicación
Dispositivos de unión PN	Polarización de un diodo	Protección de un motor por polarización inversa
Transistores BJT en CD	Transistor en modo activo	Amplificación de señales
Transistores BJT en CD	Transistor modo corte y saturación	Interruptor
Transistores BJT en CA	Emisor común	Amplificador de señal invirtiendo polaridad
Transistores BJT en CA	Base común	Amplificación de tensión y no de corriente
Transistores BJT en CA	Colector común	Acople de impedancia
Transistor como amplificador	Amplificador con BJT	Amplificadores en general
Transistor como amplificador	Amplificador con FET	Amplificar sonido
Transistor como amplificador	Amplificador con MOSFET	Amplificadores de respuesta rápida

Fuente: elaboración propia.

Los circuitos de electrónica 1 que se emplearán para el análisis comparativo son: transistor modo corte y saturación, para realizar un oscilador donde se obtendrá la combinación de resistencia y capacitor utilizado para obtener una frecuencia en específico y un colector común utilizado como acople de impedancia para un filtro RC. Aquí se obtiene la frecuencia central de este y las frecuencias de corte.

1.3. Electrónica 2, su campo de estudio

A lo largo del curso Electrónica 2, se diseña y analizan circuitos con amplificadores operaciones y amplificadores retroalimentados. Se establece el rango de frecuencias de operación de un amplificador.

Un amplificador operacional es un componente activo. Este tiene una alta ganancia de voltaje y una entrada diferencial, con la cual se pueden realizar una gran variedad de circuitos, tales como: sumador, inversor, restador, seguidor y otros. Una de sus principales aplicaciones es la realización de filtros activos, debido a su alta ganancia de voltaje y su alta impedancia de entrada.

En la tabla IV se muestra un listado de circuitos que se analizan en el curso de Electrónica 2, con una aplicación para comprender su uso.

Tabla IV. **Contenido de electrónica 2**

Tema	Circuito	Aplicación
Transistores	Amplificador de señal	Amplificadores en general
Transistores	Amplificador diferencial	Entrada de un amplificador operacional
Amplificador operacional	Seguidor	Acople de impedancia
Amplificador operacional	Sumador	Modulación de una señal
Amplificador operacional	Restador	Controlador de voltaje
Filtros activos	Butterworth pasa bajos	Filtro pasa bajos
Filtros activos	Butterworth pasa altos	Filtro pasa altos
Amplificadores en cascada	Amplificadores tipo A, B y C	Amplificadores en general

Fuente: elaboración propia.

De los circuitos mencionados se analizarán los filtros activos debido a su importancia a lo largo de la carrera y de las aplicaciones que se realizan con ellos. Se obtendrá la frecuencia de corte que estos presenten, obteniendo un modelo matemático que represente los resultados experimentales.

2. COMPORTAMIENTO DE LOS CIRCUITOS IDEALES ESTUDIADOS EN ELECTRÓNICA 1 Y 2

2.1. Circuitos principales

A pesar de la importancia que tiene cada circuito, que se analiza en Electrónica 1 y 2, se toma prioridad a los circuitos que se utilizan a lo largo de la carrera de Ingeniería Electrónica. Los circuitos a analizar se pueden utilizar en todo tipo de aplicaciones, ya que son circuitos comunes. Sin embargo, requieren de pruebas, las cuales consumen tiempo que puede ser empleado en realizar otra tarea.

2.1.1. Circuitos principales de electrónica 1

Para referirse a ellos, se define que es un transistor. Transistor es un dispositivo activo formado por semiconductores, el cual sirve para amplificar señales y como interruptor de las mismas. Un transistor tiene tres terminales que cambian dependiendo del tipo de transistor. Para fines del presente trabajo se analizará el transistor BJT. Por lo tanto, la siguiente ecuación relaciona las tres partes de un transistor BJT (emisor, base y colector):

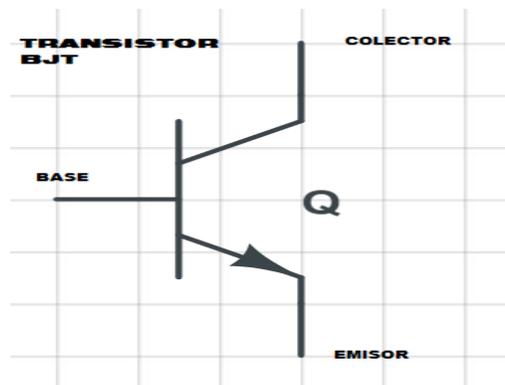
$$I_e = I_c + I_b \quad [\text{Ec. 2.1}]$$

La ecuación [2.2] expresa la igualdad entre la corriente que atraviesa el emisor y la suma de las corrientes que atraviesan el colector y la base. Para completar con esta relación también se tiene la siguiente ecuación:

$$I_c = \beta I_b \quad [\text{Ec. 2.2}]$$

Donde β representa la ganancia de corriente emisor común. Este valor depende del transistor utilizado, ya que este parámetro se encuentra en la hoja de datos proporcionada por el fabricante.

Figura 8. Transistor BJT



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

Existen tres formas de polarizar un transistor BJT, en configuración activa, saturación y corte. Un transistor polarizado en la región activa sirve como amplificador y polarizado en las otras dos regiones funciona como un interruptor.

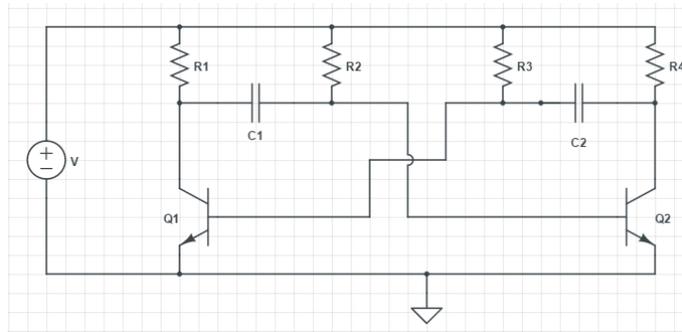
Cuando se emplea un transistor como interruptor pueden construirse osciladores, utilizando como base circuitos RC. Aquí se aprovecha la carga y descarga de un capacitor.

2.1.1.1. Oscilador astable con transistores

Cuando se comienza a hablar de transistores en conmutación, el primer circuito a pensar es un oscilador. Si bien existen distintas configuraciones para este oscilador, se utilizará la configuración astable, para que los pulsos tengan el mismo tiempo en el pulso alto como en el bajo. El diagrama del circuito se muestra en la figura 9.

En el circuito se utilizan cuatro resistencias, dos capacitores, dos transistores (representados por la letra Q en el diagrama) y una fuente de voltaje (V) para alimentar el circuito.

Figura 9. **Circuito astable con transistores**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

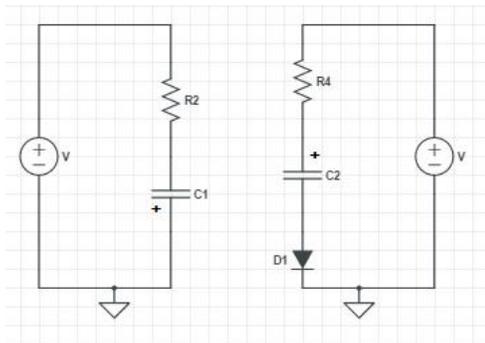
Para analizar este circuito se tomarán en cuenta 2 estados. El primero, cuando el transistor Q_2 está en corte y Q_1 es el transistor que conduce. Mientras que el segundo estado se invierte la función de Q_1 y Q_2 (Q_1 en corte y Q_2 conduce). Es importante tener cuidado con utilizar capacitores electrolíticos, ya que tienen polarización. Para estos casos, la parte negativa del capacitor debe conectarse a la base del transistor para polarizarlo correctamente.

Para comenzar con el análisis del circuito, cabe recordar que es un oscilador. Por lo tanto, su estado conmuta después de determinado tiempo.

- Análisis estado 1 - Q_1 conduce, Q_2 está en corte: ya que se considera el estado 1, donde Q_1 conduce y Q_2 está en corte, se toma en cuenta como condiciones iniciales que C_1 se encuentra cargado positivamente con un voltaje de $(V-0,7)$ voltios y C_2 está cargado negativamente con un potencial de $-0,7$ voltios.

Dado que Q_2 se encuentra en corte, no transita ninguna corriente por sus terminales, se puede eliminar temporalmente del circuito como se muestra en la figura 10. Esto realizando una sustitución de Q_1 por un diodo en conducción, que es la forma de representa internamente un transistor.

Figura 10. **Estado 1**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

Se puede observar que C_2 se cargará a través de R_4 y la base de Q_1 , C_2 comenzó con un voltaje de $-0,7$ v y llegará hasta un voltaje de $V-0,7$. Esto pierde el voltaje en la caída de tensión que tiene el transistor en su juntura base-emisor. Este proceso se da muy rápido debido a la diferencia de valores de las

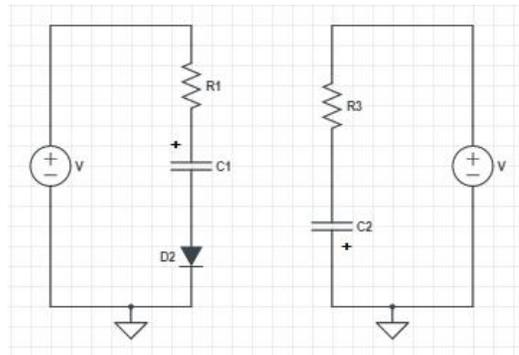
resistencias R_1 y R_4 con respecto a R_2 y R_3 , dado que las primeras dos tienen que ser de valor bajo a comparación de las segundas.

Como C_1 estaba cargado con un voltaje de $V-0,7$, este comenzará a descargarse a través de R_2 . Dado que estará conectado de forma inversa, esta descarga debería llegar hasta $-V$, pero dado que cuando este capacitor llegue a un voltaje de $-0,7$, existirá una diferencia de potencial entre la base y el emisor de Q_2 , que cuando esta sea mayor a $0,7$, Q_2 comenzará a conducir. Hay que recordar que C_2 llegó a un voltaje de $V-0,7$, esto permite entrar al segundo estado del circuito.

- Análisis estado 2 - Q_2 conduce, Q_1 está en corte: así como en el estado 1, se deben establecer condiciones iniciales, donde C_2 está cargado con un voltaje de $V-0.7$, C_1 está cargado negativamente con un voltaje de -0.7 voltios, haciendo que Q_1 se encuentre ahora en corte y Q_2 conduciendo.

De nuevo se muestra el circuito que queda haciendo las condiciones iniciales, para poder observar que es lo que ocurre con el circuito en este estado, tal como en el estado 1.

Figura 11. Estado 2



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

En esta situación C_1 se cargará de $-0,7$ voltios hasta $V-0,7$, proceso que se da rápidamente dado que R_1 es pequeña. En el caso de C_2 se irá descargando hasta llegar a $-0,7$ dado que en ese momento la base de Q_1 comenzará a conducir, haciendo que se retorne al estado 1, volviendo este proceso repetitivo para formar un oscilador.

- Cómo calcular los componentes: para determinar los componentes de este circuito primero se debe considerar que $R_1 < R_2$ y $R_4 < R_3$, para que el circuito funcione correctamente. Luego hay que tomar en cuenta que el tiempo del pulso será determinado por la carga y descarga de los capacitores.

El tiempo que tarda en conmutar del estado 1 al estado 2, está determinado por el tiempo que le toma a C_1 descargarse desde $V-0,7$ hasta $-0,7$ voltios a través de R_2 . Para representar esto matemáticamente se puede hacer por la ecuación de carga de un capacitor, como se muestra en la ecuación 2.3.

$$v(t) = E + (V_0 - E)e^{-t/RC} \quad [\text{Ec. 2.3}]$$

Donde V_0 es $V-0,7$, E es el voltaje en los bornes del capacitor, teniendo un valor de $-V$ voltios y $v(t)$ es la tensión final equivalente a $-0,7$ voltios. Por lo tanto sustituyendo y despejando el tiempo se tiene:

$$t = RCLn\left(\frac{2V-0,7}{V-0,7}\right) \quad [\text{Ec. 2.4}]$$

El tiempo encontrado con la ecuación anterior determina el tiempo del pulso en alto de cada estado, en el análisis se tomará que R_2 y R_3 serán del mismo valor al igual que C_1 y C_2 . Asimismo, se tendrán las resistencias R_1 y R_4 con un valor fijo de $1 \text{ k}\Omega$ para realizar los cálculos de forma más sencilla y tener un oscilador con tiempos iguales.

Dado que son dos tiempos, se multiplica por 2. Esto para obtener el periodo y luego se obtiene la frecuencia conociendo que el periodo es la función inversa de la frecuencia quedando de la siguiente manera:

$$f = \frac{1}{2RCLn\left(\frac{2V-0,7}{V-0,7}\right)} \quad [\text{Ec. 2.5}]$$

En este circuito se debe asumir que los componentes presentan alguna imperfección. Debido que si fueran totalmente iguales el circuito no oscilaría, ya que llegaría a su punto de equilibrio.

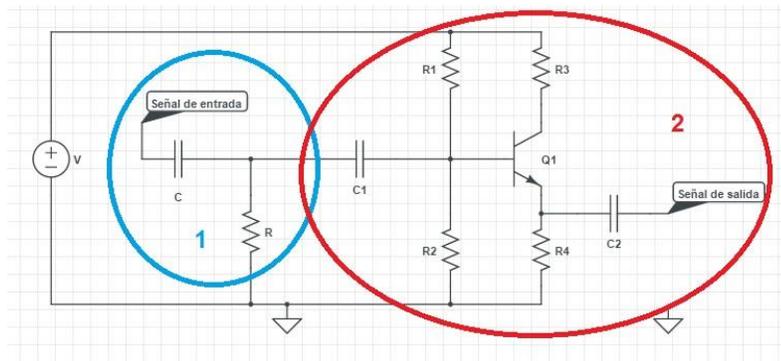
2.1.1.2. Filtro RC pasivo con seguidor de emisor

Es uno de los circuitos más importantes por su utilización en electrónica. Esto debido a la diversidad de aplicaciones que tienen, aunque su función siempre es la misma, filtrar. Estos circuitos limitan los armónicos en frecuencias que no se desean de una señal. Hay diversos tipos de filtros, tales como pasa bajos, pasa altos, pasa bandas y rechaza bandas. En esta sección solo se

analizará pasa bajos y pasa altos, debido a que a través de ellos se pueden construir los otros dos.

Los filtros pasivos atenúan la señal y al momento de realizar varios filtros en paralelo, comienzan a generarse problemas con ellos. Esto debido a la diferencia de impedancia que estos presentan. Por lo tanto, se utiliza un seguidor de emisor como acople de impedancia.

Figura 12. **Filtro pasa altos**



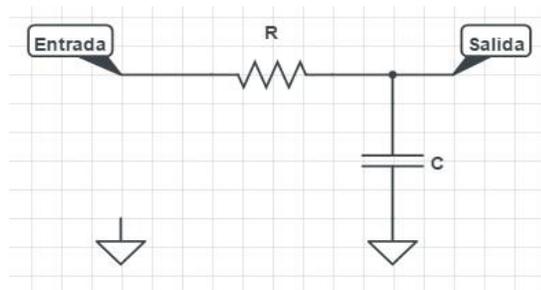
Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

En la figura 12 se tiene un filtro que pasa altos marcado por el círculo azul e indicado por el número 1. A su salida está conectado un circuito de colector común, marcado por el círculo de color rojo indicado por el número 2. Para comenzar con su análisis se toma la parte 1 del circuito, esto se puede realizar por medio de la transformada de Fourier, obteniendo su respuesta en el dominio de la frecuencia.

De igual forma si se cambia el circuito 1 por un filtro pasa bajos se puede realizar el análisis de este por medio de la transformada de Fourier. El circuito de un filtro pasa bajos se muestra en la figura 13. Puede notarse que la única

diferencia es la posición del capacitor y de la resistencia. Esto se debe a que en bajas frecuencias el capacitor se carga y forma un circuito abierto, haciendo que la corriente tenga que tomar otro camino.

Figura 13. **Circuito pasa bajos**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

2.1.1.2.1. **Filtro pasa bajos**

Se comenzará con el análisis del circuito pasa bajos. Primero se fórmula la ecuación de voltajes de la malla que se tiene, matemáticamente se representa de la siguiente forma:

$$\frac{1}{c} \int i(t)dt + Ri(t) = E(t) \quad [\text{Ec. 2.6}]$$

Con la [Ec. 2.6] se puede representar al circuito pasa bajos, tomando que la suma de voltajes tanto en el capacitor como en la resistencia darán el potencial de alimentación del circuito. Para encontrar cómo se comportará el circuito, cuando este se somete a una señal se debe encontrar la función de transferencia, que no es más que el voltaje de salida dividido el voltaje de entrada.

$$\text{Función de transferencia} = h(t) = \frac{\text{Voltaje de salida}}{\text{Voltaje de entrada}} \quad [\text{Ec. 2.7}]$$

Dado que se quiere encontrar la función de transferencia en el dominio de la frecuencia, se utiliza la transformada de Fourier en la ecuación del circuito como se muestra en la [Ec. 2.8].

$$H(\omega) = \frac{I(\omega)/j\omega C}{RI(\omega) + \frac{I(\omega)}{j\omega C}} \quad [\text{Ec. 2.8}]$$

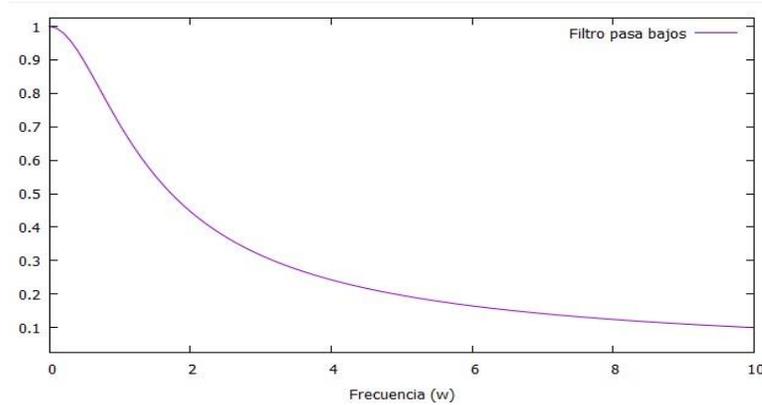
$$H(\omega) = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} \quad [\text{Ec. 2.9}]$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad [\text{Ec. 2.10}]$$

En la [Ec. 2.10] se obtiene el módulo de $H(\omega)$, obtenido por la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de la parte real y la parte imaginaria de $H(\omega)$. Este indica la respuesta en frecuencia del circuito. Si en esa ecuación se tomará $R=C=1$ y se obtiene la gráfica mostrada en la figura 14.

De la gráfica se puede observar cómo la amplitud comienza desde uno y va disminuyendo, mientras más frecuencia tenga la señal, esto indica que el circuito es un pasa bajos. Sin embargo, un filtro ideal se representa por un rectángulo dado que tiene una frecuencia de corte, y no permite que atraviese ninguna frecuencia extra. Para este caso se tomará la representación de Fourier como modelo ideal.

Figura 14. Filtro pasa bajos



Fuente: elaboración propia, empleando QtiPlot.

Para determinar la frecuencia de corte del filtro, se debe realizar una igualación con la amplitud mínima que se considera significativa. Esto se obtiene haciendo que la señal disminuya 3 dB por lo tanto:

$$-3 = 20 \text{ Log}(x) \rightarrow x \cong 1/\sqrt{2} \quad [\text{Ec. 2.11}]$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad [\text{Ec. 2.12}]$$

$$\omega = \frac{1}{RC} = 2\pi f \rightarrow f = \frac{1}{2\pi RC} \quad [\text{Ec. 2.13}]$$

Con la [Ec. 2.13] se obtiene la frecuencia de corte del filtro. Es importante tener presente que este es uno de los parámetros que se medirán de forma experimental en el capítulo 3.

2.1.1.2.2. Filtro pasa altos

Así como se realizó el análisis para el filtro pasa bajo, se realiza para el filtro pasa altos. Tomando en consideración que ahora la salida del circuito se

encuentra en la resistencia y no en el capacitor, como se observa en la figura 15. Por lo tanto la función de transferencia que se obtiene es:

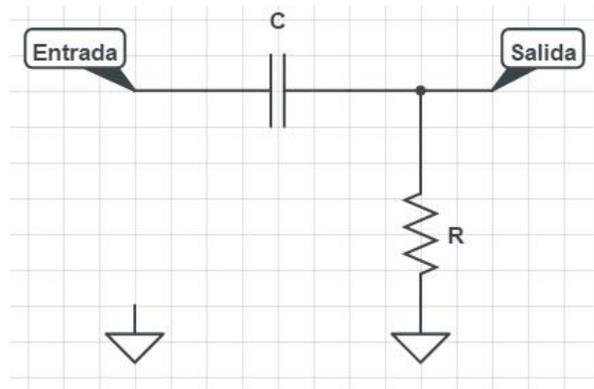
$$h(t) = \frac{Ri(t)}{Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt} \quad [\text{Ec. 2.14}]$$

$$H(\omega) = \frac{RI(\omega)}{RI(\omega) + I(\omega)/i\omega C} \quad [\text{Ec. 2.15}]$$

$$H(\omega) = \frac{R}{R + 1/i\omega C} \quad [\text{Ec. 2.16}]$$

$$|H(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad [\text{Ec. 2.17}]$$

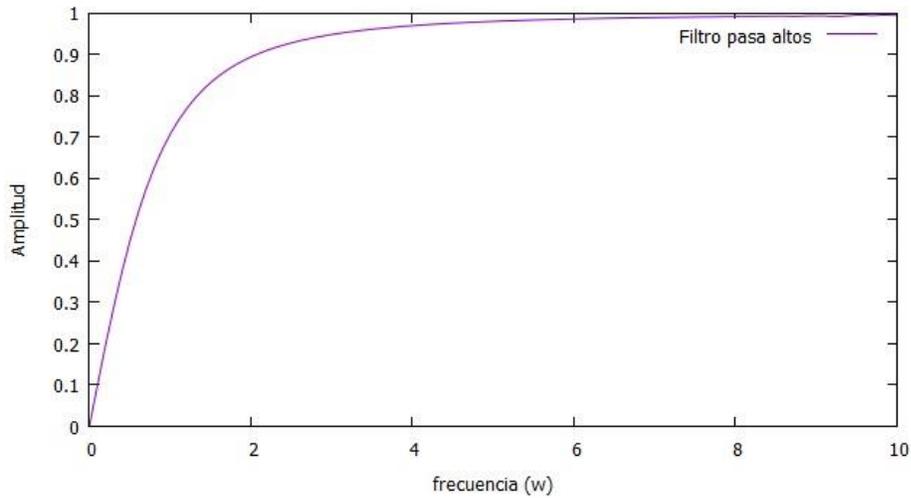
Figura 15. **Circuito pasa altos**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

De igual forma, se puede obtener una gráfica realizando $R=C=1$ para tener una idea aproximada del módulo de la función de transferencia. Como se puede observar en la figura 16, la señal comienza en cero y asciende, demostrando que es un filtro pasa altos.

Figura 16. Filtro pasa altos



Fuente: elaboración propia, empleando GNUPlot.

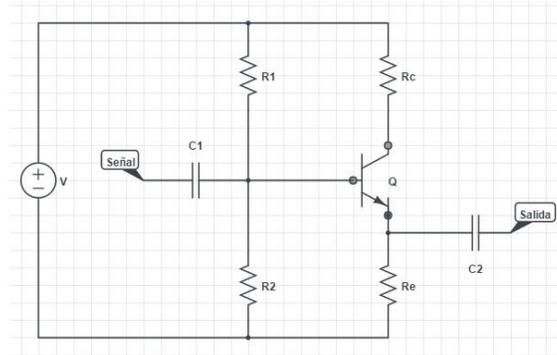
De igual forma, como se hizo con el filtro pasa bajos, se encontrará la frecuencia de corte del filtro pasa altos. Esto observando que es la misma ecuación en ambos casos, ya sea pasa altos o pasa bajos.

$$\frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad [\text{Ec. 2.18}]$$

$$\omega = \frac{1}{RC} = 2\pi f \rightarrow f = \frac{1}{2\pi RC} \quad [\text{Ec. 2.19}]$$

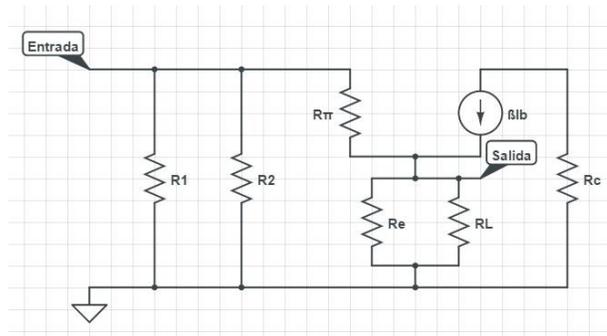
Ahora que ya se tienen los filtros pasivos se puede realizar el análisis del transistor en colector común. Este sirve como acople de impedancia en la salida del filtro, permitiendo colocar distintos filtros en paralelo, sin que se afecten entre sí. El diagrama del colector común se muestra en la figura 17, y en la figura 18 se puede observar su circuito equivalente utilizando el modelo PI del transistor. Este genera una resistencia entre la base y el emisor, y una fuente de corriente entre el colector y el emisor.

Figura 17. **Colector común**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

Figura 18. **Colector común circuito equivalente**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

Del circuito equivalente del transistor se puede determinar su ganancia en voltaje. Esta se define como V_o / V_i , como se observa en la ecuación 2.21. Ahora si se observa detenidamente si el valor de $(R_e || R_L)(\beta + 1)$ es mucho mayor a r_π esta ganancia será aproximadamente 1. Por lo tanto es un seguidor, haciendo que la señal de salida sea igual a la de entrada pero funcionando como un acople de impedancia, haciendo que corrientes de circuitos en paralelo no afecten el filtro.

$$Av = \frac{Vo}{Vi} = \frac{(\beta+1)(R_e||R_L)I_b}{[r_{\pi}+(\beta+1)(R_e||R_L)]I_b} \quad [\text{Ec. 2.20}]$$

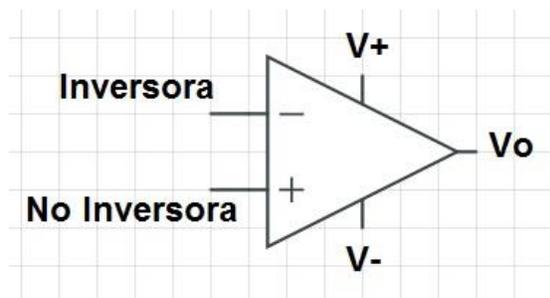
$$Av = \frac{(\beta+1)(R_e||R_L)}{r_{\pi}+(\beta+1)(R_e||R_L)} \quad [\text{Ec. 2.21}]$$

2.1.2. Circuitos principales electrónica 2

En electrónica 2 se estudian amplificadores operaciones. Estos son dispositivos electrónicos que permiten realizar operaciones algorítmicas dependiendo de su configuración. El modelo ideal presenta una infinita impedancia de entrada, una ganancia infinita, ancho de banda infinito, una impedancia de salida nula y no presenta ruido. Dado que su impedancia de entrada es infinita, se dice que las corrientes que entran son cero.

El diagrama de un amplificador operacional se muestra en a figura 19. Uno de los usos más comunes para un amplificador operacional son los filtros activos, por su simplicidad y gran utilidad. Existen muchos tipos de filtros que se pueden realizar con los amplificadores operacionales tales como: Butterworth, Chebychev, Elíptico, entre otros. Sin embargo, para fines de este trabajo, se considera el análisis del filtro Butterworth, ya que es la base de los demás.

Figura 19. **Amplificador operacional**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

2.1.2.1. Filtro Butterworth

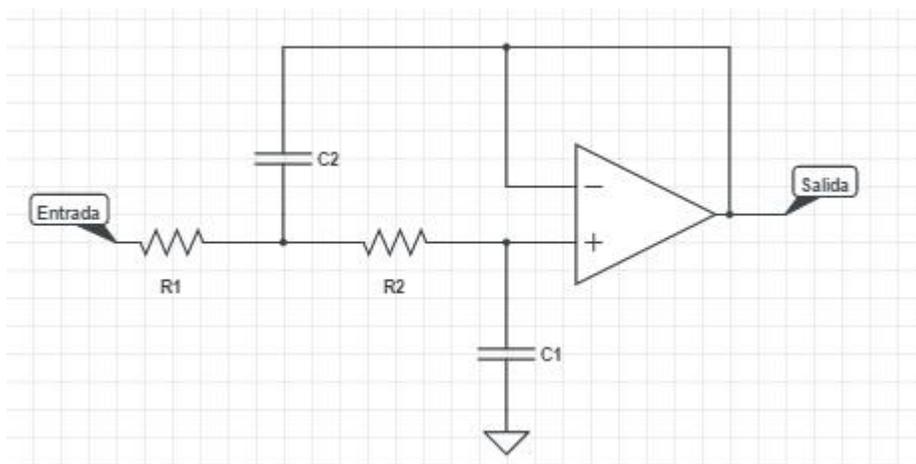
Este es el más básico de los filtros digitales, pero permite tener la respuesta más plana hasta la frecuencia de corte. Cuando se realiza un filtro Butterworth se crean de orden mayor debido a su lentitud de decaer en su respuesta en frecuencia, acelerando así su pendiente.

De igual forma que en los filtros pasivos, primero se analiza el filtro pasa bajos y luego el pasa altos.

2.1.2.1.1. Filtro Butterworth pasa bajos

El filtro Butterworth se realiza con amplificadores operacionales, resistencias y capacitores. El diagrama de un filtro Butterworth pasa bajos se muestra en la figura 20. Este es de segundo orden, los cuales son los que se analizarán en esta sección.

Figura 20. Filtro Butterworth pasa bajos



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

En el diagrama las resistencias tienen un valor de 1Ω , el capacitor 1 (C_1) un valor de $0,707\text{ F}$ y el capacitor 2 (C_2) un valor de $1,414\text{ F}$. Estos son valores normalizados, permitiendo desnormalizar luego de definir las especificaciones del filtro.

La función de transferencia de un filtro pasa bajos Butterworth. En el dominio de Laplace, se puede observar en la tabla V, dependiendo del orden del filtro a realizar.

Tabla V. **Función de transferencia pasa bajos Butterworth**

Núm.	$ H(\omega) $	$H(s)$
1	$\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}}$	$\frac{1}{s+1}$
2	$\frac{1}{\sqrt{1+\omega^4}}$	$\frac{1}{s^2+1,41421s+1}$
3	$\frac{1}{\sqrt{1+\omega^6}}$	$\frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$
4	$\frac{1}{\sqrt{1+\omega^8}}$	$\frac{1}{s^4+2,61313s^3+3,41421s^2+2,61313s+1}$
5	$\frac{1}{\sqrt{1+\omega^{10}}}$	$\frac{1}{s^5+3,23607s^4+5,23607s^3+5,23607s^2+3,23607s+1}$

Fuente: elaboración propia.

Para determinar los valores que se deben utilizar para este filtro, se definen capacitancias fijas y se tienen las siguientes fórmulas para calcular los valores de las resistencias.

$$R = \frac{0.707}{2\pi f_c C_1} \quad [\text{Ec. 2.22}]$$

$$R = \frac{1.414}{2\pi f_c C_2} \quad [\text{Ec. 2.23}]$$

Donde f_c es la frecuencia de corte para el filtro. El valor del capacitor C_1 es 150 pF y el de C_2 es 300 pF , por decisión propia, aunque se puede emplear

otros valores. Sustituyendo el valor de los capacitores se tiene las siguientes ecuaciones:

$$R = \frac{0,707}{(300 \times 10^{-12}) \pi f_c} \quad [\text{Ec. 2.24}]$$

$$R = \frac{1.414}{(600 \times 10^{-12}) \pi f_c} \quad [\text{Ec. 2.25}]$$

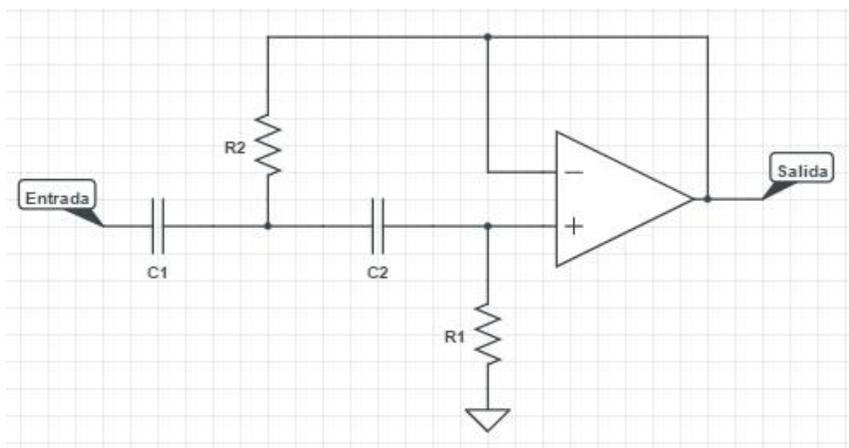
Y despejando la frecuencia de corte (f_c) de las ecuaciones anteriores se tiene la ecuación 2.26, donde R esta dado en ohm (Ω) y f_c esta dado en Hertz (Hz).

$$f_c = \frac{0,707}{(300 \times 10^{-12}) \pi R} \quad [\text{Ec.2.26}]$$

2.1.2.1.2. Filtro Butterworth pasa altos

El diagrama de un filtro Butterworth pasa altos de segundo orden. Este es parecido con el circuito pasa bajos, intercambiando las resistencias con los capacitores, tal como se muestra en la figura 21.

Figura 21. Filtro Butterworth pasa altos



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

Para obtener la función de transferencia de un filtro, pasa altos Butterworth, se puede tomar como referencia las funciones de transferencia del filtro pasa bajos y hacer un intercambio de s por 1/s, tal como se muestra en la tabla VI.

Tabla VI. **Función de transferencia pasa altos Butterworth**

Núm.	H(s)
1	$\frac{s}{s+1}$
2	$\frac{s^2}{s^2 + 1,41421s + 1}$
3	$\frac{s^3}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$
4	$\frac{s^4 + 2,61313s^3 + 3,41421s^2 + 2,61313s + 1}{s^4 + 2,61313s^3 + 3,41421s^2 + 2,61313s + 1}$
5	$\frac{s^5}{s^5 + 3,23607s^4 + 5,23607s^3 + 5,23607s^2 + 3,23607s + 1}$

Fuente: elaboración propia.

De igual manera como en el circuito pasa bajos, para definir qué valores utilizar se tiene la siguiente ecuación:

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{2\pi f_c R} \quad [\text{Ec. 2.27}]$$

Tomando C=1nF se obtiene la ecuación que permite encontrar cuál es la frecuencia de corte en términos de la resistencia del filtro Butterworth pasa altos.

$$f_c = \frac{1}{(2 \times 10^{-9})\pi R} \quad [\text{Ec. 2.28}]$$

3. COMPORTAMIENTO DE LOS CIRCUITOS REALES ESTUDIADOS EN ELECTRÓNICA 1

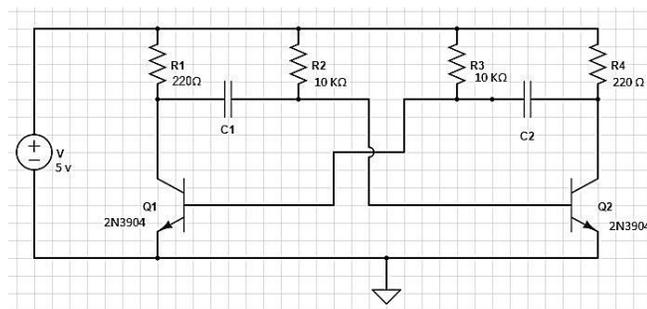
3.1. Oscilador astable con transistores

Este circuito es una típica y sencilla configuración de astable con transistores. Se emplean unos valores de los componentes para que la frecuencia de esta circuito sea baja y poder visualizar los estados en dos leds.

3.1.1. Diseño de prueba utilizado

Luego de conocer su análisis teórico se realiza el circuito de forma física armándolo en *protoboard*. El diseño se muestra en la figura 22, este diagrama muestra el valor ideal de los componentes fijos empleados durante la realización del experimento. Se toman 13 datos con distintos capacitores de valores que se encuentran disponibles comercialmente. De los 13 capacitores empleados durante la prueba se utilizaron cinco cerámicos y ocho electrolíticos.

Figura 22. **Circuito ideal, oscilador astable con transistores**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

Después de hacer las mediciones se realiza un método de regresión lineal, empleando el programa GNUplot. Esto para generar un modelo matemático que represente al circuito. Además, empleando diez datos obtenidos del experimento, se utiliza el algoritmo de interpolación de Lagrange para generar un polinomio de grado nueve.

- Propósito de la prueba: es comparar los resultados en relación a los datos obtenidos del análisis ideal y así obtener un modelo matemático que represente al circuito.

Tabla VII. **Diseño de prueba, oscilador astable**

Grupo	Estímulo	Medición
G1	X1	O1
G2	-	O2
Explicación		
G1: Circuito construido en <i>protoboard</i>		
G2: Circuito analizado de forma real		
X1: Componentes reales del circuito (Capacitancias)		
O1: Frecuencia de oscilación del circuito real		
O2: Frecuencia de oscilación del modelo ideal		

Fuente: elaboración propia.

Tabla VIII. **Condiciones iniciales del oscilador estable con transistores**

Condiciones a tomar en cuenta		
Transistor utilizado: 2N3904		
Capacitores cerámicos utilizados: 5		
Capacitores electrolíticos utilizados: 8		
	Valor ideal	Valor real
R1	220 Ω	215,10 Ω
R2	10 k Ω	9,87 k Ω
R3	10 Ω	9,75 k Ω
R4	220 Ω	215,50 Ω
V	5 v	5,31 v

Fuente: elaboración propia.

En la tabla VII se muestra el diseño que se emplea para el análisis de este circuito y las condiciones que se deben considerar para la construcción del circuito se encuentran en la tabla VIII. Mientras que los valores de las frecuencias obtenidas al hacer variar los capacitores se muestran en la tabla IX. En dicha tabla se tiene la frecuencia ideal, esta se calcula empleando la ecuación 2.5.

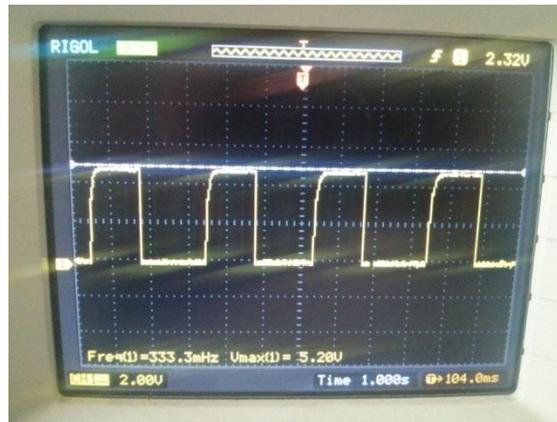
Tabla IX. **Datos ideales y reales oscilador astable con transistores**

Tipo	Ideal	Real		Frecuencia (Hz)	
	$C_1=C_2$ (F)	C_1 (F)	C_2 (F)	Ideal	Real
Cerámico	$2,2 \times 10^{-9}$	$2,43 \times 10^{-9}$	$2,54 \times 10^{-9}$	$294,62 \times 10^3$	$91,74 \times 10^3$
Cerámico	$4,7 \times 10^{-9}$	$4,94 \times 10^{-9}$	$4,86 \times 10^{-9}$	$137,91 \times 10^3$	$66,67 \times 10^3$
Cerámico	10×10^{-9}	$8,80 \times 10^{-9}$	$10,07 \times 10^{-9}$	$64,82 \times 10^3$	$6,87 \times 10^3$
Cerámico	100×10^{-9}	$100,06 \times 10^{-9}$	$99,90 \times 10^{-9}$	$6,48 \times 10^3$	684,50
Cerámico	1×10^{-6}	$945,00 \times 10^{-9}$	$984,20 \times 10^{-9}$	648,17	65,79
Electro	10×10^{-6}	$9,69 \times 10^{-6}$	$10,59 \times 10^{-6}$	64,82	7,35
Electro	22×10^{-6}	$24,93 \times 10^{-6}$	$24,86 \times 10^{-6}$	29,46	3,24
Electro	33×10^{-6}	$39,70 \times 10^{-6}$	$40,67 \times 10^{-6}$	19,64	1,87
Electro	47×10^{-6}	$57,50 \times 10^{-6}$	$57,80 \times 10^{-6}$	13,79	1,31
Electro	68×10^{-6}	$73,60 \times 10^{-6}$	$74,50 \times 10^{-6}$	9,53	1,07
Electro	100×10^{-6}	$108,90 \times 10^{-6}$	$112,60 \times 10^{-6}$	6,48	$724,4 \times 10^{-3}$
Electro	220×10^{-6}	$219,30 \times 10^{-6}$	$252,80 \times 10^{-6}$	2,95	$333,30 \times 10^{-3}$
Electro	470×10^{-6}	$432,60 \times 10^{-6}$	$456,80 \times 10^{-6}$	1,38	$109,91 \times 10^{-3}$

Fuente: elaboración propia.

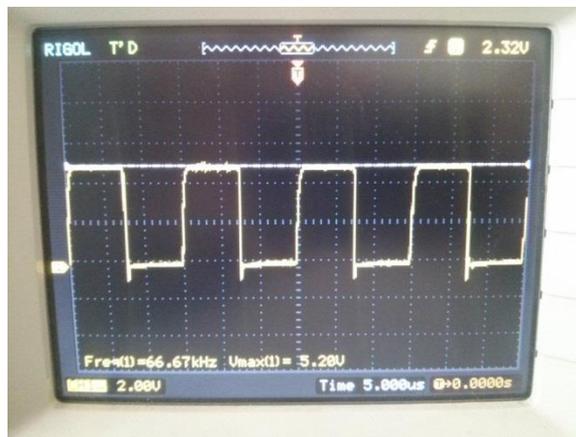
En las figuras 23 y 24 se muestran dos señales obtenidas, mediante la realización de la elaboración del experimento.

Figura 23. **Oscilador estable 1**



Fuente: Laboratorio de Electrónica, edificio T1, USAC.

Figura 24. **Oscilador estable 2**



Fuente: Laboratorio de Electrónica, edificio T1, USAC.

Teniendo los datos experimentales se realiza una regresión lineal empleando el programa GNUplot. Esto para obtener un modelo matemático que represente los datos y permita encontrar el valor de la capacitancia para una frecuencia deseada y viceversa.

Con el programa GNUPlot se puede encontrar un modelo matemático para una tabla de valores. Simplemente se establece el modelo que se desea utilizar y el programa encuentra mediante algoritmos matemáticos el valor de las constantes de dicho modelo.

Para el circuito oscilador estable con transistores se utilizó el modelo a/X donde x está definido por el valor promedio de las capacitancias utilizadas en el circuito. Este trata de utilizar dos capacitores con valores cercanos de capacitancia para obtener que el tiempo en alto sea igual al tiempo en bajo.

En la figura 25 se puede observar cómo se obtuvo la constante “a” empleando una serie de comandos en GNUPlot obteniendo que “a” debe ser 238500 ± 16280 y presenta un error del 6,83 % con respecto a los valores obtenidos de forma experimental.

Figura 25. Regresión estable con transistores

```

gnuplot> f(x) = a/x
gnuplot> plot f(x)
undefined variable: a

gnuplot> set datafile separator ","
gnuplot> fit f(x) 'C:\Users\Haroldo\Desktop\data.csv' using 1:2 via a
iter   chisq      delta/lim  lambda   a
  0  1.2908683823e+10  0.00e+00  1.29e-01  1.000000e+00
  1  7.4597955181e+08  -1.63e+06  1.29e-02  2.214641e+05
  2  6.8360674625e+08  -9.12e+03  1.29e-03  2.384866e+05
  3  6.8360670939e+08  -5.39e-03  1.29e-04  2.384997e+05
iter   chisq      delta/lim  lambda   a
After 3 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 6.83607e+008
rel. change during last iteration : -5.39057e-008

degrees of freedom    (FIT_NDF)                : 12
rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)           : 7547.66
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf         : 5.69672e+007

Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
=====
a                                = 238500                +/- 1.628e+004  (6.826%)
gnuplot>

```

Fuente: elaboración propia, empleando GNUplot.

En la [Ec. 3.1] se tiene la fórmula obtenida para el oscilador estable con transistores, considerando que el valor de C es el promedio de ambos capacitores.

$$f_c = \frac{23\ 8500}{c} \quad [\text{Ec. 3.1}]$$

Utilizando el algoritmo de interpolación de lagrange se obtiene un polinomio de grado 9 de la forma $Ax^9+Bx^8+Cx^7+Dx^6+Ex^5+Fx^4+Gx^3+Hx^2+Ix+J$ utilizando los datos de la tabla X. Los términos del polinomio se muestran en la tabla XI, y el polinomio es la suma de todos los términos como se muestra en la [Ec. 3.2], siendo la variable, el valor de la capacitancia C (promedio de C_1 y C_2) en nF.

Tabla X. **Capacitancia promedio – frecuencia**

Promedio C (nF)	Frecuencia (Hz)
2,49	91 740,00
4,90	66 670,00
9,44	6 870,00
99,98	684,70
964,60	65,79
10 140,00	7,35
24 895,00	3,24
40 185,00	1,87
57 650,00	1,31
74 050,00	1,07

Fuente: elaboración propia.

Tabla XI. **Términos del polinomio de Lagrange Astable**

Núm.	Constante	Termino
1	A=1,38x10 ⁻²⁵	1,38x10 ⁻²⁵ C ⁹
2	B=-2,88x10 ⁻²⁰	-2,88x10 ⁻²⁰ C ⁸
3	C=2,22x10 ⁻¹⁵	2,22x10 ⁻¹⁵ C ⁷
4	D=-7,84x10 ⁻¹¹	-7,84x10 ⁻¹¹ C ⁶
5	E=1,25x10 ⁻⁶	1,25x10 ⁻⁶ C ⁵
6	F=7,23x10 ⁻³	-7,23x10 ⁻³ C ⁴
7	G=6,41	6,41 C ³
8	H=-505,00	-505,00 C ²
9	I=-6944,00	-6944,00 C
10	J=1,12x10 ⁰	1,12x10 ⁰

Fuente: elaboración propia.

$$f_c = 1,38x10^{-25}C^9 - 2,88x10^{-20}C^8 + 2,22x10^{-15}C^7 - 7,84x10^{-11}C^6 + 1,25x10^{-6}C^5 - 7,23x10^{-3}C^4 + 6,41C^3 - 505,00C^2 - 6\,944,00C + 1,12x10^0$$

[Ec. 3.2)

Tabla XII. **Resumen oscilador astable con transistores**

Condiciones iniciales		
Transistor utilizado: 2N3904		
	Valor ideal	Valor real
R1	220 Ω	215,10 Ω
R2	10 kΩ	9,87 kΩ
R3	10 Ω	9,75 kΩ
R4	220 Ω	215,50 Ω
V	5 v	5,31 v
Modelo real, GNUplot		
$f_c = \frac{238500}{c}$		
Modelo real, Polinomio de Lagrange		
$f_c = 1,38x10^{-25}C^9 - 2,88x10^{-20}C^8 + 2,22x10^{-15}C^7 - 7,84x10^{-11}C^6 + 1,25x10^{-6}C^5 - 7,23x10^{-3}C^4 + 6,41C^3 - 505,00C^2 - 6\,944,00C + 1,12x10^0$		

Fuente: elaboración propia.

3.2. Filtro RC pasa bajos pasivo con seguidor de emisor

A continuación se describe el filtro RC bajo pasivo con seguidor de emisor.

3.2.1. Diseño de prueba utilizado

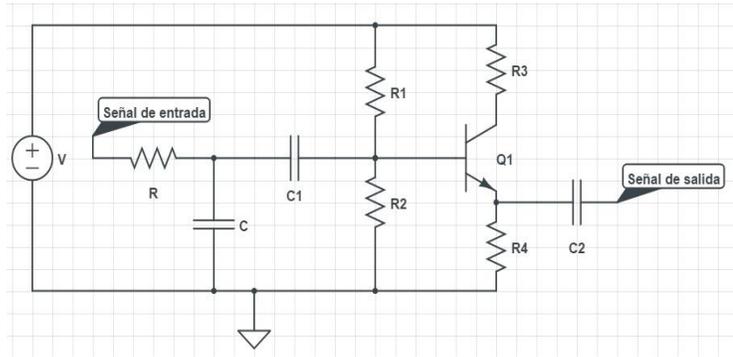
De igual forma, como se realizó con el oscilador astable, se realiza el análisis del filtro RC pasivo con un seguidor de emisor. En un análisis teórico ideal del filtro RC pasivo no presenta ningún problema con las corrientes en su salida, sin embargo cuando se realizan varios filtros en paralelo la corriente comienza a tomar la ruta con menor resistencia generando complicaciones con los filtros. Por lo tanto, se coloca un circuito de seguidor de emisor generando un acople de impedancia, el cual hace que disminuya este problema.

El diagrama del circuito se muestra en la figura 26. Este circuito se armó en *protoboard*, utilizando un transistor BJT 2N3904, capacitores y resistencias. En el experimento se utilizaron distintos valores de resistencias para obtener cual es la frecuencia de corte del filtro pasa bajos. Se tomaron 10 datos que sirvieron para generar un modelo matemático que represente al circuito de forma más exacta.

Se obtuvieron dos modelos matemáticos. El primero fue empleando el programa GNUplot y el segundo por medio del algoritmo del polinomio de Lagrange.

- Propósito de la prueba: es comparar los resultados en relación a los datos obtenidos del análisis ideal y así obtener un modelo matemático que represente al circuito.

Figura 26. **Pasa bajos con seguidor de emisor**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

En la tabla XIII se muestra el diseño utilizado para el filtro RC pasa bajos con seguidor de emisor. Además la tabla XIV contiene las condiciones iniciales, que son fundamentales para el análisis del circuito.

Tabla XIII. **Diseño de prueba, filtro RC pasa bajos**

Grupo	Estímulo	Medición
G1	X1	O1
G2	-	O2
Explicación		
G1: Circuito construido en protoboard		
G2: Circuito analizado de forma real		
X1: Componentes reales del circuito (Resistencias)		
O1: Frecuencia de corte del circuito real		
O2: Frecuencia de corte del modelo ideal		

Fuente: elaboración propia.

Tabla XIV. **Condiciones iniciales, filtro RC pasa bajos**

Condiciones a tomar en cuenta		
Transistor utilizado: 2N3904		
Resistencias utilizadas: 10		
	Valor ideal	Valor real
R1	100 kΩ	97,51 kΩ
R2	100 kΩ	99,10 kΩ
R3	10 kΩ	9,84 kΩ
R4	4,7 kΩ	4,59 kΩ
C	1 nF	2,20 nF
C1	220 μF	225,41 μF
C2	220 μF	208,75 μF
V	5 v	5,31 v

Fuente: elaboración propia.

Los datos experimentales obtenidos se muestran en la tabla XV, donde se tienen los valores ideales y reales de las resistencias empleadas y de las frecuencias obtenidas.

Tabla XV. **Resistencia contra Frecuencia, filtro RC pasa bajos**

Resistencia (Ω)		Frecuencia (Hz)	
Ideal	Real	Ideal	Real
220	212,62	$723,43 \times 10^3$	$321,85 \times 10^3$
330	323,38	$482,29 \times 10^3$	$250,75 \times 10^3$
470	457,49	$338,63 \times 10^3$	$225,21 \times 10^3$
680	672,11	$234,05 \times 10^3$	$173,34 \times 10^3$
1×10^3	983,87	$159,15 \times 10^3$	$108,97 \times 10^3$
2.2×10^3	$2,13 \times 10^3$	$72,64 \times 10^3$	$67,12 \times 10^3$
3.3×10^3	$3,29 \times 10^3$	$48,23 \times 10^3$	$39,23 \times 10^3$
4.7×10^3	$4,53 \times 10^3$	$33,86 \times 10^3$	$26,30 \times 10^3$
10×10^3	$9,84 \times 10^3$	$15,92 \times 10^3$	$15,11 \times 10^3$
22×10^3	$21,65 \times 10^3$	$7,23 \times 10^3$	$12,17 \times 10^3$

Fuente: elaboración propia.

De igual forma que con el circuito estable con transistores, se emplea GNUplot, para obtener un modelo matemático que represente a los datos obtenidos del circuito real. El modelo empleado para la regresión fue m/x . Se obtuvo que la constante m tiene un valor de $7,99 \times 10^7 \pm 5,40 \times 10^6$ y teniendo un error de 6,76 %. La [Ec. 3.3] representa la frecuencia de corte del circuito en función de la resistencia.

Figura 27. GNUplot filtro pasa bajos RC con seguidor de emisor

```
Terminal type set to 'wxt'
gnuplot> plot 'hola.csv'
gnuplot> f(x)=m/x
gnuplot> fit f(x) 'hola.csv' using 1:2 via m
iter   chisq      delta/lim  lambda    m
  0  2.6621593750e+11  0.00e+00  2.00e-03  1.0000000e+00
  1  1.2624811131e+10 -2.01e+06  2.00e-04  7.261130e+07
  2  1.0511553854e+10 -2.01e+04  2.00e-05  7.986518e+07
  3  1.0511551745e+10 -2.01e-02  2.00e-06  7.987243e+07
iter   chisq      delta/lim  lambda    m
After 3 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 1.05116e+010
rel. change during last iteration : -2.0064e-007

degrees of freedom (FIT_NDF)           : 9
rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 34175.3
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 1.16795e+009

Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
=====
m = 7.98724e+007                +/- 5.398e+006 (6.758%)
gnuplot>
```

Fuente: elaboración propia, empleando GNUplot.

$$f_c = \frac{7\,987\,2000}{R} \quad [\text{Ec. 3.3}]$$

Para determinar el polinomio de Lagrange se utilizaron 10 datos, los cuales se muestran en la tabla XVI. Se obtuvo el polinomio de grado 9 con los términos de la tabla XVII, siendo en el polinomio la suma de todos los términos como se muestra en la [Ec. 3.4], siendo R el valor de la resistencia del filtro expresada en Ω , y f_c la frecuencia de corte del filtro dada en Hz.

Tabla XVI. **Resistencia contra Frecuencia de corte**

Resistencia (Ω)	Frecuencia (Hz)
212,62	$321,85 \times 10^3$
323,38	$250,75 \times 10^3$
457,49	$225,21 \times 10^3$
672,11	$173,34 \times 10^3$
983,87	$108,97 \times 10^3$
$2,13 \times 10^3$	$67,12 \times 10^3$
$3,29 \times 10^3$	$39,23 \times 10^3$
$4,53 \times 10^3$	$26,30 \times 10^3$
$9,84 \times 10^3$	$15,11 \times 10^3$
$21,65 \times 10^3$	$12,17 \times 10^3$

Fuente: elaboración propia.

Tabla XVII. **Términos polinomio de Lagrange pasa bajos con acople**

Núm	Constante	Término
1	$A=-1,21 \times 10^{-24}$	$-1,21 \times 10^{-24} R^9$
2	$B=5,31 \times 10^{-20}$	$5,31 \times 10^{-20} R^8$
3	$C=-7,99 \times 10^{-16}$	$-7,99 \times 10^{-16} R^7$
4	$D=5,54 \times 10^{-12}$	$5,54 \times 10^{-12} R^6$
5	$E=-1,99 \times 10^{-8}$	$-1,99 \times 10^{-8} R^5$
6	$F=3,88 \times 10^{-5}$	$3,88 \times 10^{-5} R^4$
7	$G=-4,11 \times 10^{-2}$	$-4,11 \times 10^{-2} R^3$
8	$H=23,20$	$23,20 R^2$
9	$I=-6\ 722,00$	$-6\ 722,00 R$
10	$J=1,02 \times 10^6$	$1,02 \times 10^6$

Fuente: elaboración propia.

$$f_c = -1,21 \times 10^{-24} R^9 + 5,31 \times 10^{-20} R^8 - 7,99 \times 10^{-16} R^7 + 5,54 \times 10^{-12} R^6 - 1,99 \times 10^{-8} R^5 + 3,88 \times 10^{-5} R^4 - 4,11 \times 10^{-2} R^3 + 23,20 R^2 - 6\ 722,00 R + 1,02 \times 10^6 \quad [\text{Ec. 3.4}]$$

Tabla XVIII. **Resumen filtro RC pasa bajos con seguidor de emisor**

Condiciones iniciales		
Transistor utilizado: 2N3904		
	Valor ideal	Valor real
R1	100 kΩ	97,51 kΩ
R2	100 kΩ	99,10 kΩ
R3	10 kΩ	9,84 kΩ
R4	4,7 kΩ	4,59 kΩ
C	1 nF	2,20 nF
C1	220 μF	225,41 μF
C2	220 μF	208,75 μF
V	5 v	5,31 v
Modelo real, GNUplot		
$f_c = \frac{79\ 872\ 000}{R}$		
Modelo real, Polinomio de Lagrange		
$f_c =$ $-1,21x10^{-24}R^9 + 5,31x10^{-20}R^8 - 7,99x10^{-16}R^7 + 5,54x10^{-12}R^6 -$ $1,99x10^{-8}R^5 + 3,88x10^{-5}R^4 - 4,11x10^{-2}R^3 + 23,20 R^2 - 6\ 722,00R +$ $1,02x10^6$		

Fuente: elaboración propia.

3.3. Filtro RC pasa altos pasivo con seguidor de emisor

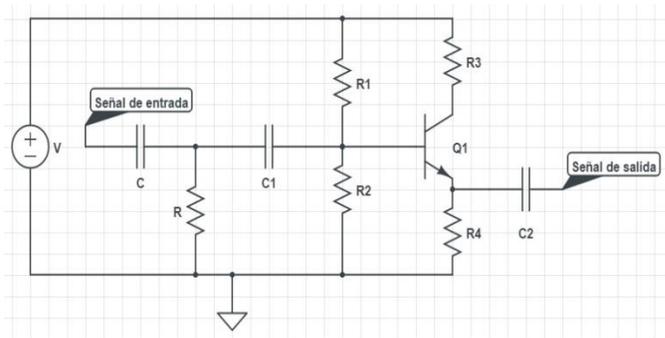
A continuación se explicará filtro RC pasa altos pasivo con seguidor de emisor.

3.3.1. Diseño de prueba utilizado

Como el filtro pasa bajos, este circuito se armó en *protoboard*, tomando 10 mediciones con distintos valores de resistencias. Esto para obtener la frecuencia de corte a la que responde el circuito. Se emplearon los mismos componentes que para el circuito anterior, únicamente modificando la posición de la resistencia R y de la capacitancia C, el diagrama se muestra en la figura 28.

Con los datos obtenidos se utilizó el programa GNUplot. Esto para generar el modelo matemático que representa al circuito, también se genera el polinomio de Lagrange, empleando el algoritmo de interpolación de Lagrange.

Figura 28. **Filtro pasa altos con seguidor de emisor**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

- Propósito de la prueba: es comparar los resultados en relación a los datos obtenidos del análisis ideal y así obtener un modelo matemático que represente al circuito.

Tabla XIX. **Diseño de prueba, filtro RC pasa altos**

Grupo	Estímulo	Medición
G1	X1	O1
G2	-	O2
Explicación		
G1: Circuito construido en protoboard		
G2: Circuito analizado de forma real		
X1: Componentes reales del circuito (Resistencias)		
O1: Frecuencia de corte del circuito real		
O2: Frecuencia de corte del modelo ideal		

Fuente: elaboración propia.

Tabla XX. **Condiciones iniciales, filtro RC pasa altos**

Condiciones a tomar en cuenta		
Transistor utilizado: 2N3904		
Resistencias utilizadas: 10		
	Valor ideal	Valor real
R1	100 kΩ	97,51 kΩ
R2	100 kΩ	99,10 kΩ
R3	10 kΩ	9,84 kΩ
R4	4,7 kΩ	4,59 kΩ
C	1 nF	2,20 nF
C1	220 μF	225,41 μF
C2	220 μF	208,75 μF
V	5 v	5,31 v

Fuente: elaboración propia

En la tabla XIX se tiene el diseño de prueba del filtro RC pasivo pasa altos y en la tabla XX se muestran las condiciones iniciales de dicho circuito.

Tabla XXI. **Resistencia contra frecuencia, filtro RC pasa altos**

Resistencia (Ω)		Frecuencia (Hz)	
Ideal	Real	Ideal	Real
220	212,62	$723,43 \times 10^3$	$305,55 \times 10^3$
330	323,38	$482,29 \times 10^3$	$250,42 \times 10^3$
470	457,49	$338,63 \times 10^3$	$201,16 \times 10^3$
680	672,11	$234,05 \times 10^3$	$148,05 \times 10^3$
1×10^3	983,87	$159,15 \times 10^3$	$110,17 \times 10^3$
$2,2 \times 10^3$	$2,13 \times 10^3$	$72,64 \times 10^3$	$45,83 \times 10^3$
$3,3 \times 10^3$	$3,29 \times 10^3$	$48,23 \times 10^3$	$29,41 \times 10^3$
$4,7 \times 10^3$	$4,53 \times 10^3$	$33,86 \times 10^3$	$21,77 \times 10^3$
10×10^3	$9,84 \times 10^3$	$15,92 \times 10^3$	$12,02 \times 10^3$
22×10^3	$21,65 \times 10^3$	$7,23 \times 10^3$	$9,97 \times 10^3$

Fuente: elaboración propia.

La tabla XXI muestra los datos obtenidos del experimento junto con los valores calculados con el modelo ideal. Con estos datos se emplea GNUplot, para obtener el modelo matemático lineal. Se utilizó el modelo m/x , en donde m es constante y x es la resistencia del filtro medida en ohm (Ω). En la figura 29

se muestra que el valor m es $7,54 \times 10^7 \pm 4,30 \times 10^6$, y presenta un error de 5,71 %. El modelo que representa a los puntos experimentales se muestra en la ecuación 3.5.

Figura 29. **GNUplot filtro altos bajos RC con seguidor de emisor**

```

gnuplot> plot 'hola.csv'
gnuplot> f(x)=m/x
gnuplot> fit 'hola.csv' using 1:2 via m
          undefined variable: using

gnuplot> fit f(x) 'hola.csv' using 1:2 via m
iter      chisq      delta/lim  lambda    m
  0  2.3427570106e+11  0.00e+00  2.00e-03  1.000000e+00
  1  8.5572573743e+09 -2.64e+06  2.00e-04  6.850475e+07
  2  6.6762722208e+09 -2.82e+04  2.00e-05  7.534839e+07
  3  6.6762703436e+09 -2.81e-02  2.00e-06  7.535523e+07
iter      chisq      delta/lim  lambda    m

After 3 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 6.67627e+009
rel. change during last iteration : -2.8118e-007

degrees of freedom    (FIT_NDF)          : 9
rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)    : 27236.1
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf   : 7.41808e+008

Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
=====
m                                = 7.53552e+007          +/- 4.302e+006    (5.709%)
gnuplot>

```

Fuente: elaboración propia, empleando GNUplot.

$$f_c = \frac{75\,355\,200}{R} \quad [\text{Ec. 3.5}]$$

Ahora, el polinomio de Lagrange de grado 9 se obtiene con los datos mostrados en la tabla XXII, donde R esta dado en Ohms y la frecuencia de corte en Hz. Los términos del polinomio encontrados se muestran en la tabla XXIII, siendo el polinomio la suma de todos los términos como se muestra en la [Ec. 3.6].

Tabla XXII. **Resistencia contra frecuencia filtro pasa altos con acople**

Resistencia (Ω)	Frecuencia (Hz)
212,62	$305,55 \times 10^3$
323,38	$250,42 \times 10^3$
457,49	$201,16 \times 10^3$
672,11	$148,05 \times 10^3$
983,87	$110,17 \times 10^3$
$2,13 \times 10^3$	$45,83 \times 10^3$
$3,29 \times 10^3$	$29,41 \times 10^3$
$4,53 \times 10^3$	$21,77 \times 10^3$
$9,84 \times 10^3$	$12,02 \times 10^3$
$21,65 \times 10^3$	$9,97 \times 10^3$

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXIII. **Términos polinomio de Lagrange pasa altos con acople**

Núm.	Constante	Término
1	$A=-6,66 \times 10^{-26}$	$-6,66 \times 10^{-26} R^9$
2	$B=2,90 \times 10^{-21}$	$2,90 \times 10^{-21} R^8$
3	$C=-4,31 \times 10^{-17}$	$-4,31 \times 10^{-17} R^7$
4	$D=2,93 \times 10^{-13}$	$2,93 \times 10^{-13} R^6$
5	$E=-1,03 \times 10^{-9}$	$-1,03 \times 10^{-9} R^5$
6	$F=2,01 \times 10^{-6}$	$2,01 \times 10^{-6} R^4$
7	$G=-2,33 \times 10^{-3}$	$-2,33 \times 10^{-3} R^3$
8	$H=1,83$	$1,83 R^2$
9	$I=-1\ 111,00$	$-1\ 111,00 R$
10	$J=4,77 \times 10^5$	$4,77 \times 10^5$

Fuente: elaboración propia.

$$f_c = -6,66 \times 10^{-26} R^9 + 2,90 \times 10^{-21} R^8 - 4,31 \times 10^{-17} R^7 + 2,93 \times 10^{-13} R^6 - 1,03 \times 10^{-9} R^5 + 2,01 \times 10^{-6} R^4 - 2,33 \times 10^{-3} R^3 + 1,83 R^2 - 1111,00 R + 4,77 \times 10^5 \quad [\text{Ec. 3.6}]$$

Tabla XXIV. **Resumen filtro RC pasa altos con seguidor de emisor**

Condiciones iniciales		
Transistor utilizado: 2N3904		
	Valor ideal	Valor real
R1	100 kΩ	97,51 kΩ
R2	100 kΩ	99,10 kΩ
R3	10 kΩ	9,84 kΩ
R4	4,7 kΩ	4,59 kΩ
C	1 nF	2,20 nF
C1	220 μF	225,41 μF
C2	220 μF	208,75 μF
V	5 v	5,31 v
Modelo real, GNUplot		
$f_c = \frac{75355200}{R}$		
Modelo real, Polinomio de Lagrange		
$f_c = -6,66x10^{-26}R^9 + 2,90x10^{-21}R^8 - 4,31x10^{-17}R^7 + 2,93x10^{-13}R^6 - 1,03x10^{-9}R^5 + 2,01x10^{-6}R^4 - 2,33x10^{-3}R^3 + 1,83R^2 - 1\ 111,00R + 4,77x10^5$		

Fuente: elaboración propia.

4. COMPORTAMIENTO DE LOS CIRCUITOS REALES ESTUDIADOS EN ELECTRÓNICA 2

4.1. Filtro pasa bajos Butterworth

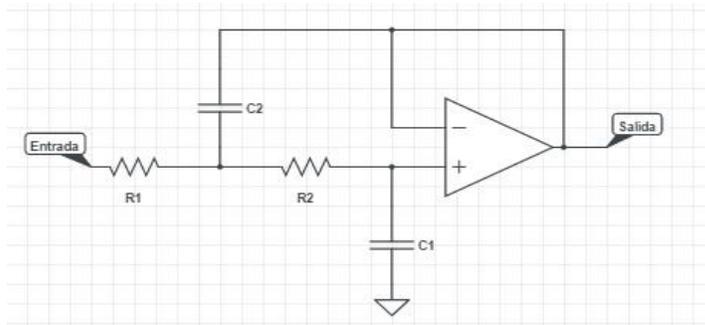
A continuación se explicará el filtro pasa bajos Butterworth.

4.1.1. Diseño de prueba utilizado

El circuito pasa bajos Butterworth se construyó en *protoboard*, empleando un generador de onda se introdujo al circuito una señal variando su frecuencia. La señal producida por el generador de onda fue una onda senoidal de 10 voltios pico-pico. El diagrama del circuito se muestra en la figura 30.

Para determinar la frecuencia de corte, los valores de R_1 y R_2 se fueron variando, pero idealmente estos dos componentes tienen que tener el mismo valor. Se utilizaron 10 valores distintos de resistencias, los cuales se pueden conseguir comercialmente. Con los datos obtenidos se trabaja con GNUplot, para obtener el modelo matemático que representará al circuito y empleando el algoritmo de interpolación de Lagrange se obtiene el polinomio de grado nueve.

Figura 30. **Filtro Butterworth pasa bajos**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

- Propósito de la prueba: es comparar los resultados en relación a los datos obtenidos del análisis ideal y así obtener un modelo matemático que represente al circuito.

Tabla XXV. **Diseño de prueba, filtro Butterworth pasa bajos**

Grupo	Estímulo	Medición
G1	X1	O1
G2	-	O2
Explicación		
G1: Circuito construido en protoboard		
G2: Circuito analizado de forma real		
X1: Componentes reales del circuito (Resistencias)		
O1: Frecuencia de corte del circuito real		
O2: Frecuencia de corte del modelo ideal		

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXVI. **Condiciones iniciales, filtro Butterworth pasa bajos**

Condiciones a tomar en cuenta		
Amplificador Operacional utilizado: LM6172		
Resistencias utilizadas: 10		
	Valor ideal	Valor real
C1	150 pF	149,10 pF
C2	300 pF	287,53 pF
V+	12 v	12,31 v
V-	-12 v	-11,38 v

Fuente: elaboración propia.

La tabla XXV contiene el diseño de prueba empleado en la realización del filtro Butterworth pasa bajos. Las condiciones a tomar a en cuenta se muestran en la tabla XXVI.

En la tabla XXVII se muestran los valores obtenidos en el experimento. Para el proceso de regresión lineal (obtener el modelo matemático del circuito) se consideró un promedio de las resistencias R_1 y R_2 y así obtener un modelo con una sola variable.

Tabla XXVII. **Resistencia contra frecuencia, pasa bajos Butterworth**

Resistencia (Ω)				Frecuencia (Hz)	
Ideal	Real 1	Real 2	Promedio	Ideal	Real
220	213,39	214,50	213,95	$3409,77 \times 10^3$	$1248,05 \times 10^3$
330	325,73	325,86	325,80	$2273,18 \times 10^3$	$1020,16 \times 10^3$
470	458,58	457,36	457,97	$1596,06 \times 10^3$	$900,51 \times 10^3$
680	673,11	666,25	669,68	$1103,16 \times 10^3$	$735,34 \times 10^3$
1 000	986,21	1 004,98	995,60	$750,15 \times 10^3$	$595,23 \times 10^3$
2 200	2 138,57	2 141,76	2 140,17	$340,98 \times 10^3$	$357,98 \times 10^3$
3 300	3 298,46	3 264,18	3 281,32	$227,32 \times 10^3$	$256,15 \times 10^3$
4 700	4 550,73	4 540,02	4 545,38	$159,61 \times 10^3$	$192,34 \times 10^3$
10 000	9 790,24	9 860,67	9 825,46	$75,02 \times 10^3$	$95,34 \times 10^3$
22 000	21 700,86	21 460,95	21 580,91	$34,10 \times 10^3$	$44,64 \times 10^3$
47 000	46 700,58	46 800,12	46 750,35	$15,96 \times 10^3$	$21,23 \times 10^3$
100 000	998 600,08	978 200,81	988 400,45	$7,50 \times 10^3$	$10,16 \times 10^3$

Fuente: elaboración propia.

Para este circuito, el modelo empleado para la regresión lineal de GNUplot es m/x , en donde m es constante y x es la resistencia promedio empleada en el circuito.

Figura 31. **GNUPlot filtro pasa bajos Butterworth**

```

gnuplot changed the codepage of this console from 850 to 1252 to
match the graph window. Some characters might only display correctly
if you change the font to a non-raster type.

Terminal type set to 'wxt'
gnuplot> f(x)=m/x
gnuplot> fit f(x) 'hola.csv' using 1:2 via m
iter      chisq      delta/lim  lambda      m
  0 2.9889586766e+12  0.00e+00  1.33e-03  1.000000e+00
  1 1.8563335041e+11 -1.51e+06  1.33e-04  3.622719e+08
  2 1.6227232934e+11 -1.44e+04  1.33e-05  3.984628e+08
  3 1.6227230602e+11 -1.44e-02  1.33e-06  3.984990e+08
iter      chisq      delta/lim  lambda      m
After 3 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 1.62272e+011
rel. change during last iteration : -1.43674e-007

degrees of freedom    <FIT_NDF>           : 9
rms of residuals      <FIT_STDFIT> = sqrt(WSSR/ndf) : 134277
variance of residuals <reduced chisquare> = WSSR/ndf : 1.80303e+010

Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
=====
m = 3.98499e+008                 +/- 3.183e+007    <7.987%>
gnuplot>

```

Fuente: elaboración propia, empleando GNUplot.

Como se observa en la figura 31, el valor de la constante “m” tiene un valor de $398\,499\,000 \pm 31\,830\,000$, presentando un error del 7,99 %. Por lo tanto la frecuencia de corte del circuito se puede obtener por medio de la ecuación 4.1.

$$f_c = \frac{398\,499\,000}{R} \quad [\text{Ec. 4.1}]$$

Para obtener el polinomio de Lagrange de grado 9 se emplearon los datos de la tabla XXVIII. Luego del procedimiento necesario se obtienen los términos

que se muestran en la tabla XXIX, y por último se tiene como polinomio la suma de todos los términos, tal como se muestra en la ecuación 4.2.

Tabla XXVIII. **Resistencia promedio contra frecuencia de corte**

R _{PROM} (Ω)	F _C (Hz)
325,80	1 020,16 x10 ³
457,97	900,51 x10 ³
669,68	735,34 x10 ³
995,60	595,23 x10 ³
2 140,17	357,98 x10 ³
3 281,32	256,15 x10 ³
4 545,38	192,34 x10 ³
9 825,46	95,34 x10 ³
21 580,91	44,64 x10 ³
46 750,35	21,23 x10 ³

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXIX. **Términos polinomio de Lagrange pasa bajos Butterworth**

Núm.	Constante	Termino
1	A=5,11x10 ⁻²⁷	5,11x10 ⁻²⁷ R ⁹
2	B=-4,59x10 ⁻²²	-4,59x10 ⁻²² R ⁸
3	C=1,35x10 ⁻¹⁷	1,35x10 ⁻¹⁷ R ⁷
4	D=-1,71x10 ⁻¹³	-1,71x10 ⁻¹³ R ⁶
5	E=1,05x10 ⁻⁹	1,05x10 ⁻⁹ R ⁵
6	F=-3,31x10 ⁻⁶	-3,31x10 ⁻⁶ R ⁴
7	G=5,25x10 ⁻³	5,25x10 ⁻³ R ³
8	H=-3,63	-3,63 R ²
9	I=195	195 R
10	J=1,19x10 ⁶	1,19x10 ⁶

Fuente: elaboración propia.

$$f_c = 5,11x10^{-27}R^9 - 4,59x10^{-22}R^8 + 1,35x10^{-17}R^7 - 1,71x10^{-13}R^6 + 1,05x10^{-9}R^5 - 3,31x10^{-6}R^4 + 5,25x10^{-3}R^3 - 3,63R^2 + 195R + 1,19x10^6 \quad [\text{Ec. 4.2}]$$

Tabla XXX. **Resumen filtro Butterworth pasa bajos**

Condiciones iniciales		
Amplificador Operacional utilizado: LM6172		
	Valor ideal	Valor real
C1	150 pF	149,10 pF
C2	300 pF	287,53 pF
V+	12 v	12,31 v
V-	-12 v	-11,38 v
Modelo real, GNUplot		
$f_c = \frac{398\,499\,000}{R}$		
Modelo real, Polinomio de Lagrange		
$f_c =$ $5,11x10^{-27}R^9 - 4,59x10^{-22}R^8 + 1,35x10^{-17}R^7 - 1,71x10^{-13}R^6 +$ $1,05x10^{-9}R^5 - 3,31x10^{-6}R^4 + 5,25x10^{-3}R^3 - 3,63R^2 + 195R +$ $1,19x10^6$		

Fuente: elaboración propia.

4.2. Filtro Butterworth pasa altos

A continuación se explicará sobre el filtro Butterworth pasa altos.

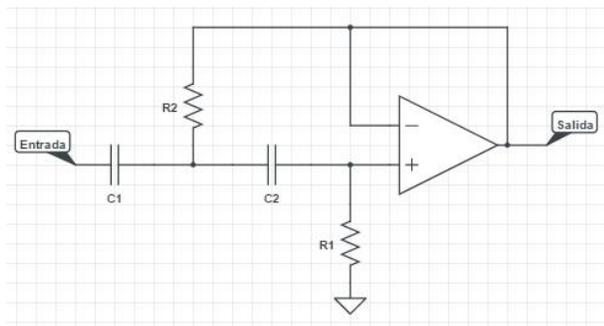
4.2.1. Diseño de prueba utilizado

El diagrama del filtro Butterworth pasa altos se muestra en la figura 32. Este circuito se armó en protoboard utilizando el circuito integrado LM6172 en su empaque PDIP y una combinación entre capacitores y resistencias. El valor de la capacitancia se mantuvo fija y se varió el valor de las resistencias del circuito, sin embargo, el valor de estas resistencias idealmente debe ser el mismo. La señal introducida en el filtro fue una señal senoidal de 10 voltios pico-pico, producida por un generador de onda.

Se tomaron mediciones con diez diferentes valores de resistencias que se pueden conseguir comercialmente. Estos datos obtenidos, sirven para obtener el modelo matemático que representa al circuito por medio de una regresión

lineal realizada por GNUplot. Con los mismos diez datos se genera el polinomio de Lagrange de grado nueve, empleando el algoritmo de interpolación del polinomio de Lagrange.

Figura 32. **Filtro pasa altos Butterworth**



Fuente: elaboración propia, empleando CircuitLab.

- Propósito de la prueba: es comparar los resultados en relación a los datos obtenidos del análisis ideal y así obtener un modelo matemático que represente al circuito.

Tabla XXXI. **Diseño de prueba, filtro Butterworth pasa altos**

Grupo	Estímulo	Medición
G1	X1	O1
G2	-	O2
Explicación		
G1: Circuito contruido en <i>protoboard</i>		
G2: Circuito analizado de forma real		
X1: Componentes reales del circuito (Resistencias)		
O1: Frecuencia de corte del circuito real		
O2: Frecuencia de corte del modelo ideal		

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXII. **Condiciones iniciales, filtro Butterworth pasa altos**

Condiciones a tomar en cuenta		
Amplificador Operacional utilizado: LM6172		
Resistencias utilizadas: 10		
	Valor ideal	Valor real
C1	1 nF	1,07 nF
C2	1 nF	2,69 nF
V+	12 v	12,31 v
V-	-12 v	-11,38 v

Fuente: elaboración propia.

En la tabla XXXI se muestra el diseño utilizado en el filtro Butterworth pasa altos. Mientras que en la tabla XXXII se muestran las condiciones que hay que considerar para el circuito.

Los datos reales obtenidos en el experimento y los valores ideales se muestran en la tabla XVIII. Como en el filtro Butterworth pasa bajos se utilizó la resistencia promedio para tener únicamente una variable, en el proceso de la regresión lineal.

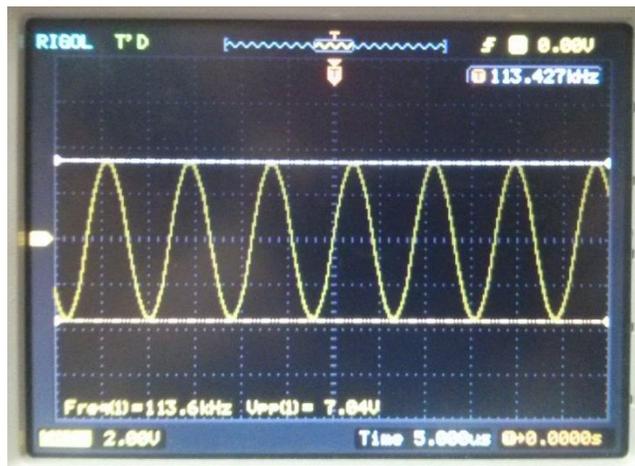
Tabla XXXIII. **Resistencia contra frecuencia, pasa altos Butterworth**

Resistencia (Ω)				Frecuencia (Hz)	
Ideal	Real 1	Real 2	Promedio	Ideal	Real
330	325,73	325,86	325,80	$482,29 \times 10^3$	$998,45 \times 10^3$
470	458,58	457,36	457,97	$338,63 \times 10^3$	$625,68 \times 10^3$
680	673,11	666,25	669,68	$234,05 \times 10^3$	$406,50 \times 10^3$
1 000	986,21	1 004,98	995,60	$159,15 \times 10^3$	$254,77 \times 10^3$
2 200	2 138,57	2 141,76	2 140,17	$72,34 \times 10^3$	$113,60 \times 10^3$
3 300	3 298,46	3 264,18	3 281,32	$48,23 \times 10^3$	$71,51 \times 10^3$
4 700	4 550,73	4 540,02	4 545,38	$33,86 \times 10^3$	$52,67 \times 10^3$
10 000	9 790,24	9 860,67	9 825,46	$15,92 \times 10^3$	$23,81 \times 10^3$
22 000	21 700,86	21 460,95	21 580,91	$7,23 \times 10^3$	$10,96 \times 10^3$
47 000	46 700,58	46 800,12	46 750,35	$3,39 \times 10^3$	$4,90 \times 10^3$

Fuente: elaboración propia.

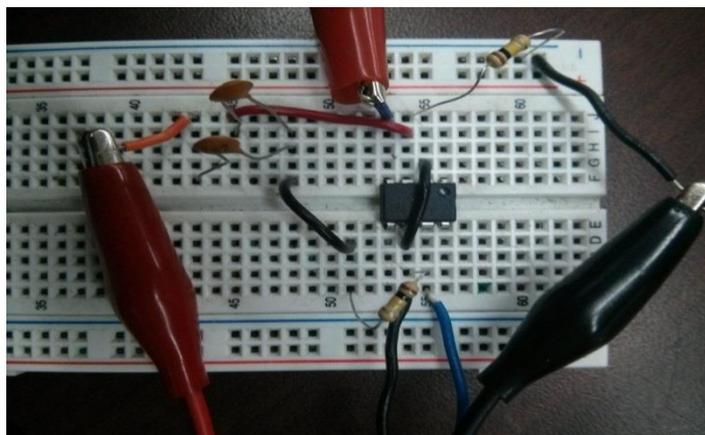
En la figura 33 se muestra la señal de salida del filtro visualizada en el osciloscopio durante la realización de la toma de datos. En la figura 34 se tiene el circuito armado en *protoboard*.

Figura 33. **Filtro Butterworth pasa bajos señal de salida**



Fuente: Laboratorio de Electrónica, edificio T1, USAC.

Figura 34. **Filtro pasa altos Butterworth en *protoboard***



Fuente: Laboratorio de Electrónica, edificio T1, USAC.

La frecuencia de corte obtenida con los diez distintos valores de resistencias se utilizaron para generar el modelo lineal empleando GNUplot. Los valores se muestran en la tabla XXXIV. El modelo utilizado para este circuito es m/x , donde m es una constante y x es la resistencia promedio de las dos resistencias empleadas en el circuito.

Figura 35. **GNUPlot filtro pasa bajos Butterworth**

```
Terminal type set to 'wxt'
gnuplot> plot "hola.dat" using 1:2
warning: Cannot find or open file "hola.dat"
No data in plot

gnuplot> plot "hola.csv" using 1:2
gnuplot> plot "hola.csv" using 1:2
gnuplot> f(x)= m/x
gnuplot> fit f(x) 'hola.csv' using 1:2 via a
undefined variable: m

gnuplot> fit f(x) 'hola.csv' using 1:2 via m
iter   chisq      delta/lim  lambda   m
  0  1.6400362181e+12   0.00e+00  1.33e-03  1.000000e+00
  1  2.5464764503e+10  -6.34e+06  1.33e-04  2.749327e+08
  2  1.2010015817e+10  -1.12e+05  1.33e-05  3.023986e+08
  3  1.2010002389e+10  -1.12e-01  1.33e-06  3.024260e+08
iter   chisq      delta/lim  lambda   m
After 3 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 1.201e+010
rel. change during last iteration : -1.11806e-006

degrees of freedom      <FIT_NDF>           : 9
rms of residuals        <FIT_STDFIT> = sqrt(WSSR/ndf) : 36530.1
variance of residuals   <reduced chisquare> = WSSR/ndf  : 1.33444e+009

Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
=====
m                                = 3.02426e+008          +/- 8.658e+006   <2.863%>
gnuplot>
```

Fuente: elaboración propia, empleando GNUplot.

Como se observa en la figura 35, la constante m tiene un valor de $302\,426\,000 \pm 8\,658\,000$, mostrando un error de 2,863 %. Por lo tanto el modelo para este circuito se muestra en la ecuación 4.3.

$$f_c = \frac{302\,426\,000}{R} \quad [\text{Ec. 4.3}]$$

Ahora, el polinomio de Lagrange de grado 9 se obtiene con los datos de la tabla XXXIV, donde R esta dado en Ohm (Ω) y la frecuencia de corte en Hz. Los

términos del polinomio encontrados se muestran en la tabla XXXV, siendo el polinomio la suma de todos los términos como se muestra en la ecuación 4.4.

Tabla XXXIV. **Resistencia contra frecuencia filtro pasa altos Butterworth**

$R_{\text{PROMEDIO}} (\Omega)$	Frecuencia (Hz)
325,80	$1\,020,16 \times 10^3$
457,97	$900,51 \times 10^3$
669,68	$735,34 \times 10^3$
995,60	$595,23 \times 10^3$
2 140,17	$357,98 \times 10^3$
3 281,32	$256,15 \times 10^3$
4 545,38	$192,34 \times 10^3$
9 825,46	$95,34 \times 10^3$
21 580,91	$44,64 \times 10^3$
46 750,35	$21,23 \times 10^3$

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXV. **Términos polinomio de Lagrange pasa altos con acople**

Núm.	Constante	Termino
1	$A=-2,41 \times 10^{-26}$	$-2,41 \times 10^{-26} R^9$
2	$B=2,18 \times 10^{-21}$	$2,18 \times 10^{-21} R^8$
3	$C=-6,49 \times 10^{-17}$	$-6,49 \times 10^{-17} R^7$
4	$D=8,43 \times 10^{-13}$	$8,43 \times 10^{-13} R^6$
5	$E=-5,42 \times 10^{-9}$	$-5,42 \times 10^{-9} R^5$
6	$F=1,85 \times 10^{-5}$	$1,85 \times 10^{-5} R^4$
7	$G=-3,44 \times 10^{-2}$	$-3,44 \times 10^{-2} R^3$
8	$H=34,40$	$34,40 R^2$
9	$I=-1,77 \times 10^4$	$-1,77 \times 10^4 R$
10	$J=4,12 \times 10^6$	$4,12 \times 10^6$

Fuente: elaboración propia.

$$f_c = -2,41x10^{-26}R^9 + 2,18x10^{-21} R^8 - 6,49x10^{-17} R^7 + 8,43x10^{-13} R^6 - 5,42x10^{-9} R^5 + 1,85x10^{-5} R^4 - 3,44x10^{-2} R^3 + 34,40 R^2 - 1,77x10^4 R + 4,12x10^6 \text{ [Ec. 4.4]}$$

Tabla XXXVI. **Resumen filtro Butterworth pasa altos**

Condiciones iniciales		
Amplificador Operacional utilizado: LM6172		
	Valor ideal	Valor real
C1	1 nF	1,07 nF
C2	1 nF	2,69 nF
V+	12 v	12,31 v
V-	-12 v	-11,38 v
Modelo real, GNUplot		
$f_c = \frac{302426000}{R}$		
Modelo real, Polinomio de Lagrange		
$f_c = -2,41x10^{-26}R^9 + 2,18x10^{-21} R^8 - 6,49x10^{-17} R^7 + 8,43x10^{-13} R^6 - 5,42x10^{-9} R^5 + 1,85x10^{-5} R^4 - 3,44x10^{-2} R^3 + 34,40 R^2 - 1,77x10^4 R + 4,12x10^6$		

Fuente: elaboración propia.

5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Hasta ahora se han obtenido los modelos ideales y reales de cada circuito, pero ahora se compara qué tan alejados o cercanos están entre sí. Para ello se van a utilizar los 3 modelos (ideal, real con GNUplot y real por polinomio de Lagrange).

Se mostrarán las gráficas de las 3 funciones en un mismo gráfico para ver cómo se comporta cada modelo y si tienen alguna semejanza.

5.1. Oscilador estable con transistores

Con este se obtuvieron los modelos mostrados en las ecuaciones 5.1, 5.2 y 5.3. Siendo la primera el modelo ideal, luego el modelo real obtenido por GNUplot y por último el modelo por polinomio de Lagrange.

$$f = \frac{1}{2RCLn\left(\frac{2V-0.7}{V-0.7}\right)} \quad [\text{Ec. 5.1}]$$

$$f_c = \frac{238\,500}{C} \quad [\text{Ec. 5.2}]$$

$$f_c = 1,38 \times 10^{-25} C^9 - 2,88 \times 10^{-20} C^8 + 2,22 \times 10^{-15} C^7 - 7,84 \times 10^{-11} C^6 + \\ 1,25 \times 10^{-6} C^5 - 7,23 \times 10^{-3} C^4 + 6,41 C^3 - 505,00 C^2 \\ - 6\,944,00 C + 1,12 \times 10^5 \quad [\text{Ec. 5.3}]$$

Si se toma la [Ec. 5.1] y se sustituyen los valores fijos empleados en el circuito para que únicamente quede en función de la capacitancia como los otros dos modelos se obtiene:

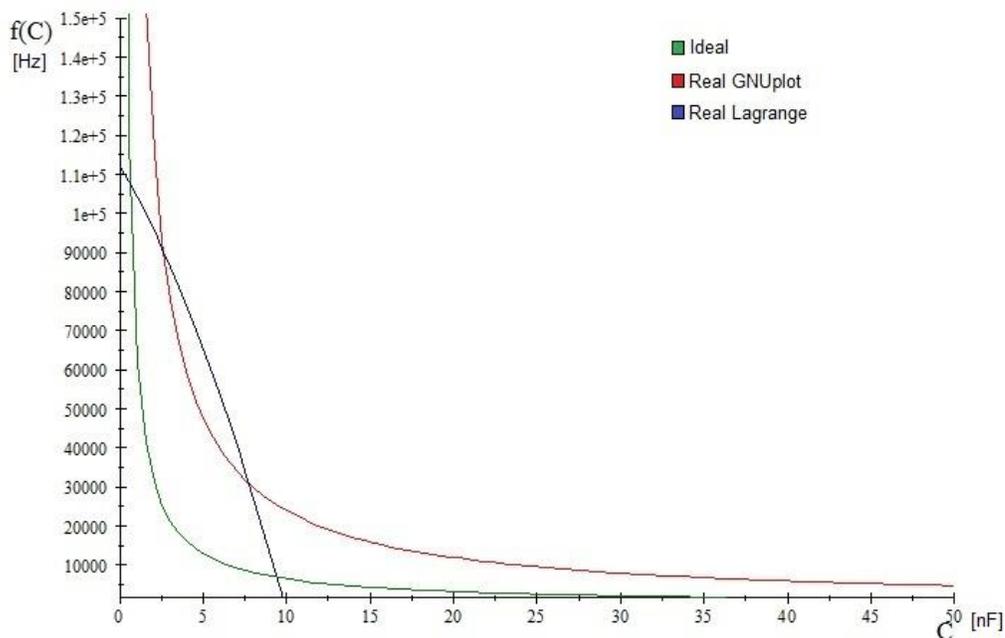
$$f = \frac{1}{15\,427,99C} \quad [\text{Ec. 5.4}]$$

Sin embargo, para que las tres ecuaciones queden de la misma forma, hay que hacer un ajuste con la capacitancia. Esta debe estar en nF, por lo tanto la ecuación queda:

$$f = \frac{64\,817,26}{C} \quad [\text{Ec. 5.5}]$$

Ahora ya se tienen los tres modelos de la misma forma, y se puede realizar una gráfica que contenga las tres funciones.

Figura 36. **Astable con transistores**



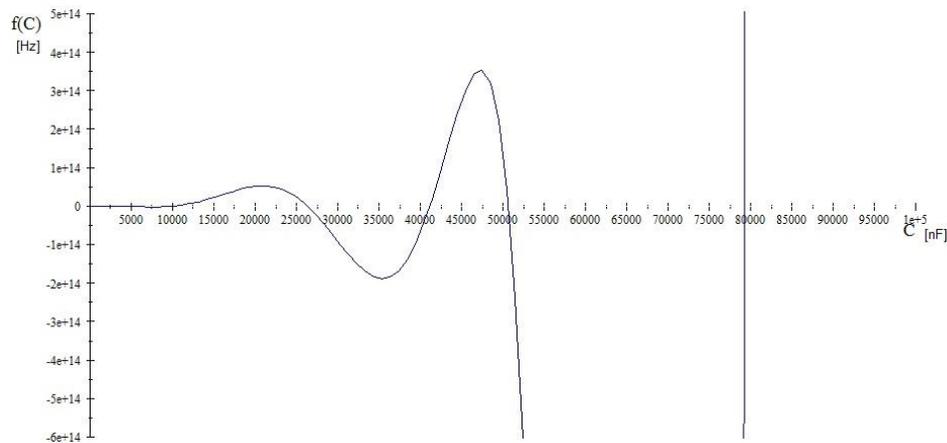
Fuente: elaboración propia, empleando GNUplot.

Con la gráfica de la figura 36, se observa que el modelo ideal y la función obtenida por GNUplot tienen la misma forma, sin embargo la función en verde tiende a caer de forma más apresurada. El modelo obtenido mediante el

algoritmo de Lagrange no tiene la misma tendencia que los demás y se corta en 10nF debido a la forma de esta función, ya que un polinomio de grado 9 tiene ocho máximos, haciendo que la función cambie de dirección. Sin embargo los puntos cercanos a cada punto obtenido en los datos experimentales, puede representar de buena forma como se comporta el circuito oscilador astable con transistores.

En la figura 37 se observa el polinomio de Lagrange descendiente. Este llega a un punto donde su pendiente es cero y comienza a ascender hasta llegar a su máximo y así repetidamente.

Figura 37. **Astable con transistores, polinomio de Lagrange**



Fuente: elaboración propia, empleando GNUplot.

Ahora una comparación numérica entre el modelo ideal y el modelo obtenido por GNUplot. La tabla XXXVII muestra los datos obtenidos al evaluar la capacitancia, tanto valor real como el ideal, en ambos modelos. La tabla XXXVIII es la tabla del error que muestra cada uno de esos datos, dado en porcentajes.

Tabla XXXVII. **Astable con transistores, ideal contra GNUplot**

Núm.	CPROM (nF)	C ideal (nF)	F Modelo ideal (Hz)		Modelo Real (Hz)		F (Hz)
			Ideal	Real	Ideal	Real	Dato real
1	2,49	2,20	29 462,39	26 031,03	108 409,09	95 783,13	91 740,00
2	4,90	4,70	13 790,91	13 228,01	50 744,68	48 673,47	6 6670,00
3	9,44	10,00	6 481,73	6 866,24	23n850,00	25 264,83	6 870,00
4	99,98	100,00	648,17	648,30	2 385,00	2 385,48	684,70
5	964,60	1 000,00	64,82	67,20	238,50	247,25	65,79
6	10 140,00	10 000,00	6,48	6,39	23,85	23,52	7,35
7	24 895,00	22 000,00	2,95	2,60	10,84	9,58	3,24
8	40 185,00	33 000,00	1,96	1,61	7,23	5,94	1,87
9	57 650,00	47 000,00	1,38	1,12	5,07	4,14	1,31
10	74 050,00	68 000,00	0,95	0,88	3,51	3,22	1,07

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXVIII. **Error relativo estable con transistores**

Núm.	Modelo ideal		Modelo Real	
	Ideal	Real	Ideal	Real
1	67,88	71,63	18,17	4,41
2	79,31	80,16	23,89	26,99
3	5,65	0,05	247,16	267,76
4	5,33	5,32	248,33	248,40
5	1,48	2,14	262,52	275,82
6	11,81	13,03	224,49	220,01
7	9,07	19,64	234,60	195,69
8	5,04	13,74	286,49	217,38
9	5,27	14,17	287,36	215,80
10	10,92	18,19	227,79	201,01

Fuente: elaboración propia.

El modelo que representa de mejor manera a este circuito es el modelo ideal, empleando el valor ideal de la capacitancia, sin embargo el modelo real evaluado con la capacitancia real, presento mejores resultados a capacitancias menores a 5nF.

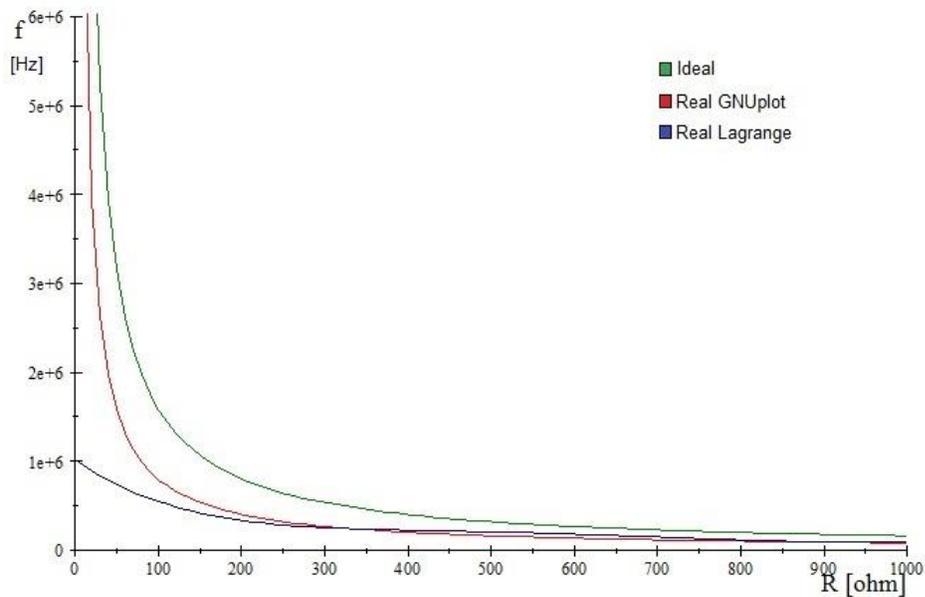
5.2. Filtro RC pasivo con seguidor de emisor

A continuación se explicará el filtro RC pasivo con seguidor de emisor.

5.2.1. Pasa bajos

El circuito pasa bajos con seguidor de emisor llegó a las ecuaciones 5.6, 5.7 y 5.8. En la figura 38 se tiene la gráfica de las tres expresiones representadas en un plano, los modelos tienen cierta similitud. Sin embargo, el modelo obtenido por Lagrange no tiende a infinito cuando el valor de la resistencia se acerca a cero.

Figura 38. Pasa bajos con seguidor de emisor



Fuente: elaboración propia, GNUplot.

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad [\text{Ec. 5.6}]$$

$$f_c = \frac{79872000}{R} \quad [\text{Ec. 5.7}]$$

$$f_c = -1,21x10^{-24}R^9 + 5,31x10^{-20}R^8 - 7,99x10^{-16}R^7 + 5,54x10^{-12}R^6 - 1,99x10^{-8}R^5 + 3,88x10^{-5}R^4 - 4,11x10^{-2}R^3 + 23,20R^2 - 6\,722,00R + 1,02x10^6 \quad [\text{Ec. 5.8}]$$

Tomando la ecuación 5.6, se sustituye el valor de la capacitancia por 1nF, obteniendo el modelo que representa a este circuito de forma ideal, dejando la frecuencia de corte en función de la resistencia.

$$f_c = \frac{159\,154\,943.10}{R} \quad [\text{Ec. 5.9}]$$

En la tabla XXXIX se hace una comparación con los datos obtenidos al evaluar valores en el modelo ideal y el modelo obtenido por GNUplot, los valores evaluados fueron tanto los valores reales como ideales en ambos modelos. El error que presentó cada uno de esos valores con respecto al dato real se muestra en la tabla XL.

Tabla XXXIX. Pasa bajos, ideal contra GNUplot

Núm.	Resistencia (Ω)		F _c modelo Real (Hz)		F _c modelo ideal (Hz)		F _c (Hz)
	Ideal	Real	Real	Ideal	Real	Ideal	Dato Real
1	220	212,62	375 656,10	363 054,55	748 541,73	723 431,56	321 850
2	330	323,38	246 991,16	242 036,36	492 160,75	482 287,71	250 750
3	470	457,49	174 587,42	169 940,43	347 887,26	338 627,54	225 210
4	680	672,11	118 837,69	117 458,82	236 798,95	234 051,39	173 340
5	1000	983,87	81 181,46	79 872,00	161 764,20	159 154,94	108 970
6	2200	2130	37 498,59	36 305,45	74 720,63	72 343,16	67 120
7	3300	3290	24 277,20	24 203,64	48 375,36	48 228,77	39 230
8	4700	4530	17 631,79	16 994,04	35 133,54	33 862,75	26 300
9	10000	9840	8 117,07	7 987,20	16 174,28	15 915,49	15 110
10	22000	21650	3 689,24	3 630,55	7 351,27	7 234,32	12 170

Fuente: elaboración propia.

Tabla XL. **Error relativo pasa bajos, ideal contra GNUplot**

Núm.	Frecuencia Real		Frecuencia ideal	
	Real	Ideal	Real	Ideal
1	16,72	12,80	132,57	124,77
2	1,50	3,48	96,28	92,34
3	22,48	24,54	54,47	50,36
4	31,44	32,24	36,61	35,02
5	25,50	26,70	48,45	46,05
6	44,13	45,91	11,32	7,78
7	38,12	38,30	23,31	22,94
8	32,96	35,38	33,59	28,76
9	46,28	47,14	7,04	5,33
10	69,69	70,17	39,60	40,56

Fuente: elaboración propia.

El modelo, que presentó menor porcentaje en sus errores, fue el modelo real evaluado con el valor real de la resistencia.

5.2.2. Pasa altos

Ahora es el turno del circuito pasa altos con un seguidor de emisor. Este es un circuito muy parecido al anterior, sus modelos obtenidos se muestran en las ecuaciones 5.10, 5.11 y 5.12. Su modelo ideal es el mismo que para el circuito pasa bajos, sin embargo sus modelos reales si varían.

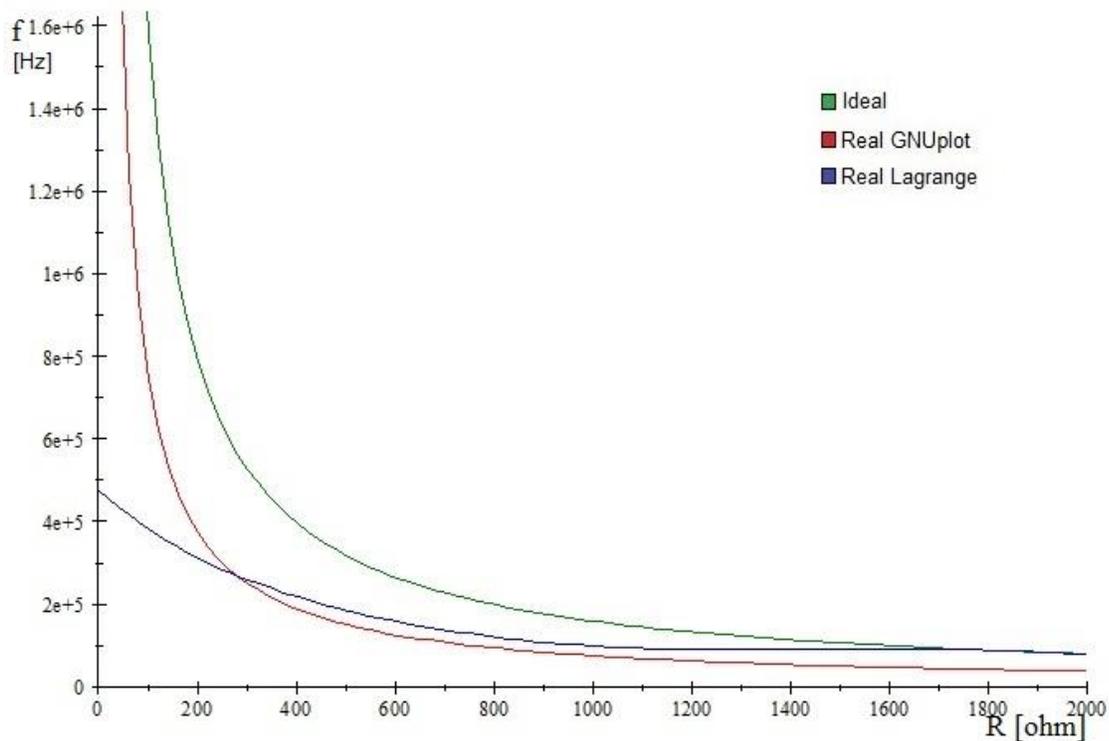
$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad [\text{Ec. 5.10}]$$

$$f_c = \frac{75\ 355\ 200}{R} \quad [\text{Ec. 5.11}]$$

$$f_c = -6,66x10^{-26}R^9 + 2,90x10^{-21}R^8 - 4,31x10^{-17}R^7 + 2,93x10^{-13}R^6 - 1,03x10^{-9}R^5 + 2,01x10^{-6}R^4 - 2,33x10^{-3}R^3 + 1,83R^2 - 1\ 111,00R + 4,77x10^5 \quad [\text{Ec. 5.12}]$$

En la figura 39 se muestra la gráfica que contiene las tres funciones. Se observa que los tres modelos tienen mucha similitud, por lo que en la tabla XLI se evalúa el modelo ideal y el modelo obtenido con GNUplot. Esto con los valores de resistencia utilizados para el experimento, empleando su valor real y su valor ideal en ambos modelos, permitiendo observar que tan aproximados al dato real se encuentran.

Figura 39. **Pasa altos con seguidor de emisor**



Fuente: elaboración propia, emplendo GNUplot.

Tabla XLI. Pasa altos, ideal contra GNUplot

Núm.	Resistencia (Ω)		Frecuencia Real (Hz)		Frecuencia ideal (Hz)		F _c (Hz)
	Ideal	Real	Real	Ideal	Real	Ideal	Dato Real
1	220	212,62	354 412,57	342 523,64	748 541,73	723 431,56	305 550
2	330	323,38	233 023,69	228 349,09	492 160,75	482 287,71	250 420
3	470	457,49	164 714,42	160 330,21	347 887,26	338 627,54	201 160
4	680	672,11	112 117,36	110 816,47	236 798,95	234 051,39	148 050
5	1 000	983,87	76 590,61	75 355,20	161 764,20	159 154,94	110 170
6	2 200	2 130,00	35 378,03	34 252,36	74 720,63	72 343,16	45 830
7	3 300	3 290,00	22 904,32	22 834,91	48 375,36	48 228,77	29 410
8	4 700	4 530,00	16 634,70	16 033,02	35 133,54	33 862,75	21 770
9	10 000	9 840,00	7 658,05	7 535,52	16 174,28	15 915,49	12 020
10	22 000	21 650,00	3 480,61	3 425,24	7 351,27	7 234,32	9 970

Fuente: elaboración propia.

En la tabla XLII se muestra el porcentaje de error que presentó cada uno de los datos obtenidos con referencia al dato real. Según los datos, el modelo que representa con menor error al circuito es el modelo de GNUplot, siendo evaluado con datos reales.

Tabla XLII. Error relativo pasa altos, ideal contra GNUplot

Núm.	Frecuencia Real		Frecuencia ideal	
	Real	Ideal	Real	Ideal
1	15,99	12,10	144,98	136,76
2	6,95	8,81	96,53	92,59
3	18,12	20,30	72,94	68,34
4	24,27	25,15	59,95	58,09
5	30,48	31,60	46,83	44,46
6	22,81	25,26	63,04	57,85
7	22,12	22,36	64,49	63,99
8	23,59	26,35	61,39	55,55
9	36,29	37,31	34,56	32,41
10	65,09	65,64	26,27	27,44

Fuente: elaboración propia

5.3. Filtro Butterworth

A continuación se explicará sobre el filtro Butterworth.

5.3.1. Pasa bajos Butterworth

Tal como con los circuitos anteriores el filtro pasa bajos Butterworth tiene 3 ecuaciones que lo van a representar. La ecuación 5.13 lo hace de forma ideal y la 5.14 y 5.15 de forma real, siendo la primera de GNUplot y la segunda del polinomio de Lagrange.

$$f_c = \frac{0,707}{2\pi CR} \quad [\text{Ec.5.13}]$$

$$f_c = \frac{398\,499\,000}{R} \quad [\text{Ec. 5.14}]$$

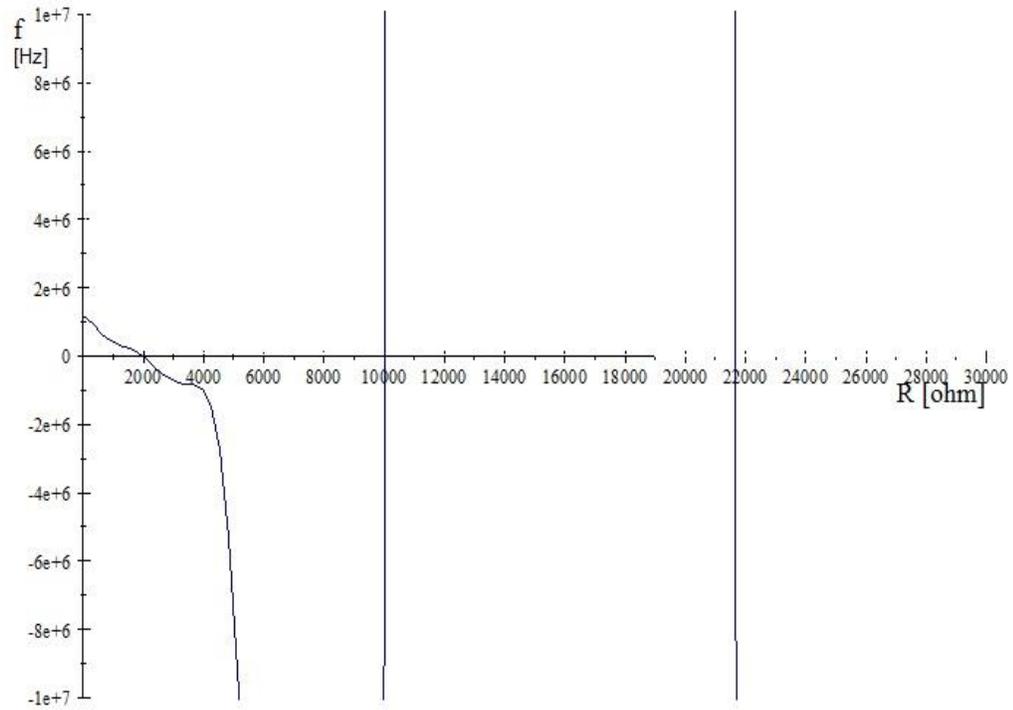
$$\begin{aligned} f_c = & 5,11x10^{-27}R^9 - 4,59x10^{-22}R^8 + 1,35x10^{-17}R^7 - 1,71x10^{-13}R^6 + \\ & 1,05x10^{-9}R^5 - 3,31x10^{-6}R^4 + 5,25x10^{-3}R^3 \\ & - 3,63R^2 + 195R + 1,19x10^6 \end{aligned} \quad [\text{Ec. 5.15}]$$

El valor de la capacitancia de la ecuación 5.13 es de 150 pF. Por lo tanto el modelo ideal final se muestra en la ecuación 5.16.

$$f_c = \frac{750\,150\,298,4}{R} \quad [\text{Ec. 5.16}]$$

En la figura 40 se tiene la gráfica de los 3 modelos en un mismo plano, en donde se puede observar, tal como en el circuito astable con transistores. El polinomio de Lagrange tiene sus lóbulos muy próximos, por lo que la función sube y baja. Esto indica que el polinomio de Lagrange solo servirá para valores muy próximos a los que se utilizaron para la realización del mismo, como se observa en la figura 40 la gráfica de esta función varía demasiado. Sin embargo el modelo ideal, y el modelo de GNUplot, son similares.

Figura 40. Pasa bajos Butterworth, polinomio de Lagrange



Fuente: elaboración propia, empleando GNUplot.

En la tabla XLIII está la evaluación del modelo ideal y el modelo real de GNUplot. Están sometidos a los valores tanto reales como ideales de las resistencias utilizadas en el experimento.

Tabla XLIII. **Pasa bajos Butterworth, ideal contra GNUplot**

Núm.	Resistencia (Ω)		FC modelo ideal (Hz)		FC modelo real (Hz)		(Hz)
	Ideal	Real prom.	Ideal	Real	Ideal	Real	Dato real
1	330	325,8	2 273 180	2 302 487,10	1 207 572,73	1 223 139,96	1 020 160
2	470	457,97	1 596 060	1 637 990,04	847 870,21	870 142,15	900 510
3	680	669,68	1 103 160	1 120 162,31	586 027,94	595 058,83	735 340
4	1 000	995,6	750 150	753 465,55	398 499,00	400 260,14	595 230
5	2 200	2 140,17	340 980	350 509,68	181 135,91	186 199,69	357 980
6	3 300	3 281,32	227 320	228 612,36	120 757,27	121 444,72	256 150
7	4 700	4 545,38	159 610	165 035,77	84 787,02	87 671,22	192 340
8	10 000	9 825,46	75 020	76 347,60	39 849,90	40 557,80	95 340
9	22 000	21 580,91	34 100	34 759,90	18 113,59	18 465,35	44 640
10	47 000	46 750,35	15 960	16 045,88	8 478,70	8 523,98	21 230

Fuente: elaboración propia.

El error relativo de los datos de la tabla anterior se muestra en la tabla XLIV. El modelo que presentó el menor porcentaje de error fue el modelo ideal siendo evaluado con los valores ideales. Sin embargo, el modelo de GNUplot evaluado con valores reales presenta menor porcentaje de error en resistencias menores a 1 000 Ω .

Tabla XLIV. **Error relativo pasa bajos Butterworth, ideal contra GNUplot**

Núm.	FC modelo ideal (Hz)		FC modelo real (Hz)	
	Ideal	Real	Ideal	Real
1	122,83	125,70	18,37	19,90
2	77,24	81,90	5,85	3,37
3	50,02	52,33	20,31	19,08
4	26,03	26,58	33,05	32,76
5	4,75	2,09	49,40	47,99
6	11,26	10,75	52,86	52,59
7	17,02	14,20	55,92	54,42
8	21,31	19,92	58,20	57,46
9	23,61	22,13	59,42	58,63
10	24,82	24,42	60,06	59,85

Fuente: elaboración propia.

5.3.2. Pasa altos Butterworth

El circuito pasa altos Butterworth no es la excepción con tener 3 modelos matemáticos que lo representen. La ecuación 5.17 es el modelo ideal, 5.18 el modelo obtenido por GNUplot y la ecuación 5.19 es el polinomio de Lagrange.

$$f_c = \frac{1}{2\pi CR} \quad [\text{Ec. 5.17}]$$

$$f_c = \frac{302\,426\,000}{R} \quad [\text{Ec. 5.18}]$$

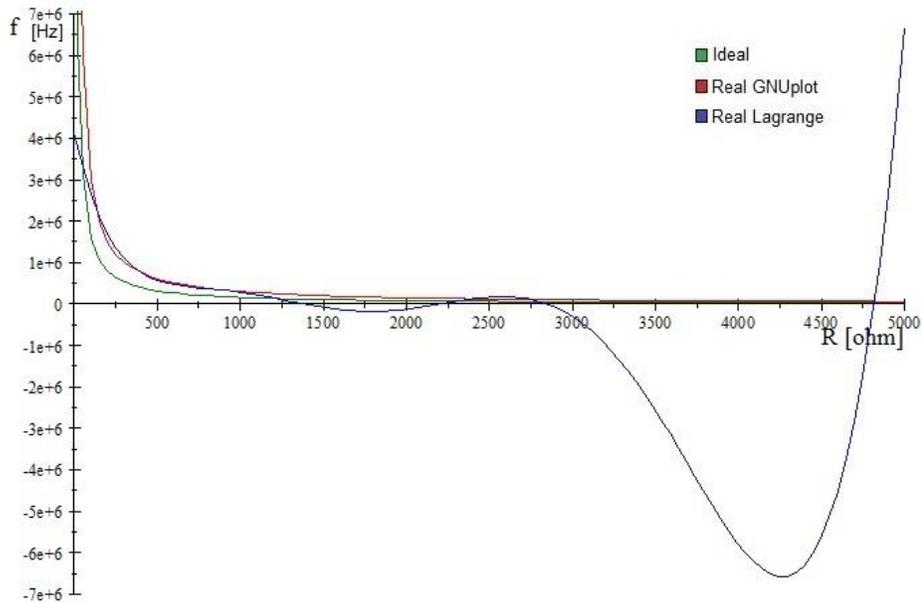
$$\begin{aligned} f_c = & -2,41x10^{-26}R^9 + 2,18x10^{-21} R^8 - 6,49x10^{-17} R^7 \\ & +8,43x10^{-13} R^6 - 5,42x10^{-9} R^5 + 1,85x10^{-5} R^4 - 3,44x10^{-2} R^3 \\ & +34,40 R^2 - 1,77x10^4 R + 4,12x10^6 \end{aligned} \quad [\text{Ec. 5.19}]$$

La capacitancia utilizada en el circuito fue de 1 nF. El modelo ideal final se muestra en la [Ec. 5.20].

$$f_c = \frac{159\,154\,943,10}{R} \quad [\text{Ec. 5.20}]$$

Ahora que se tienen los 3 modelos se muestra su gráfica en la figura 41, estando todos en un mismo plano. Sin embargo, el polinomio de Lagrange tiene algunos de sus máximos en rangos muy alejados del resto de los puntos de las funciones.

Figura 41. Pasa altos Butterworth



Fuente: elaboración propia, empleando GNUplot.

Tomando el modelo ideal y el modelo de GNUplot, si se evalúan con valores de resistencias tanto su valor ideal como real, se obtiene como resultado la tabla XLV. En donde se tiene la comparación de resultados y el dato real. Su error relativo se muestra en la tabla XLVI, dado en porcentajes.

Tabla XLV. Pasa altos Butterworth, ideal contra GNUplot

Núm.	Resistencia (Ω)		FC modelo ideal (Hz)		FC modelo real (Hz)		(Hz)
	Ideal	Real	Ideal	Real	Ideal	Real	Dato real
1	330	325,80	482 287,71	488 505,04	916 442,42	928 256,60	1 020 160,00
2	470	457,97	338 627,54	347 522,64	643 459,57	660 362,03	900 510,00
3	680	669,68	234 051,39	237 658,20	444 744,12	451 597,78	735 340,00
4	1 000	995,60	159 154,94	159 858,32	302 426,00	303 762,56	595 230,00
5	2 200	2 140,17	72 343,16	74 365,56	137 466,36	141 309,34	357 980,00
6	3 300	3 281,32	48 228,77	48 503,33	91 644,24	92 165,96	256 150,00
7	4 700	4 545,38	33 862,75	35 014,66	64 345,96	66 534,81	192 340,00
8	10 000	9 825,46	15 915,49	16 198,22	30 242,60	30 779,83	95 340,00
9	22 000	21 580,91	7 234,32	7 374,80	13 746,64	14 013,59	44 640,00
10	47 000	46 750,35	3 386,28	3 404,36	6 434,60	6 468,96	21 230,00

Fuente: elaboración propia.

Tabla XLVI. **Error relativo pasa altos Butterworth**

Núm.	FC modelo ideal (Hz)		FC modelo real (Hz)	
	Ideal	Real	Ideal	Real
1	52,72	52,11	10,17	9,01
2	62,40	61,41	28,54	26,67
3	68,17	67,68	39,52	38,59
4	73,26	73,14	49,19	48,97
5	79,79	79,23	61,60	60,53
6	81,17	81,06	64,22	64,02
7	82,39	81,80	66,55	65,41
8	83,31	83,01	68,28	67,72
9	83,79	83,48	69,21	68,61
10	84,05	83,96	69,69	69,53

Fuente: elaboración propia.

El modelo que presentó menor error en los datos evaluados en los modelos, con respecto al valor real para este circuito es el modelo de GNUplot. Esto si este es evaluado con los valores reales de las resistencias utilizadas.

CONCLUSIONES

1. Los modelos ideales sirven para facilitar en gran medida el estudio de los circuitos electrónicos. Sin embargo, en la práctica el comportamiento de los mismos no resulta de la forma deseada, teniendo que optar por realizar modificaciones incluso innecesarias y que bajan el rendimiento general del diseño electrónico. Cuanta más precisión se requiera en el diseño se hace necesario considerar que los modelos ideales son únicamente una base para comprender el funcionamiento de los circuitos electrónicos, pero que la parte teórica se ve limitada al momento de llevarlos a la práctica y obtener el comportamiento que realmente se esperaría de estos circuitos.
2. Los circuitos estudiados se comportan de forma distinta a su modelo ideal, debido a las imperfecciones de los componentes que lo conforman. Al utilizar los valores reales de los componentes se reduce el error que presenta el modelo ideal respecto al dato real.
3. El modelo matemático obtenido con GNUplot representa con menor porcentaje de error al dato real. Mientras que el polinomio de Lagrange no presenta error en los valores que se emplearon para la generación del mismo.
4. Todos los circuitos presentan un modelo de A/x , tanto de forma ideal como de forma real empleando GNUplot.

5. Al analizar los modelos obtenidos para el oscilador estable con transistores, se pudo comprobar que para capacitancias reales menores a 5 nF. El modelo generado por GNUplot arrojó mejores resultados. El modelo que representa de mejor forma el circuito utilizando valores ideales es sin duda el modelo ideal.
6. En cuanto a los filtros RC pasivos pasa bajo y pasa alto, ambos con seguidor emisor, el modelo generado por el programa GNUplot presentó valores más cercanos a los valores reales. Por lo tanto, el modelo puede emplearse como una representación de su comportamiento real.
7. El modelo generado por GNUplot para el filtro Butterworth pasa bajos es más aproximado a los valores reales. Sin embargo, el modelo ideal representa de mejor manera al circuito, cuando se utiliza una resistencia promedio mayor a 10 k Ω .
8. El comportamiento del filtro Butterworth pasa altos puede ser bien representado por el modelo obtenido con el programa GNUplot.

RECOMENDACIONES

1. Incluir dentro de los programas de los cursos del área de electrónica una parte práctica para familiarizarse con el comportamiento los circuitos de forma real. Los laboratorios de electrónica se orientan a la aplicación práctica de ciertos dispositivos a través de la presentación de proyectos. Sin embargo, es en el desarrollo de estos que el estudiante encuentra dificultades para que su proyecto funcione debido al desconocimiento que estos circuitos tienen en la realidad. Principalmente circuitos como los analizados en este trabajo.
2. Continuar el análisis real de los circuitos que se emplean a lo largo de la carrera de ingeniería electrónica, así como rectificadores controlados, multiplicadores de frecuencia, osciladores con PLL, entre otros.
3. Tomar en cuenta el análisis del comportamiento real de los circuitos al momento diseñar cualquier proyecto electrónico, de esta forma se evitaría que las pruebas tomaran demasiado tiempo hasta lograr que lo construido responda de la manera deseada.

BIBLIOGRAFÍA

1. BOYLESTAD, Robert. *Introducción al análisis de circuitos*. 10a ed. México: Educación Pearson, 2003. 1228 p.
2. BURDEN, Richard; FAIRES, Douglas. *Análisis numérico*. 9a ed. México: 2011. 884 p.
3. ELECTRONICS-TUTORIALS. *Butterworth filter design*. [en línea]. <http://www.electronics-tutorials.ws/filter/filter_8.html>. [Consulta: 20 de septiembre de 2015].
4. FREESHELL. *Breve tutorial sobre el graficador GNUplot*. [en línea]. <<https://freeshell.de/~rgh/arch/gnuplot-tut.pdf>>. [Consulta: 7 de octubre de 2015].
5. FAMAF. *Breve introducción a GNUplot*. [en línea]. <<http://www.famaf.unc.edu.ar/~serra/APUNTESgnuplot.pdf>>. [Consulta: 8 de octubre de 2015].
6. GRINNELL. *Linear regression and GNUplot*. [en línea]. <<http://www.cs.grinnell.edu/~weinman/courses/CSC213/2008F/labs/10-pingpong-regression.pdf>>. [Consulta: 5 de octubre de 2015].
7. HISPAVILA. *Filtros activos*. [en línea]. <<http://hispavila.com/total/3ds/tutores/filtrosactivos.html>>. [Consulta: 28 de septiembre de 2015].

8. HSU, Hwei. *Análisis de fourier*. USA: Prentice Hall, 1987. 274 p.
9. SEDRA, A.; SMITH, K. *Circuitos microelectrónicos*. 4a ed. México: Oxford University Press, 1999. 1158 p.
10. UPIICSA. *Funciones de transferencia para filtros*. [en línea]. <http://www.sites.upiicsa.ipn.mx/polilibros/portal/Polilibros/P_proceso/POLILIBRO_ADQUISICION_DE_DATOS/POLILIBRO/UMD/umd%205/informacion/5.4.HTML>. [Consulta: 20 de septiembre de 2015].
11. ZILL, Dennis. *Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera*. 7a ed. Cengage Learning, 2009. 526 p.
12. 20 MINUTOS. *Interpolando qué es un gerundio*. [en línea]. <<http://blogs.20minutos.es/mati-una-profesora-muy-particular/tag/polinomios-de-lagrange/>>. [Consulta: 16 de octubre de 2015].

APÉNDICE

Apéndice 1. **Ejemplo de obtención del polinomio de Lagrange**

Se tienen los puntos (2,4) y (3,6) y se desea encontrar el polinomio de grado uno para estos dos puntos.

El polinomio de Lagrange de grado uno tiene la siguiente forma:

$$f(x) = y_0L_0 + y_1L_1$$

Encontrando L_0 y L_1

$$L_0 = \frac{x - 3}{2 - 3} = 3 - x$$

$$L_1 = \frac{x - 2}{3 - 2} = x - 2$$

Por lo tanto el polinomio quedaría

$$f(x) = 4(3 - x) + 6(x - 2)$$

$$f(x) = 2x$$

Fuente: elaboración propia.

