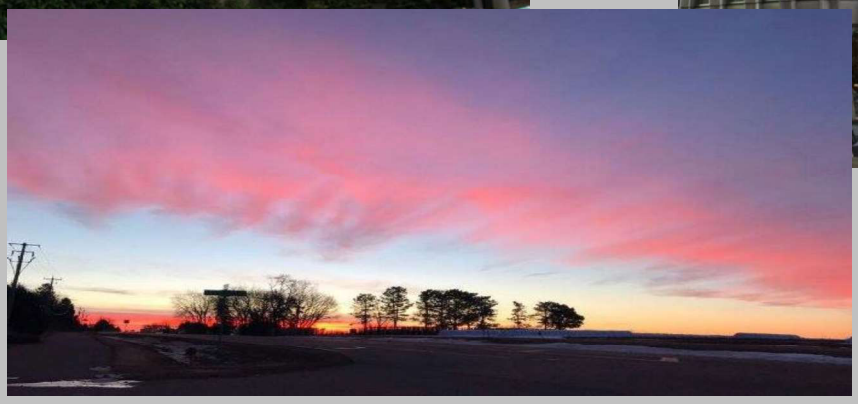


NOTAS DE CONCRETO DE UNA SABANDIJA

EL AMANECER DEL CONCIMIENTO

Un amanecer y el gozo de los pocos que pueden observar la formación de las auroras boriales asi se espera que disfruten de lo presentado en este documento y se convierntan en transmisores de la sabiduría.

NOTAS DE CONCRETO

UNA SABANDIJA

Notas sobre requerimientos generales para el diseño basados en las normas ACI 318-05, UBC-97, IBC-00/03/06, y demás normas internacionales útiles para diseño.

S.R. Ing. Mario Rodolfo Corzo Ávila

“A LOS PUEBLOS INMERSOS EN EL IMPERIO”

NOTAS DE UNA SABANDIJA DE CONCRETO

Primera Edición

AUTOR: INGENIERO MARIO RODOLFO CORZO AVILA

RESERVADOS TODOS LOS DERECHOS DE DISCONFORMIDAD, SE PERMITE LA EDICION Y MODIFICACION PARCIAL O TOTAL DE ESTA OBRA.
USO EXCLUSIVO PARA FINES DIDACTICOS.
SE LES SOLICITA INFORMAR EL LUGAR EN DONDE SE ESTA UTILIZANDO LA OBRA PARA PODER CONOCER LOS ALCANCES Y LUGARES A DONDE A LLEGADO

Impreso en AREA LIMITROFE, EL TERCER PLANETA SOLAR
Imreso y editado en agosto 2014

Dedicatoria:

A la memoria de **Denis Diderot**, a su influencia en mi vida por enciclopedista.
A todos los seres de ALTOS PRINCIPIOS ESPIRITUALES Y PROFUNDOS VALORES MORALES.

A MIS ALUMNAS, ASISTENTES Y AMIGAS

JESSICA Z. VASQUEZ

NATY CARRERA

Por su apoyo en este trabajo

REQUERIMIENTOS GENERALES

Para el Diseño de Estructuras

De los requerimientos a tomar en cuenta, tenemos:

1. ***De las deformaciones propias de las fuerzas internas***, debidas a:
   - Contenido de humedad
   - Fisuramiento
   - Contracción
   - Cambios de temperatura
   - Asentamientos diferenciales

2. ***De los esfuerzos por acciones de fuerzas:***
   - Horizontales:
     Sismos
     Viento
     Otras (hidráulicas, empuje de suelo)
   - Verticales:
     Cargas muertas
     Cargas vivas

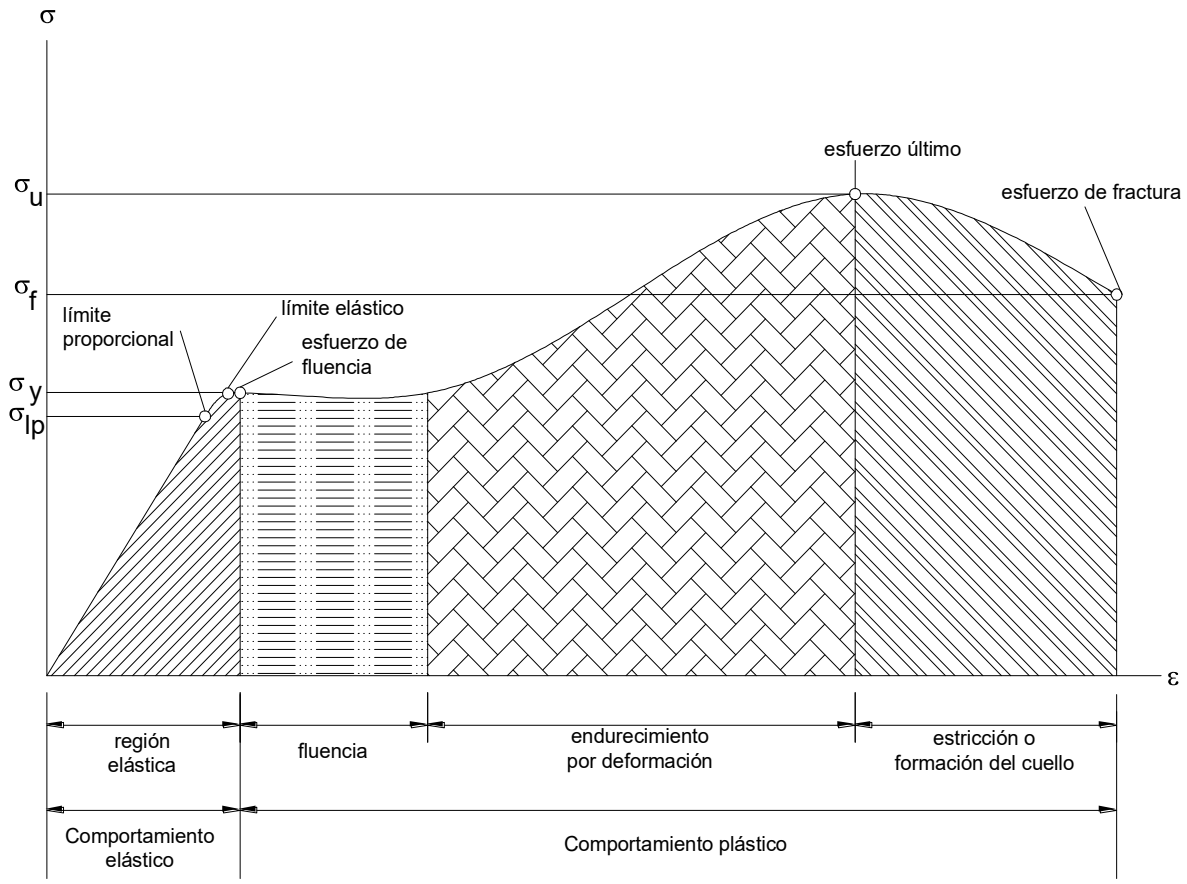


Figura 1. Diagrama Esfuerzo-Deformación

Método de Diseño por Resistencia y Servicio

El Método de Diseño por Resistencia requiere que en cualquier sección la resistencia de diseño de un elemento sea mayor o igual que la resistencia requerida calculada mediante las combinaciones de cargas mayoradasespecificadas en el código.

De forma generalizada:

Resistencia de Diseño ≥ Resistencia Requerida (U)

Dónde:

Resistencia de Diseño **=** ***Factor de Reducción de la Resistencia (Φ)*** ***** ***Resistencia Nominal***

Φ = Factor de reducción de la resistencia que toma en cuenta:

(1) La probabilidad deque la resistencia de unelemento sea menor quela supuesta,debido a las variaciones en las resistencia de los materiales y sus dimensiones;

(2) Las imprecisiones de las ecuaciones de diseño;

(3) El grado de ductilidad y la confiabilidadrequerida del elemento cargado, y

(4) La importancia del elemento dentro de la estructura.

Resistencia Nominal = Resistencia de un elemento o sección transversal

Se calcula usando las hipótesis yecuaciones de resistencia del Método de Diseño por Resistencia antes de aplicar cualquierfactor de reducciónde laresistencia.

Resistencia Requerida (U) **=** ***Factor de carga*** ***** ***Solicitaciones por cargas de servicio***

La resistencia requerida se calcula de acuerdocon las combinaciones de cargaindicada en ACI-318 CAP. 9.2.

Factor de Carga = Factor que incrementa la carga para considerar lacondición más probable variación de las cargas de servicio.

Carga de Servicio = Carga especificada por el código de Construcción (Nomayorada)

Las razones por los cuales en el diseño por resistencia se requieren factores de reducción de la resistencia de los materiales utilizados (concreto, acero, otros) y factores de amplificación de carga, son:

1. **Factores de Reducción de la Resistencia:**

a. Las resistencias de los materiales pueden diferir de las supuestas en el diseño por las siguientes razones:

- Variabilidad de las resistencias de los materiales – Tanto la resistencia a la compresión del hormigón como laresistencia a la fluencia y la resistencia última a la tracción de la armadura son variables.

- Efecto de la velocidad de ensayo – Tanto las resistencias del hormigón como las del acero se ven afectadas por lavelocidad de aplicación de las cargas.

- Resistencia in situ vs. Resistencia de una probeta – La resistencia del hormigón colocado en una estructura no esexactamente igual a la resistencia del mismo hormigón en una probeta de control.

- Efecto de la variabilidad de las tensiones de contracción o las tensiones residuales – La variabilidad de lastensiones residuales debidas a la contracción puede afectar la carga de fisuración de un elemento, y essignificativa si la fisuración constituye el estado límite crítico. De manera similar, en las columnas, latransferencia de carga de compresión del hormigón al acero provocada por la fluencia lenta y contracción puedellevar a la fluencia prematura de la armadura y, en las columnas esbeltas con bajas cuantías de armadura, laposibilidad de fallas por inestabilidad (ladeo excesivo).

b. La dimensión de los elementos pueden diferir de las supuestas,sea por errores constructivos o de fabricación, como:

- Las tolerancias de fabricación y laminación de las barras del acero.

- Los errores geométricos en la sección transversal y los errores en la colocación de las armaduras.

- El agrietamiento excesivo se da por esfuerzos elevados en el acero o por mala distribución de las varillas.

- Las deflexiones pueden ser críticas por secciones de poco peralte.

c. Hipótesis y simplificaciones usadas enecuaciones de diseño, como:

- El uso del bloque rectangular de tensiones y una máxima deformación utilizable del hormigón igual a 0.0035

- La introducción de errores sistemáticos o accidentales.

d. El uso de tamaños de barras discretos produce variación en lacapacidad real de los elementos.

Secciones controladas por tracción	***0.90***
Secciones controladas por compresión ***Elementos con armadura en espiral que satisface lo especificado en 10.9.3*** ***Otros elementos armados***	 ***0.70*** ***0.65***
Corte y torsión	***0.75***
Aplastamiento del hormigón (excepto para las zonas de anclaje de postesado)	***0.65***
Zonas de anclaje de postesado	***0.85***
Modelos de bielas (Apéndice A)	***0.75***

Tabla 1: Factores de reducción de la resistencia (ϕ) referencia ACI 318-08 capítulo 9.3.2

2. Factores de amplificación de carga:

- Dependen del grado de precisión con que se pueden evaluar las cargas.
- La variabilidad de las cargas durante la vida de servicio de la estructura.
- La probabilidad de ocurrencia simultanea de diferentes tipos de carga.

Si se consideran cargas gravitatorias (permanentes y sobrecargas), un diseñador que utiliza los coeficientes de momento delcódigo (coeficientes iguales para carga permanente y sobrecarga – 8.3.3) tiene tres opciones:

(1) multiplicar las cargas porlos factores de carga correspondientes, sumarlas para obtener la carga total mayorada y luego calcular las fuerzas ymomentos debidos a la carga total,

(2) calcular los efectos de la carga permanente mayorada y la sobrecarga mayorada deforma separada y luego superponer ambos efectos, o bien

(3) calcular los efectos de la carga permanente no mayorada y lasobrecarga no mayorada de forma separada, multiplicar los efectos por los factores de carga correspondientes y finalmentesuperponerlos.

De acuerdo con el principio de superposición, con todos estos procedimientos se obtendrá el mismo resultado.

Los diseñadores que realizan un análisis más detallado usando coeficientes diferentes para las cargas permanentes y para lassobrecargas no tienen la opción (1).

Si se consideran tanto cargas gravitatorias como cargas laterales, es obvio que lassolicitaciones (debidas a cargas mayoradas o no mayoradas) se deberán calcular por separado antes de poder realizarcualquier superposición.

Combinación De Cargas

Las estructuras y parte de ellas deben ser diseñadas para resistir los efectos más críticos en función de sus diferentes combinaciones de cargas básicas especificadas, siguiendo uno de los métodos siguientes.

Para ambos métodos de diseño, cuando es solicitado específicamente el diseño por acción de sismo, todas las estructuras, elementos y componentes deben ser diseñadas para resistir dichas fuerzas, usando las ecuaciones 16-19 & 16-20 del IBC2003, 1605.4

I). Método de diseño por resistencia

Llamado también diseño por factores de cargas y resistencia

II). Método de diseño por esfuerzos admisibles

Llamado también diseño por esfuerzos de trabajo, tiene dos variables, una que es la que está en función de las cargas básicas y la otra llamada de combinación de carga básica alternativa.

Cuando se usa este método en función de sus cargas básicas (Ecuaciones de la 16-7 a la 16-12), el IBC-2003, 1605.3.1.1 ***Reducción de Cargas***. Permite hacer una reducción, multiplicando el efecto combinado de dos o más cargas variables por ***0.75 y sumarlo al efecto de la carga muerta.*** Se deberá tener cuidado de que el valor obtenido por esta reducción, será menor a la suma de los efectos de la carga muerta y cualquiera de sus variables. ***El factor de 0.7 sobre E no es aplicable a esta disposición.***

Cuando se usa la combinación de carga básica alternativa (ecuaciones de la 16-13 a la 16-18) 1605.3.2 IBC2003. En este procedimiento, cuando se incluyen viento y cargas de sismo, es permitido incrementar los esfuerzos de tensión admisibles o reducir las combinaciones de carga.

Método De Diseño Por Resistencia

ACI 2008, Sección 9.2.1	Ubicación de ecuación
U = 1.4(D + F)	(9-1)
U = 1.2(D + F + T) + 1.6(L + H) + 0.5(Lr óS óR)	(9-2)
U = 1.2D + 1.6(Lr óS óR) + (1.0L ó 0.8W)	(9-3)
U = 1.2D + 1.6W + 1.0L + 0.5(Lr óS óR)	(9-4)
U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S	(9-5)
U = 0.9D + 1.6W + 1.6H	(9-6)
U = 0.9D + 1.0E + 1.6H	(9-7)

IBC 2006, Sección 1605.2.1	**Ubicación**
1.4 (*D*+*F*)	(Ecuación 16-1)
1.2(*D* + *F* + *T*) + 1.6(*L* + *H*) +0.5 (*Lr* ó*S* ó*R*)	(Ecuación 16-2)
1.2*D*+ 1.6(*Lr* ó*S* ó*R*) + (*f*1*L* ó 0.8*W*)	(Ecuación 16-3)
1.2*D*+ 1.6*W*+ *f*1*L* + 0.5(*Lr* ó*S* ó*R*)	(Ecuación 16-4)
1.2*D*+ 1.0*E*+ *f*1*L* + *f*2*S*	(Ecuación 16-5)
0.9*D*+ 1.6*W*+ 1.6*H*	(Ecuación 16-6)
0.9*D*+ 1.0*E*+ 1.6*H*	(Ecuación 16-7)

***f*1 = 1**para pisos en lugares de concurrencia pública.Cargas vivas que excedan las100 libras por pie^2($4.79\ kN/m^2$), y para cargas de estacionamiento.
***f*1 = 0.5** para otras cargas vivas.
***f*2 = 0.7**para configuraciones de techos (tal como el diente de sierra) que no arrojan nieve fuera de la estructura.
***f*2 = 0.2** para otras configuraciones de techos.

UBC 1997, Sección 1612.2.1	**Ubicación de ecuación**
1.4*D*	(12-1)
1.2*D* + 1.6*L* + 0.5(*Lr*ó*S*)	(12-2)
1.2*D* + 1.6(*Lr*ó*S*) + (*f*1*L* ó 0.8*W*)	(12-3)
1.2*D* + 1.3*W* + *f*1*L* + 0.5(*Lr*ó*S*)	(12-4)
1.2*D* + 1.0*E* + (*f*1*L* + *f*2*S*)	(12-5)
0.9 + (1.0*E* ó 1.3*W*)	(12-6)

ASCE 7-2005, Sección 2.3.2	**Ubicación de ecuación**
1.4(*D* + *F*)	(1)
1.2(*D* + *F* + *T*) + 1.6(*L* +*H*) + 0.5(*Lr*ó*S* ó*R*)	(2)
1.2*D* + 1.6(*Lr*ó*S* ó*R*) + (*L* ó 0.8*W*)	(3)
1.2*D* + 1.6*W* + *L*+ 0.5(*Lr*ó*S* ó*R*)	(4)
1.2*D* + 1.0*E* + *L*+ 0.2*S*	(5)
0.9*D* + 1.6*W* + 1.6*H*	(6)
0.9*D* + 1.0*E* + 1.6*H*	(7)

Método De Diseño Por Esfuerzos Admisibles

IBC 2006, Sección 1605.3.1

D + *F*
(Formula 16-8)

D + *L* + *H* + *F* + *T*
(Formula 16-9)

D + H+ F + (*Lr* o*S* o*R*)
(Formula 16-10)

D + *H* + *F* + 0.75(*L* + *T*) + 0.75 (*Lr*ó*S* ó*R*)
(Formula 16-11)

D+*H*+*F*+ (*W*o 0.7*E*)
(Formula 16-12)

D+*H*+*F*+0.75 (*W* o 0.7*E*)+0.75*L*+0.75 (*Lr* o*S* ó*R*)
(Formula 16-13)

0.6*D*+*W*+*H*
(Ecuación 16-14)

0.6*D*+ 0.7*E*+*H*
(Ecuación 16-15)

IBC 2006, Sección 1605.3.2

D +*L* + (*Lr* ó*S* o*R*)
(Formula 16-16)

D +*L* + ω*W*
(Formula 16-17)

D +*L* + ω*W*+*S*/2
(Formula 16-18)

D +*L* + *S* + ω*W*/2
(Formula 16-19)

D +*L* + *S* + *E*/1.4
(Formula 16-20)

0.9*D* +*E*/1.4
(Formula 16-21)

UBC 1997, Sección 1612.3.1

D
(12-7)

D + *L* + (Lró S)
(12-8)

D + (*W* ó*E*/1.4)
(12-9)

0.9*D* + *E*/1.4
(12-10)

D + 0.75 [*L* + (*Lr* ó*S*) + (*W* ó*E*/1.4)]
(12-11)

UBC 1997, Sección 1612.3.2

D +*L* + (*Lr*ó*S*)
(12-12)

D +*L* + (*W* ó*E*/1.4)
(12-13)

D +*L* +*W*+ *S*/2
(12-14)

D +*L* + *S* +*W*/2
(12-15)

D +*L* + *S* + *E*/1.4
(12-16)

ASCE 7-2005, Sección 2.4.1 **Ubicación de ecuación**

$D + F$ (1)

$D + L + F + H + T + (Lr$óS ó$R)$ (2)

$D + F + H + (Lr$ óS ó$R)$ (3)

$D + F + H + 0.75(L + T) + 0.75(Lr$ó$S$ ó$R)$ (4)

$D + F + H +$ (Wo 0.7E) (5)

$D + F + H + 0.75$ (Wo 0.7E) + 0.75L+0.75(Lr óS óR) (6)

$0.6D + W + H$ (7)

$0.6D + 0.7E + H$ (8)

Combinaciones Especiales De Carga Sísmica

Cuando el efecto del movimiento sísmico de suelo se adicione o reste a las fuerzas de gravedad, se utiliza el procedimiento presentado en mis notas llamadas "apuntes p" o ASCE7-2005 12.4, IBC 2006 1617, ACI 318-2008 capítulo 21.

Notación

D = carga muerta
E = carga de sismo
F = carga provocada por fluidos
Fa = carga provocada por inundación
H = carga debida a presión lateral de suelo y de agua en el suelo
L = carga viva
L, = carga viva de techo incluyendo cualquier reducción permitida de carga viva
R = carga de lluvia
S = carga de nieve
T = Fuerza auto-deformante que surge del encogimiento o expansióndebido a cambios de temperatura, contracción, cambios de humedad, escurrimiento plástico en materiales componentes, movimientosdebidos a asentamientos diferenciales o combinaciones de ellos.
W = carga de viento

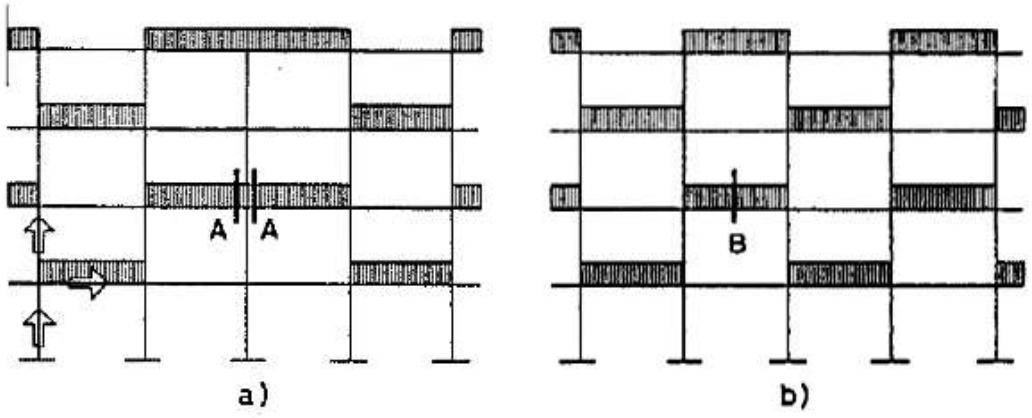


Figura 2.Combinaciones especiales de Carga Sísmica a) Máximos momentos flectores NEGATIVOS y máximos esfuerzos CORTANTES en los puntos iniciales A de las vigas. b) Máximo momento flector POSITIVO en el centro B de la viga.

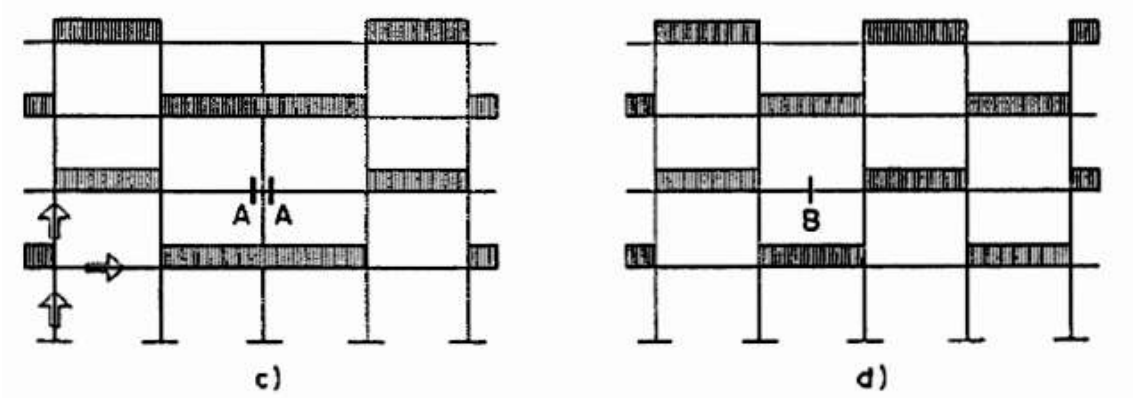


Figura 2.Combinaciones especiales de Carga Sísmica c) Mínimo momento flector (o máximo POSITIVO) en los inicios A de las vigas. d) Mínimo momento flector (o máximo NEGATIVO) en el centro B de la viga.

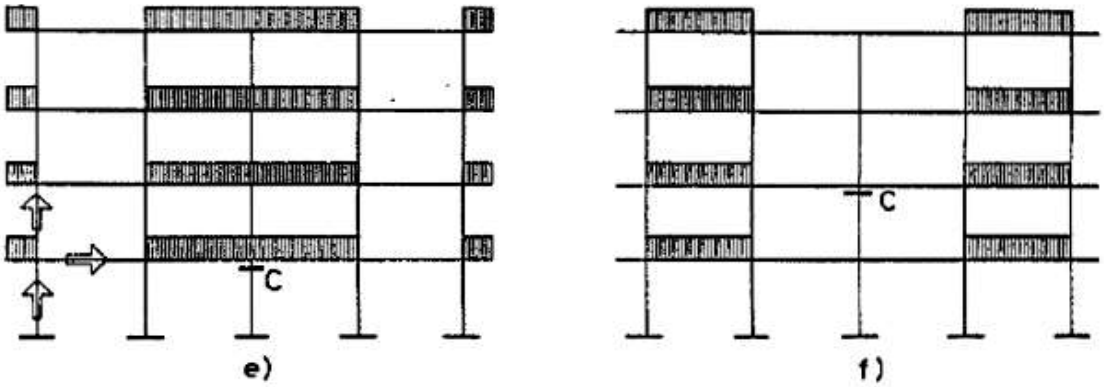


Figura 2.Combinaciones especiales de Carga Sísmica e) Máximo esfuerzo AXIAL en el soporte C. f) Mínimo esfuerzo AXIAL en el soporte C.

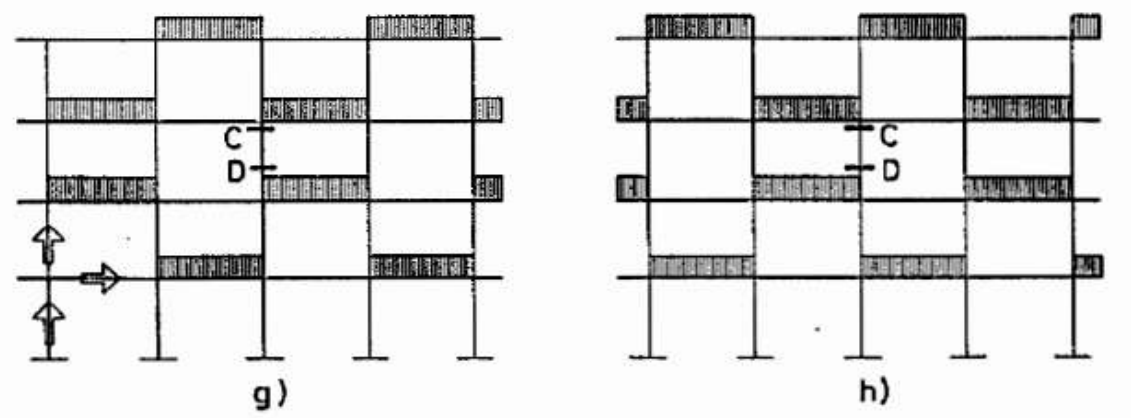


Figura 2.Combinaciones especiales de Carga Sísmica g) Máximos momentos flectores en el soporte CD, NEGATIVO en el extremo superior C y POSITIVO en el inferior D.h) Máximos momentos flectores en el soporte CD; POSITIVO en el extremo superior C y NEGATIVO en el inferior D.

En base a lo anterior, se pueden realizar tres combinaciones de carga:

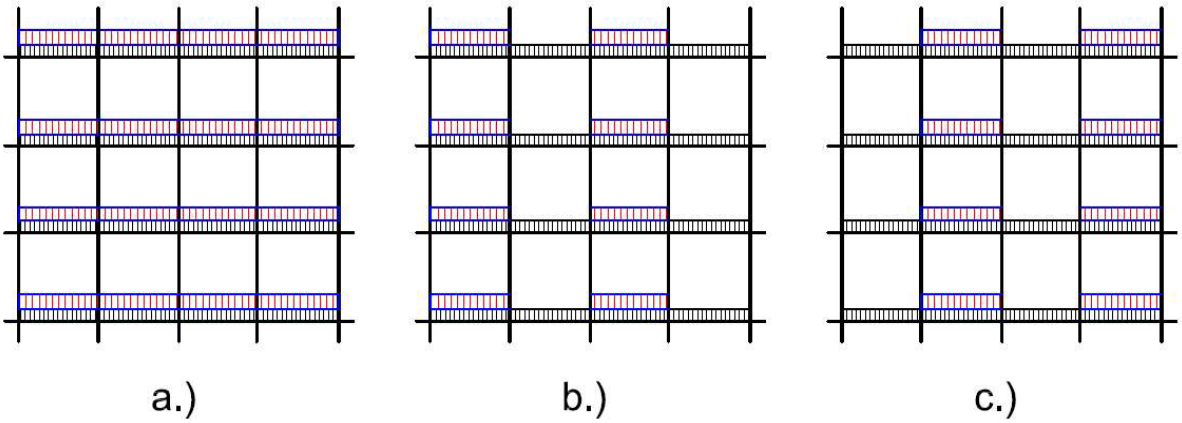


Figura 3. Combinaciones de cargaa.) Carga muerta más la viva en todos los vanosb.) Carga muerta en todos los vanos más carga viva en los vanos impares.c.) Carga muerta en todos los vanos más carga viva en vanos pares.

Ejemplos De Combinación Y Redistribución De Momentos Marco Regular Con Dominio De Sismo.

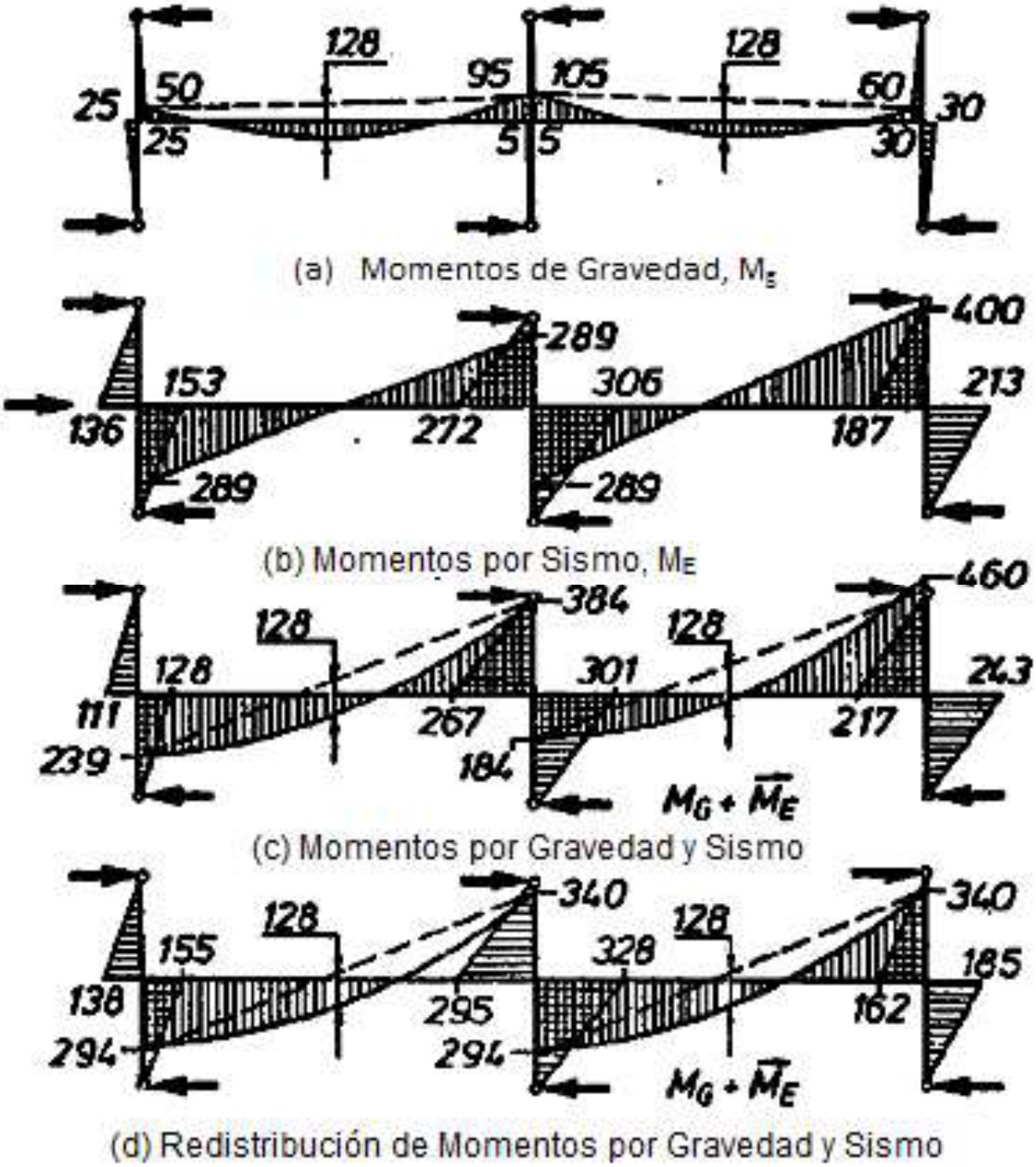


Figura 4. Ejemplo de combinación y redistribución de momentos, marco regular con dominio de sismo.

Marco Asimétrico Con Dominio De Carga Gravitacional

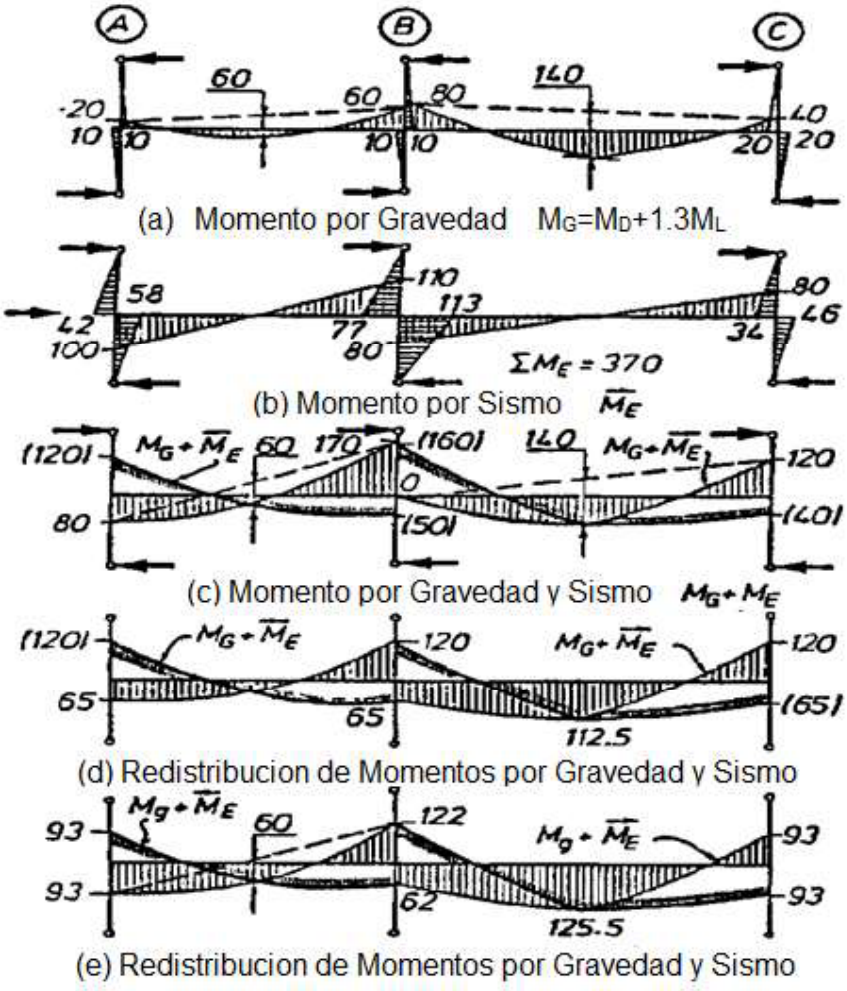


Figura 5. Ejemplo de combinación y redistribución de momento, marco asimétrico con dominio de carga gravitacional

Criterio

En la relación Columna Rígida – Viga Flexible, la recomendación de ancho máximo de viga:

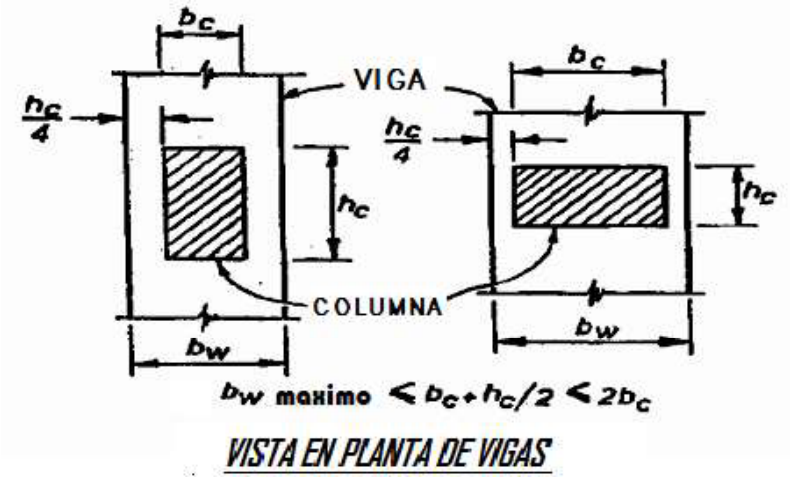


Figura 6. Relación Columna Rígida – Viga Flexible

Articulaciones Plásticas en Vigas (dentro de un marco)

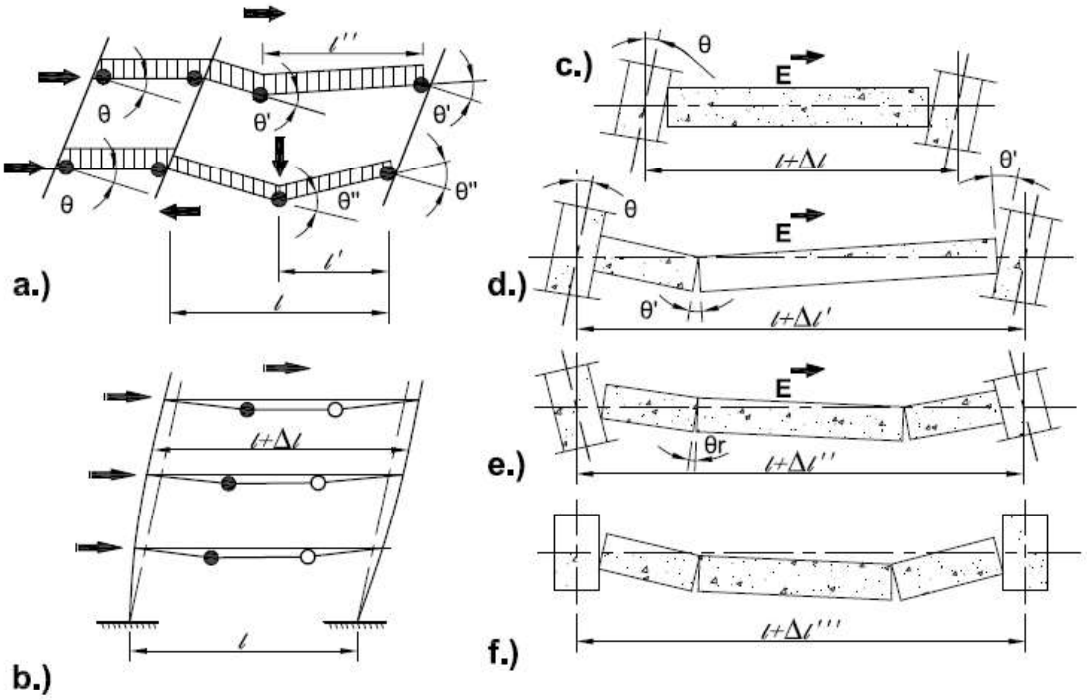


Figura 7. Articulaciones plásticas en vigas.

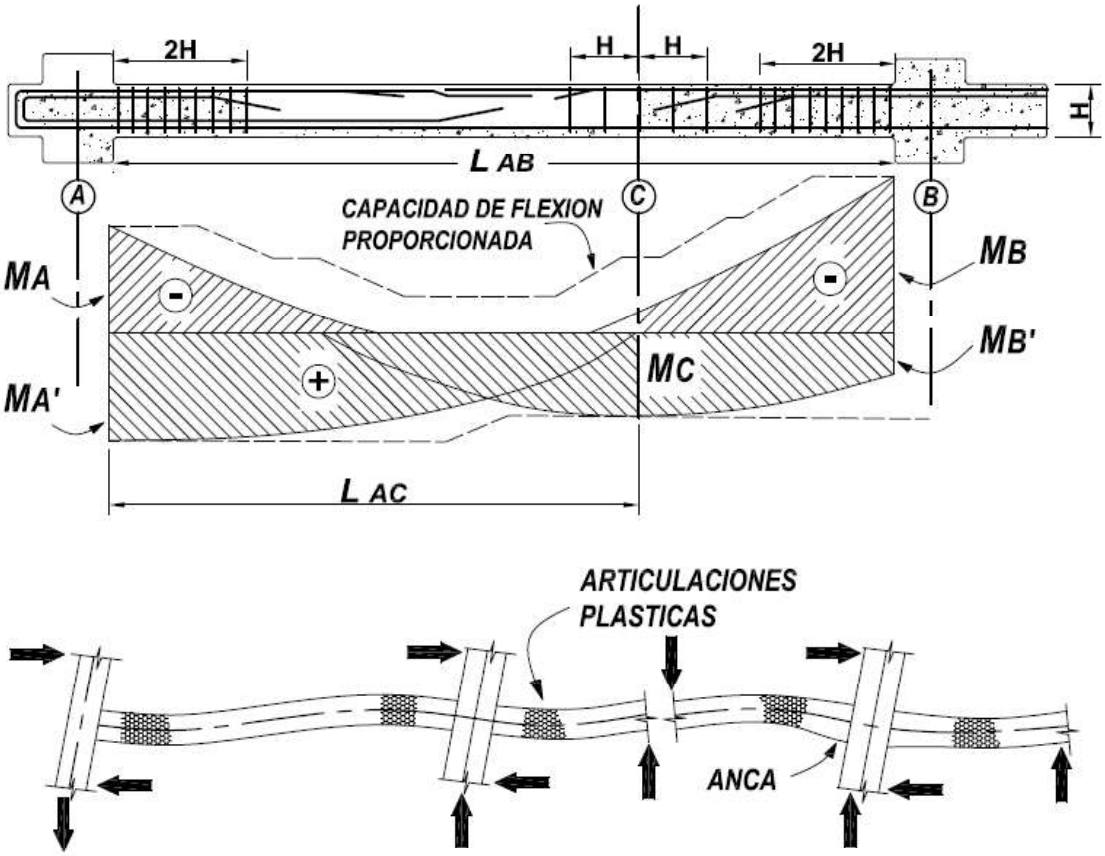


Figura 8. Ubicación potencial de articulaciones plásticas.

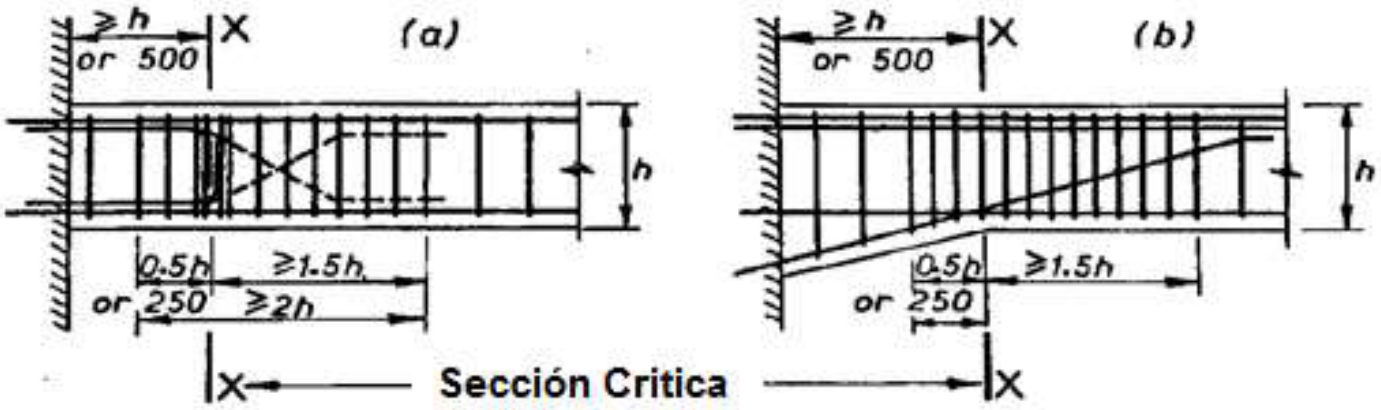
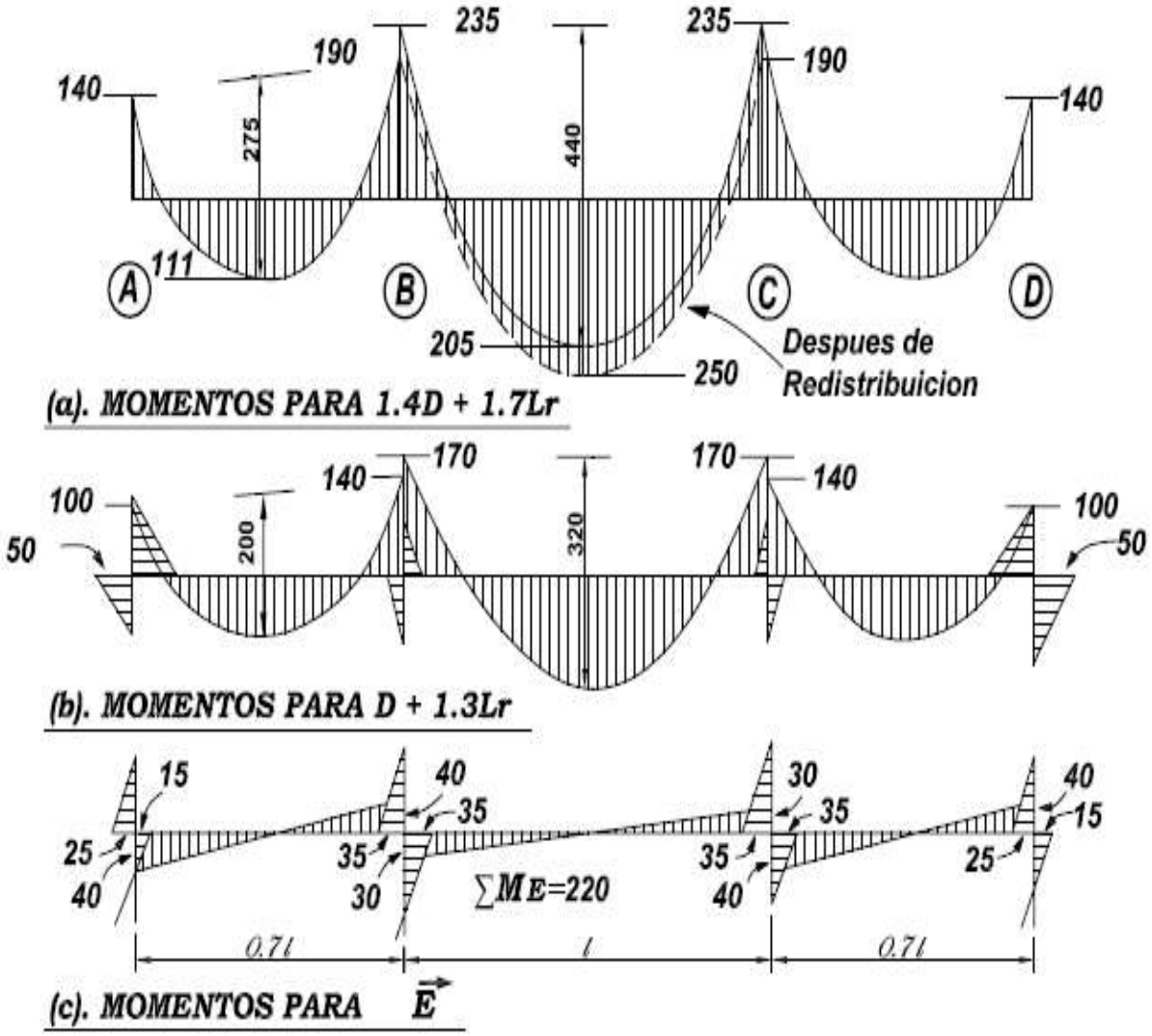
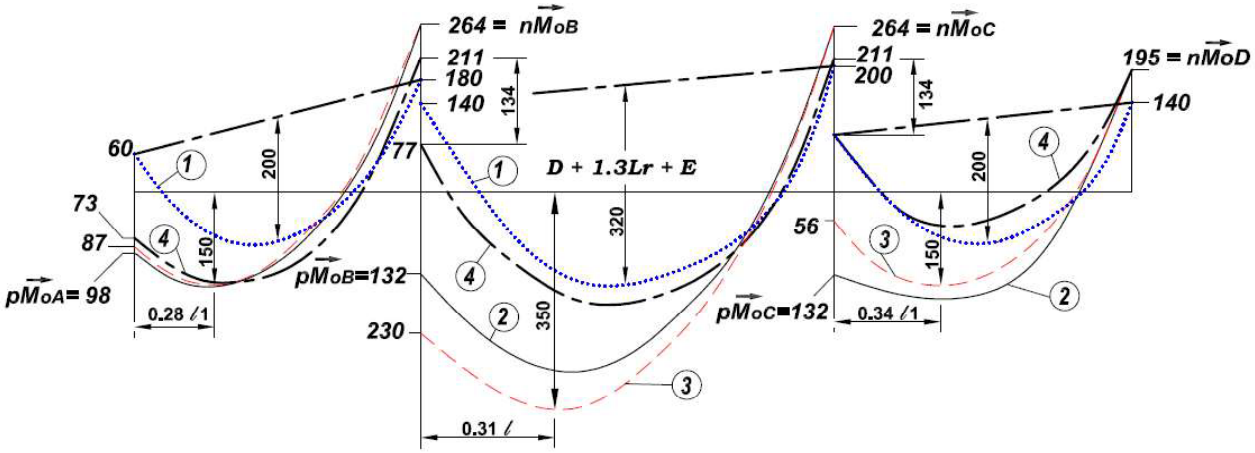
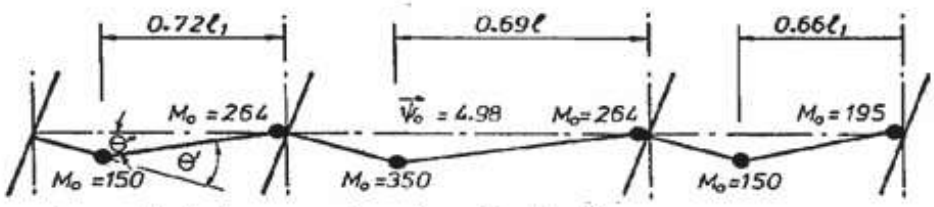


Figura 9. Distancia dearticulación plástica de la viga a partir del rostro de columna, medidas en milímetros.

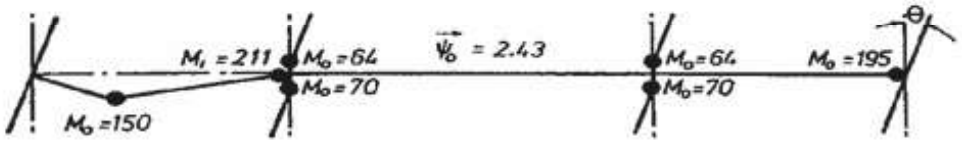




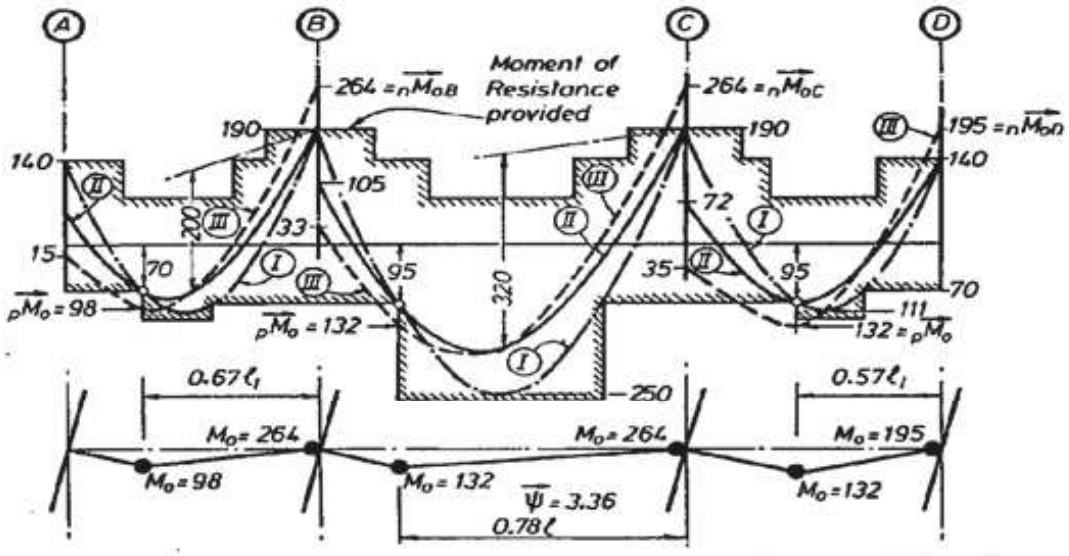
(d). PATRONES DE MOMENTO ALTERNATIVOS



(e) Mecanismo de balanceo viga de articulación



(f) Mecanismo de balanceo de articulación viga y columna



(g) Mecanismo de balanceo de viga con una posición óptima de articulaciones plásticas

Figura 10. Momento de viga y patrones de articulación plástica para una carga simétrica de tres vanos gravedad-Carga-dominado por la estructura.

HIPÓTESIS DE DISEÑO

Equilibrio de las fuerzas y compatibilidad de las deformaciones

El cálculo de la resistencia de un elemento o de una sección transversal mediante el Método de Diseño por Resistencia exigeque se satisfagan dos condiciones básicas: ***(1) equilibrio estático y***

(2) compatibilidad de las deformaciones.

La primera condición exige que las fuerzas de compresión y tracción que actúan en la sección transversal para la resistencia"última" estén en equilibrio, mientras que la segunda condición exige que también se satisfaga la compatibilidad entre lasdeformaciones del hormigón y de la armadura bajo condición "última" dentro de las hipótesis de diseño permitidas por elcódigo.

El término ***"último"*** es muy utilizado en relación con el Método de Diseño por Resistencia. Pero es necesario tener en cuentaque la resistencia ***"nominal"*** calculada de acuerdo con los requisitos del código puede no necesariamente ser el valor último real.

Dentro de las hipótesis de diseño permitidas, se desprecian algunas de las propiedades de los materiales y se establecenotros límites conservadores para utilizar en el diseño práctico. Esto contribuye a la posibilidad de que la ***"resistencia última"*** seamenor que la obtenida mediante ensayos.

La resistencia nominal calculada se debería considerar exclusivamente como unaresistencia definida por el código. En consecuencia, al definir la resistencia calculada de un elemento no se utiliza el término"último," sino que se usa el término "nominal."

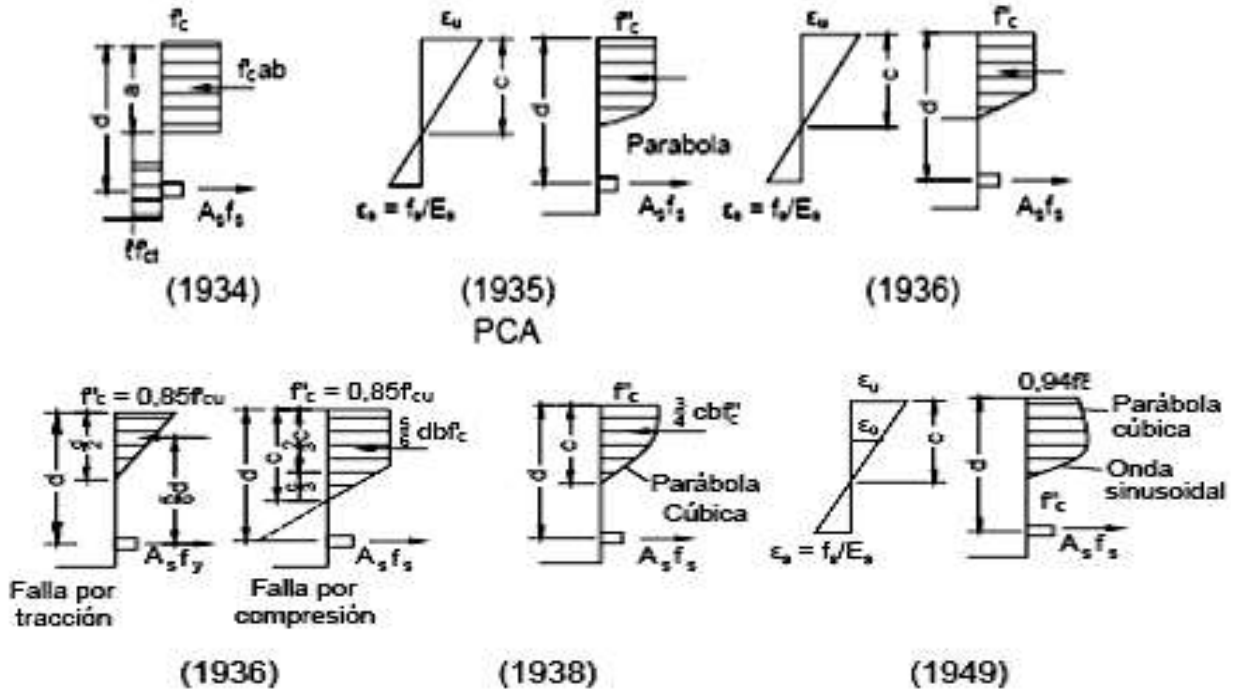


Figura 11. Desarrollo de algunas teorías de resistencia última para flexión

Hipótesis de diseño #1

Las deformaciones específicas en la armadura y en el hormigón se deben suponer directamente proporcionales a ladistancia desde el eje neutro.

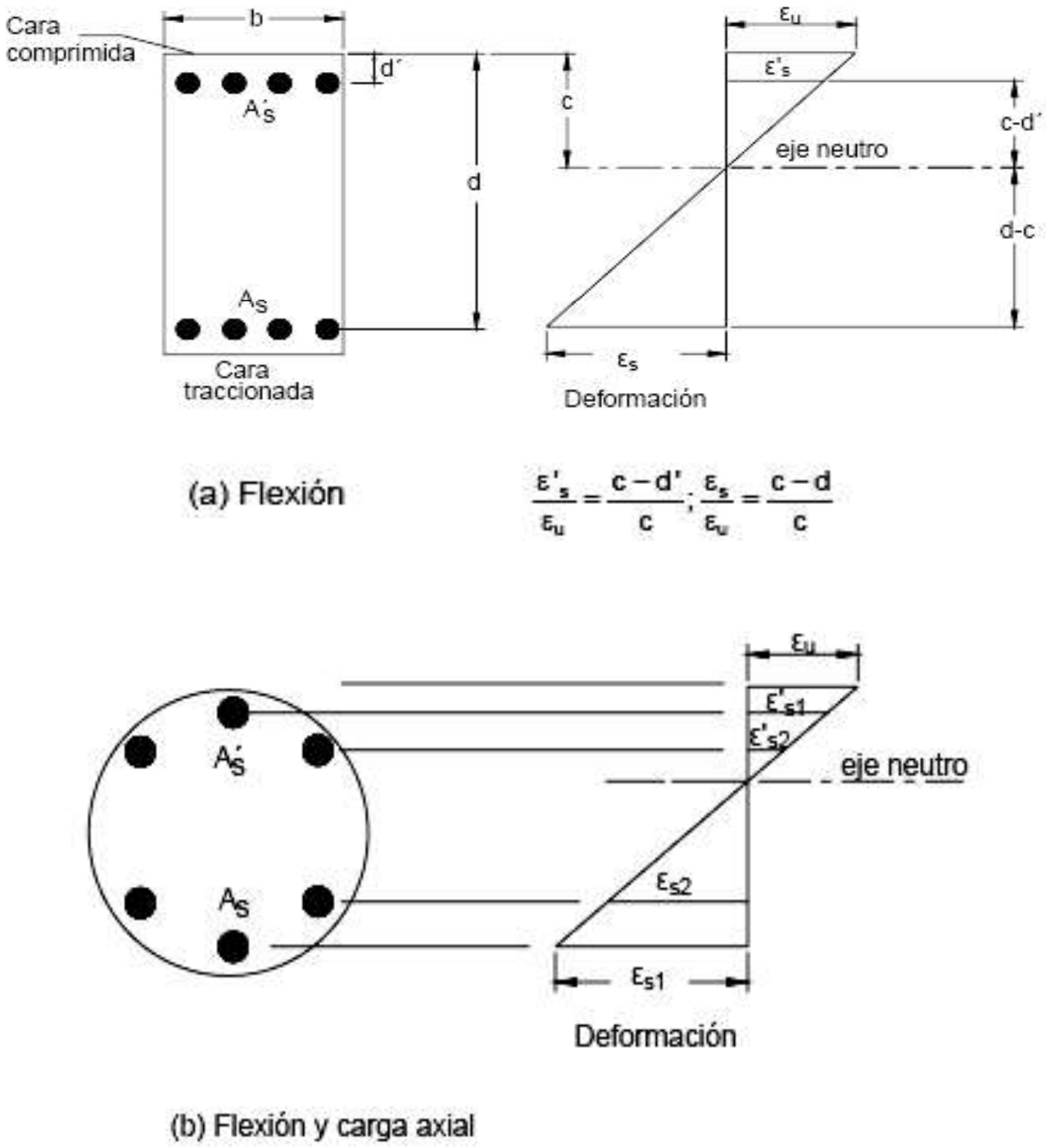


Figura 12. Variación supuesta de la deformación específica.

Hipótesis de diseño #2

La máxima deformación utilizable en la fibra comprimida extrema del hormigón se asumirá igual a $\varepsilon_u = 0.003$.

La máxima deformación específica de compresión del hormigón para el aplastamiento del hormigón se ha medido ennumerosos ensayos tanto en elementos de hormigón simple como de hormigón armado. Los resultados de ensayos realizados enuna serie de modelos de vigas y columnas de hormigón armado, indican que la máximadeformación específica del hormigón varía entre 0.003 y valores de hasta 0.008. Sin embargo, para los **casos prácticos** lamáxima deformación específica **es de 0.003 a 0.004**; Aunque la máximadeformación disminuye a medida que aumenta la resistencia a la compresión del hormigón, el valor 0.003 permitido para eldiseño es razonablemente conservador. En algunos países los códigos especifican para el diseño un valor de **0.0035**, lo cualrepresenta una diferencia muy pequeña en cuanto a la resistencia calculada de un elemento.

Hipótesis de diseño #3

La tensión en la armadura f_s por debajo de la tensión de fluencia f_y se tomará como E_s por la deformación específica delacero ε_s.

Para deformaciones específicas mayores que f_y/E_s, la tensión en la armadura se considerará independiente de ladeformación, igual a f_y.

En las armaduras conformadas es razonable suponer que, para tensiones por debajo de la tensión de fluencia, la tensión esproporcional a la deformación específica. Para el diseño práctico, en los cálculos de resistencia se desprecia el aumento de laresistencia debido al efecto de endurecimiento por deformación de la armadura (relación tensión-deformación real del acero).

La fuerza desarrollada en la armadura de tracción o de compresión es función de la deformación específica en la armadura $\boldsymbol{\varepsilon_s}$, yse puede calcular de la siguiente manera:

Cuando $\varepsilon_s \leq \varepsilon_y$ (deformación de fluencia):

$$f_S = E_S\varepsilon_S \qquad A_sf_y = A_s\,E_s\varepsilon_s$$

Cuando $\varepsilon s \geq \varepsilon y$:

$$f_s = E_s\varepsilon_s = f_y \qquad A_sf_y = A_sf_y$$

Siendo ε_s el valor del diagrama de deformación correspondiente a la ubicación de la armadura; Para el diseño, elmódulo de elasticidad del acero de la armadura, Es, se toma como 29,000,000 psi.

Hipótesis de diseño #4

En el diseño de los elementos de hormigón armado solicitados a flexión se deberá despreciar la resistencia a la tracción del hormigón.

La resistencia a la tracción del hormigón solicitado a flexión, conocida como **módulo de rotura**, es una propiedad más variable que la resistencia a la compresión, y su valor es de aproximadamente 8% a 12% de la resistencia a la compresión. El valor de diseño generalmente aceptado para el hormigón de peso normal es 7,5 raíz cuadrada de f'_{cf}. Esta resistencia a la tracción del hormigón solicitado a flexión se desprecia en el diseño por resistencia. Para los elementos

con los porcentajes de armadura habituales, las resistencias calculadas concuerdan con los resultados de ensayo. Para porcentajes de armadura muy pequeños, despreciar la resistencia a la tracción del hormigón resulta una práctica conservadora. Sin embargo, se debe tener en cuenta que la resistencia del hormigón solicitado a tracción es importante desde el punto de vista de la fisuración y las flechas (comportamiento en servicio).

Hipótesis de diseño #5

La relación entre la tensión de compresión en el hormigón y la deformación específica del hormigón se deberá suponer rectangular, trapezoidal, parabólica o de cualquier otra forma que de origen a una predicción de la resistencia que concuerde en forma sustancial con los resultados de ensayos.

Esta hipótesis reconoce la distribución inelástica de las tensiones en el hormigón cuando está sujeto a tensiones elevadas. Amedida que se va acercando a la tensión máxima, la relación tensión-deformación del hormigón deja de ser lineal (la tensión yano es proporcional a la deformación).

En la Figura 13 se ilustra la relación tensión-deformación del hormigón. La forma de lascurvas es básicamente función de la resistencia del hormigón, y consiste en una curva que crece desde cero hasta un máximocorrespondiente a una deformación específica de compresión de entre 0.0015 y 0.002 seguida de una curva descendente hastauna deformación específica última (que corresponde al aplastamiento del hormigón) que varía entre 0.003 y hasta 0.008.

Comoya se mencionó al hablar de la Hipótesis de Diseño #2, el código fija la máxima deformación utilizable del hormigón igual a0.003 para el diseño. Las curvas muestran que la relación tensión-deformación para el hormigón se vuelve considerablementeno lineal para niveles de tensión mayores que 0,5 f´c.

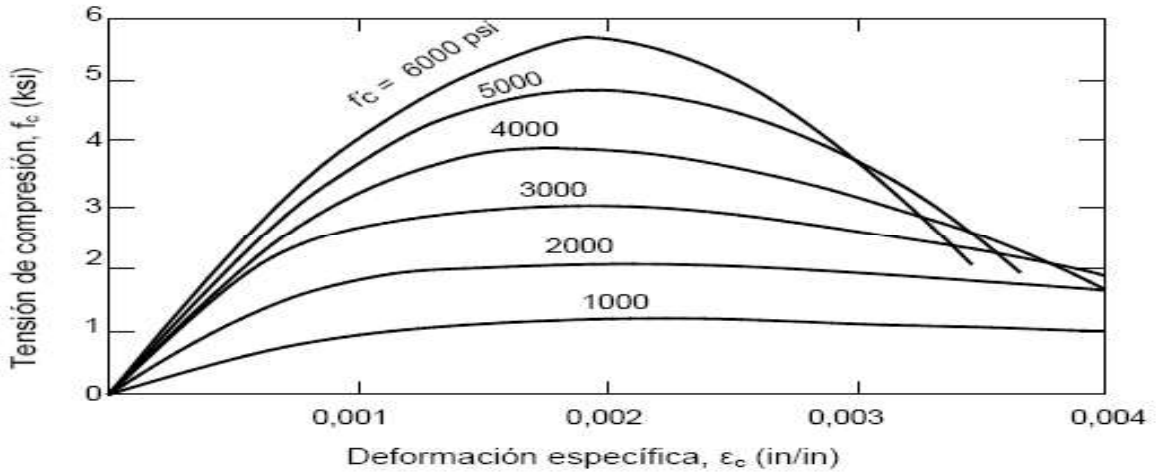


Figura 13. Curvas tensión-deformación típica para el hormigón

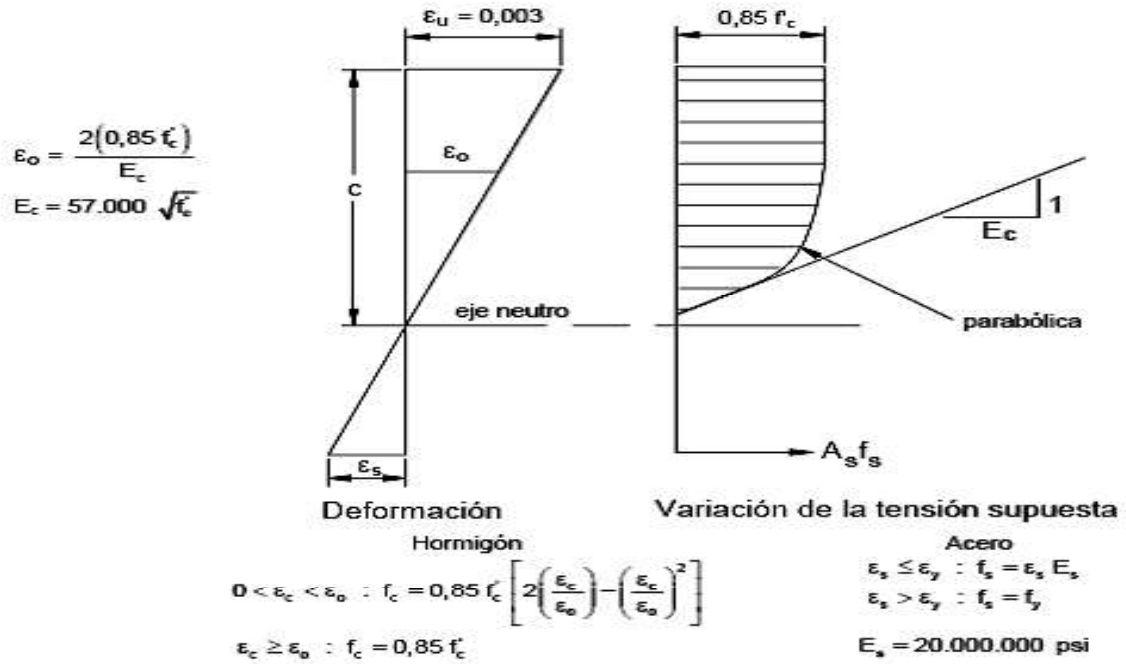


Figura 14. Relación tensión-deformación adoptada por la PCA

Hipótesis de diseño #6

Los requisitos de 10.2.6 de ACI se pueden considerar satisfechos con una distribución rectangular de tensiones equivalente en el hormigón definida de la siguiente manera: *Se asumirá una tensión en el hormigón de 0.85f'c uniformemente distribuida en una zona de compresión equivalente limitada por los bordes de la sección transversal y una recta paralela al eje neutro ubicada a una distancia* $a = \beta_1 C$ *a partir de la fibra con máxima deformación específica de compresión. La distancia c entre la fibra con máxima deformación específica de compresión y el eje neutro se deberá medir en dirección perpendicular a dicho eje. El factor* β_1 *se deberá tomar igual a 0.85 para resistencias f'c de hasta 4,000 psi y se deberá disminuir de forma progresiva en 0.05 por cada 1,000 psi de resistencia en exceso de 4,000 psi, pero* β_1 *no se deberá tomar menor que 0.65.*

Los hormigones de resistencia más elevada presentan una geometría más lineal, con menos comportamiento inelástico. Paralograr una buena aproximación del bloque de tensiones para hormigones con resistencias superiores a 4000 psi, se debe reducirla relación β1 entre la profundidad del bloque rectangular de tensiones y la profundidad del eje neutro. Por este motivo el códigode 1963 establecía que **"β_1 se deberá reducir continuamente en 0.05 por cada 1000 psi de resistencia en exceso de 4000 psi".**

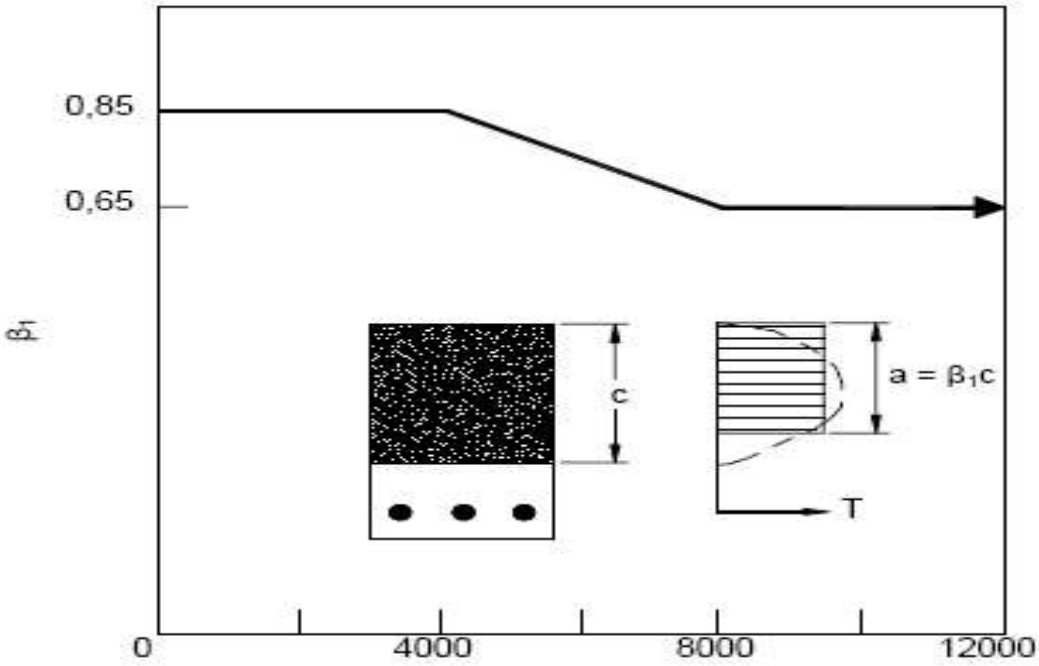


Figura 15. Resistencia a la compresión, f´c (psi)

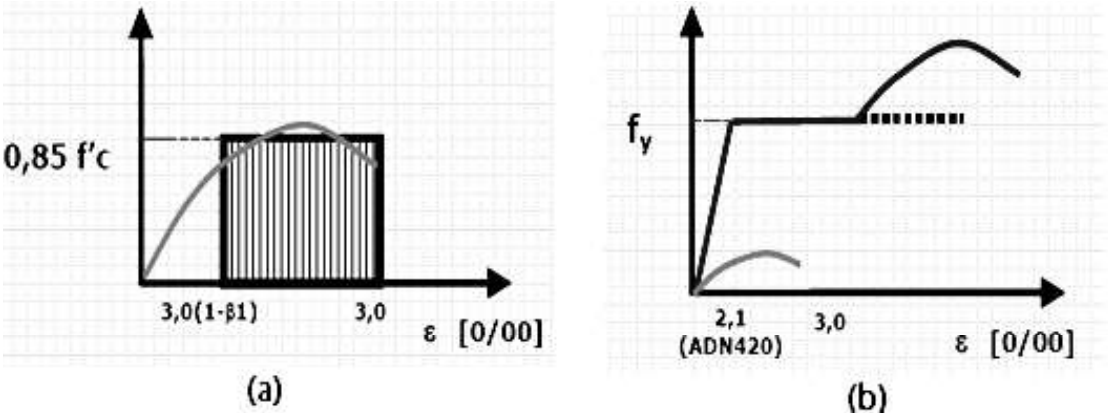


Figura 16. Diagrama Esfuerzo-Deformación, a) Hormigón, b) Acero

Dónde: ACI-318-05 10.2.7.3

$\beta_1 = 0.85$ para $f'_c \leq 30$ Mpa

$\beta_1 = 0.85 - 0.05\,(f'_c - 30\ \text{Mpa})$ para $f'_c > 30$ Mpa

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05\,\frac{f'c - 4000psi}{1000}$$ para $f'_c > 4000$ psi

COLUMNAS

COLUMNAS CORTAS CON ESTRIBOS ESTANDAR

Compresión Pura Resistencia Máxima Con Mu = 0

$$\varnothing P_n = 0.80\,\varnothing\,\{0.85\,f'_c\,(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}\}$$ Ec. 10-2 ACI

Dónde:
Ag = área gruesa del elemento
Ast = área total de acero longitudinal
∅ = 0.65 de acuerdo articulo 9.2

COLUMNAS CORTAS CON ZUNCHOS EN ESPIRAL

Compresión Pura Resistencia Máxima Con Mu = 0

$$\varnothing P_n = 0.85\varnothing\,\{0.85\,f'_c\,(Ag - Ast) + f_y Ast\}$$ Ec. 10-1 ACI

Dónde:
∅ = 0.70 de acuerdo articulo 9.2

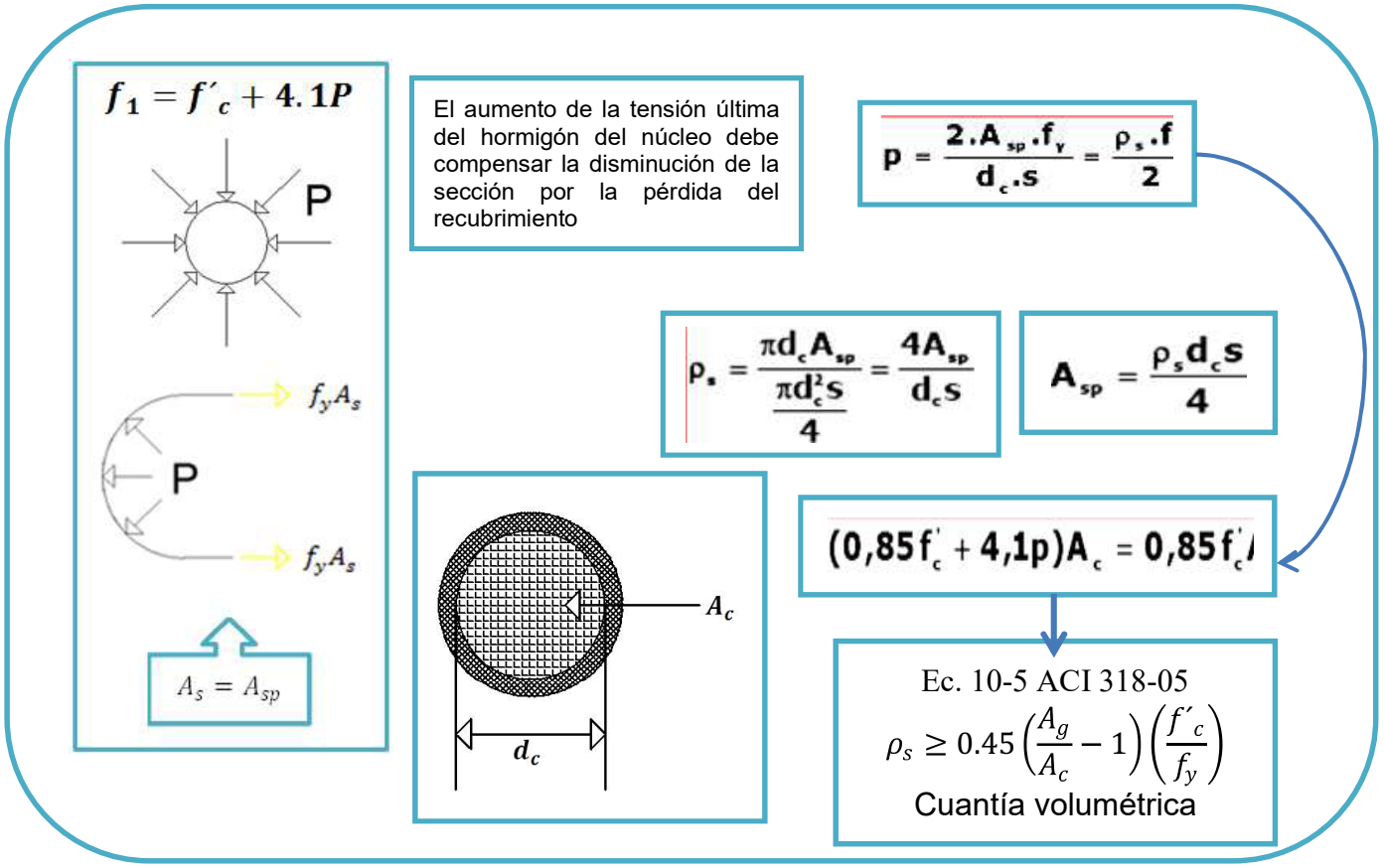


Figura 17. Elementos comprimidos con zunchos en espiral. S:separación entre zunchos

Máxima resistencia a la carga axial

Para la máxima resistencia a la carga axial, P_n(max), como se ilustra en la Figura 18, no está permitido diseñar dentro de la porción sombreada del diagrama de interacción carga-momento. Los valores de 85% y 80% aproximan las resistencias a la carga axial para las relaciones e/h de 0.05 con zunchos y 0,10 con estribos, especificadas en el Código 1977.
En ACI 10.12.3.2 da un momento mínimo (requisito de excentricidad mínima) para elementos esbeltos solicitados a compresión que forman parte de un pórtico indesplazable. Si los momentos de columna mayorados son nulos o muy pequeños, el diseño de estas columnas se debe basar en el momento mínimo Pu (0.6 + 0.03h).

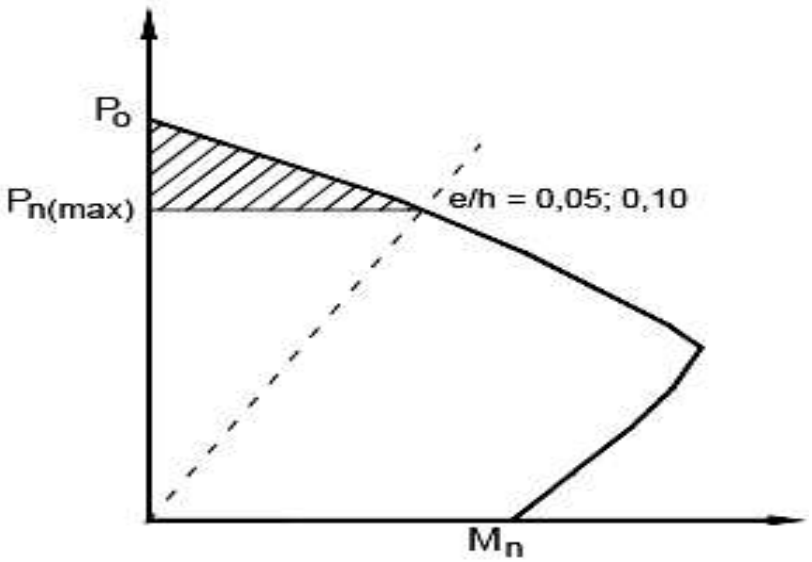


Figura 18. Diagrama Carga-Momento

La resistencia ***"balanceada"*** a la carga y momento define apenas una de las combinaciones de carga y momento posibles en el rango de la relación de interacción carga-momento de una sección transversal solicitada a una combinación de flexión y carga axial.
Bajo compresión pura, la deformación es uniforme en toda la sección transversal y su valor es 0.003. A medida que aumenta la excentricidad de la carga (momento), la deformación de compresión en la ***"cara traccionada"*** gradualmente disminuye hasta llegar a cero, luego se transforma en tracción, llegando a la deformación de fluencia ($\varepsilon_s = \varepsilon_y$) en la condición de deformaciónbalanceada. Para este rango de variación de la deformación, la resistencia de la sección es controlada por la compresión (ε_s =–0.003 a ε_y). Más allá de la condición de deformación balanceada la deformación del acero aumenta gradualmente hasta elestado de flexión pura correspondiente a una excentricidad infinitamente grande (e = ∞).

Para este rango de variación de ladeformación la resistencia es controlada por la tracción ($\varepsilon_s > \varepsilon_y$). A medida que aumenta la excentricidad, cada vez existe mástracción en la sección transversal. Cada una de las numerosas condiciones de deformación posibles ilustradas, en la Figura 19, que describe un punto, P_n y M_n, de la curva carga-momento.

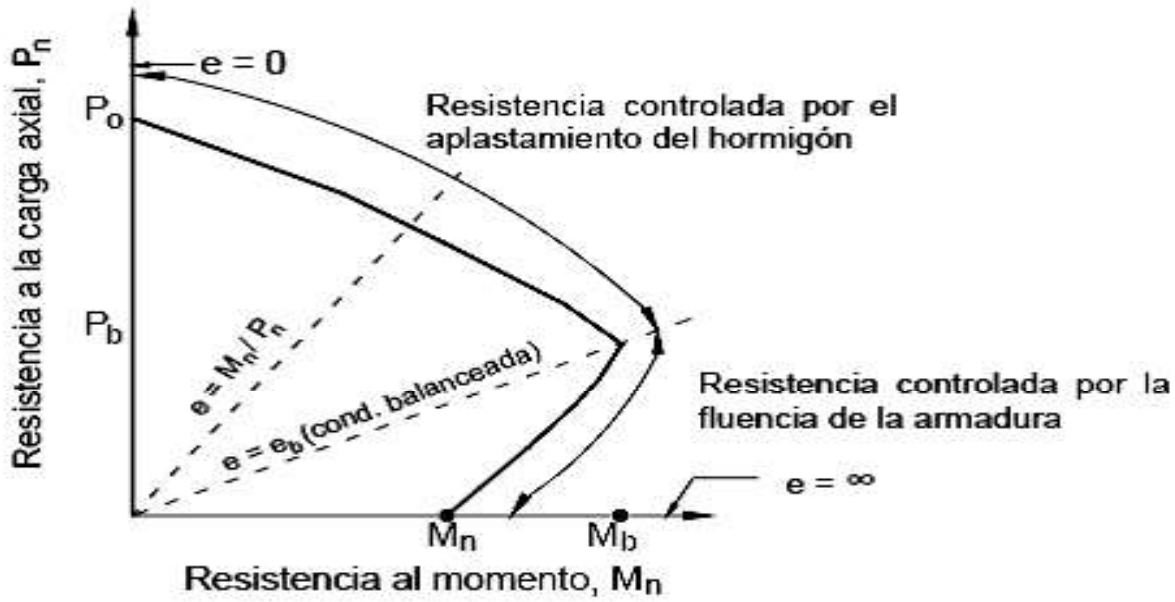


Figura 19. Diagrama de resistencia Carga-Momento

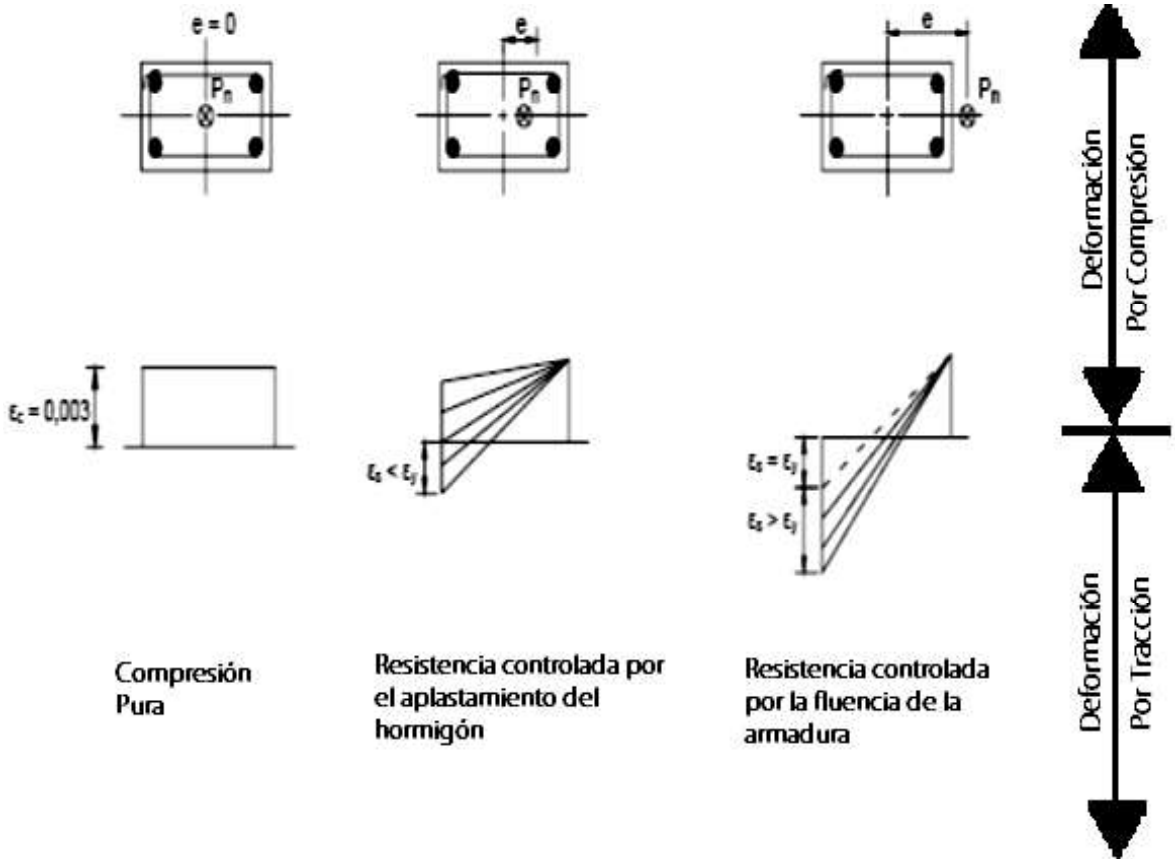


Figura 20. Deformaciones por tracción y deformaciones por compresión.

Diagrama de Interacción Simplificado Columnas Rectangulares

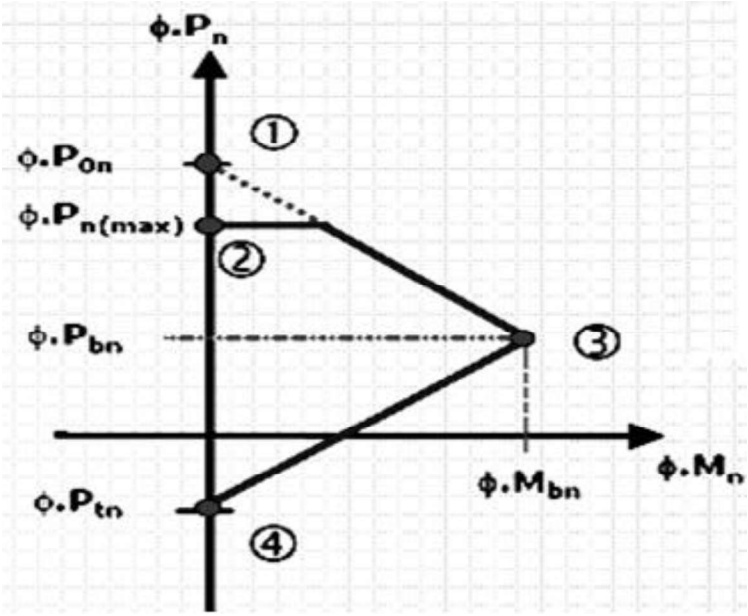


Figura 21. Diagrama de Puntos de Interacción simplificado en columnas rectangulares.

Ecuaciones de los Puntos del diagrama de la figura 21.

1.∅Pn = ∅ {0.85 f´c (Ag – Ast) + fyAst}

2.∅Pn(max) = 0.80 ∅ {0.85 f´c (Ag – Ast) + fyAst}

3.∅Pbn = 0.43 ∅ h b f´c

∅Mbn = ∅Pbn 0.32h+ ∅{0.6Ase + 0.15Ass} fy (h/2 –d´)

4.∅Pbn = ∅fyAst

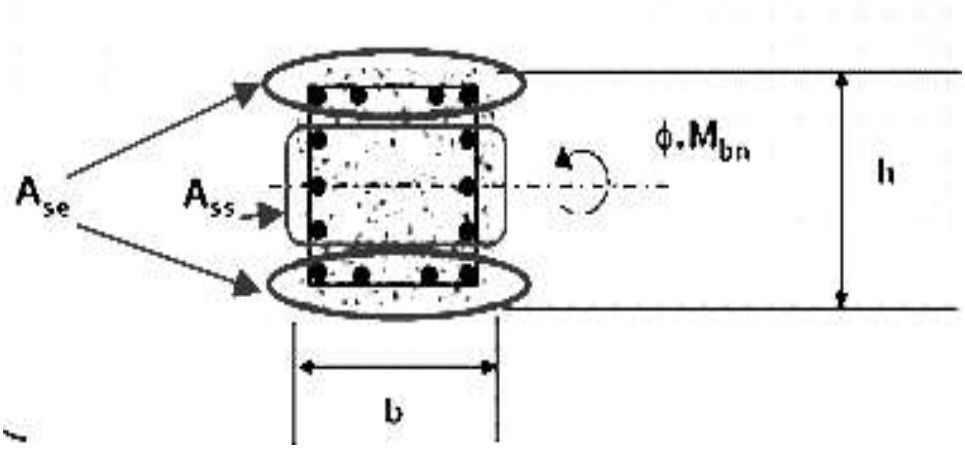


Figura 22. Eje neutro columna rectangular, h, b, A_{ss} y A_{se}.

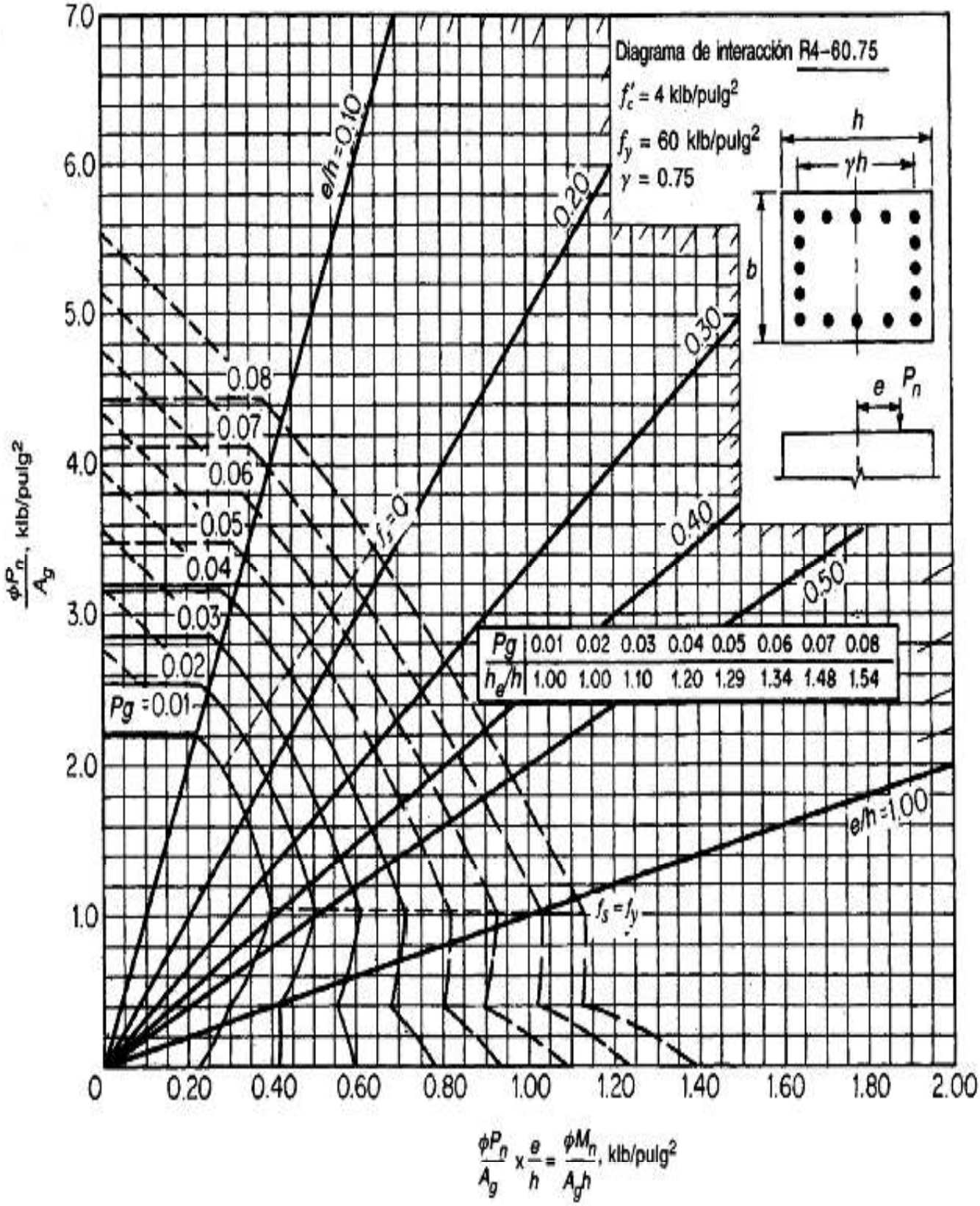


Figura 23. Diagrama de interacción Carga-MomentoR4-60.75

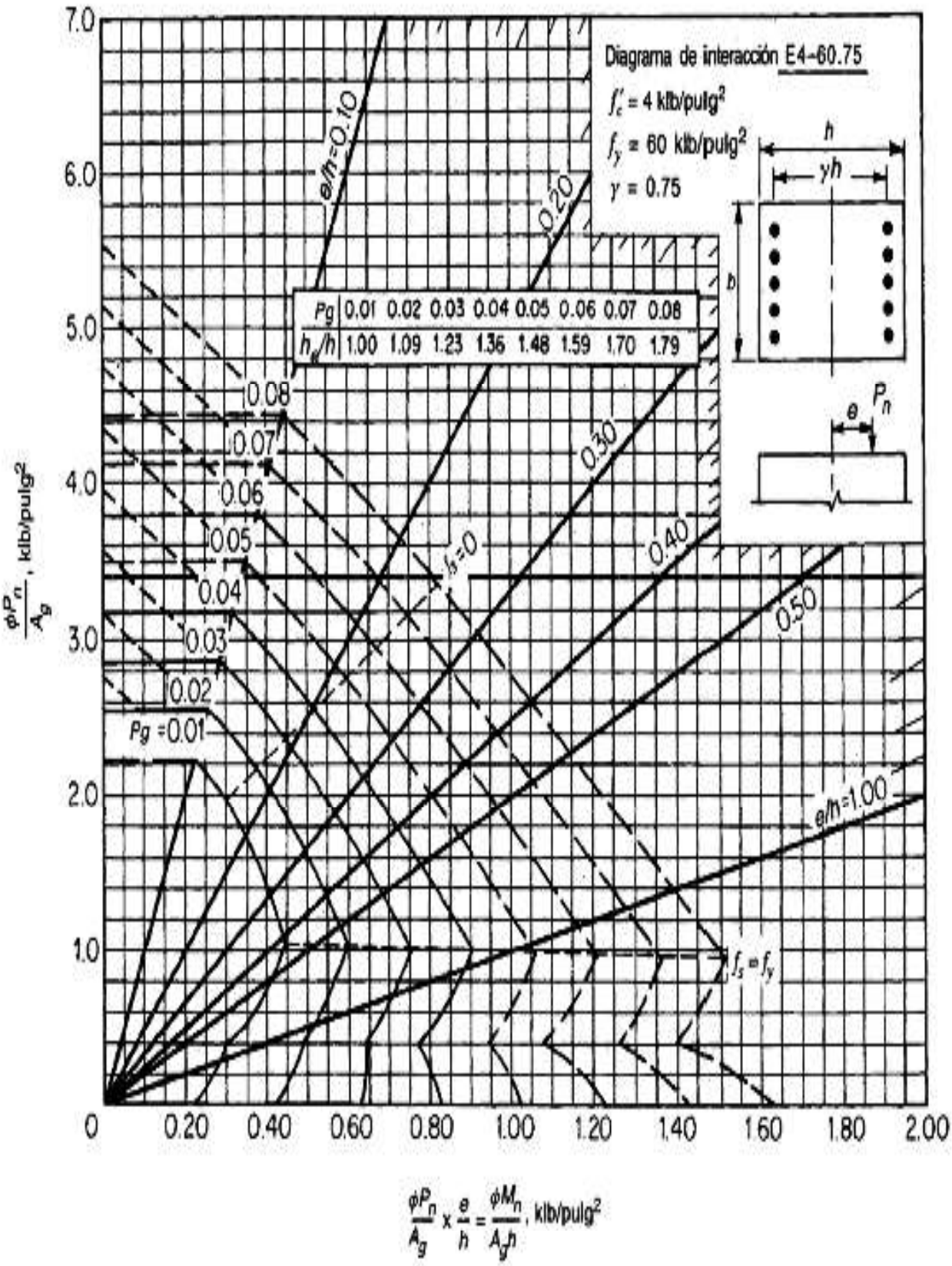


Figura 24. Diagrama de interacción Carga-MomentoE4-60.75

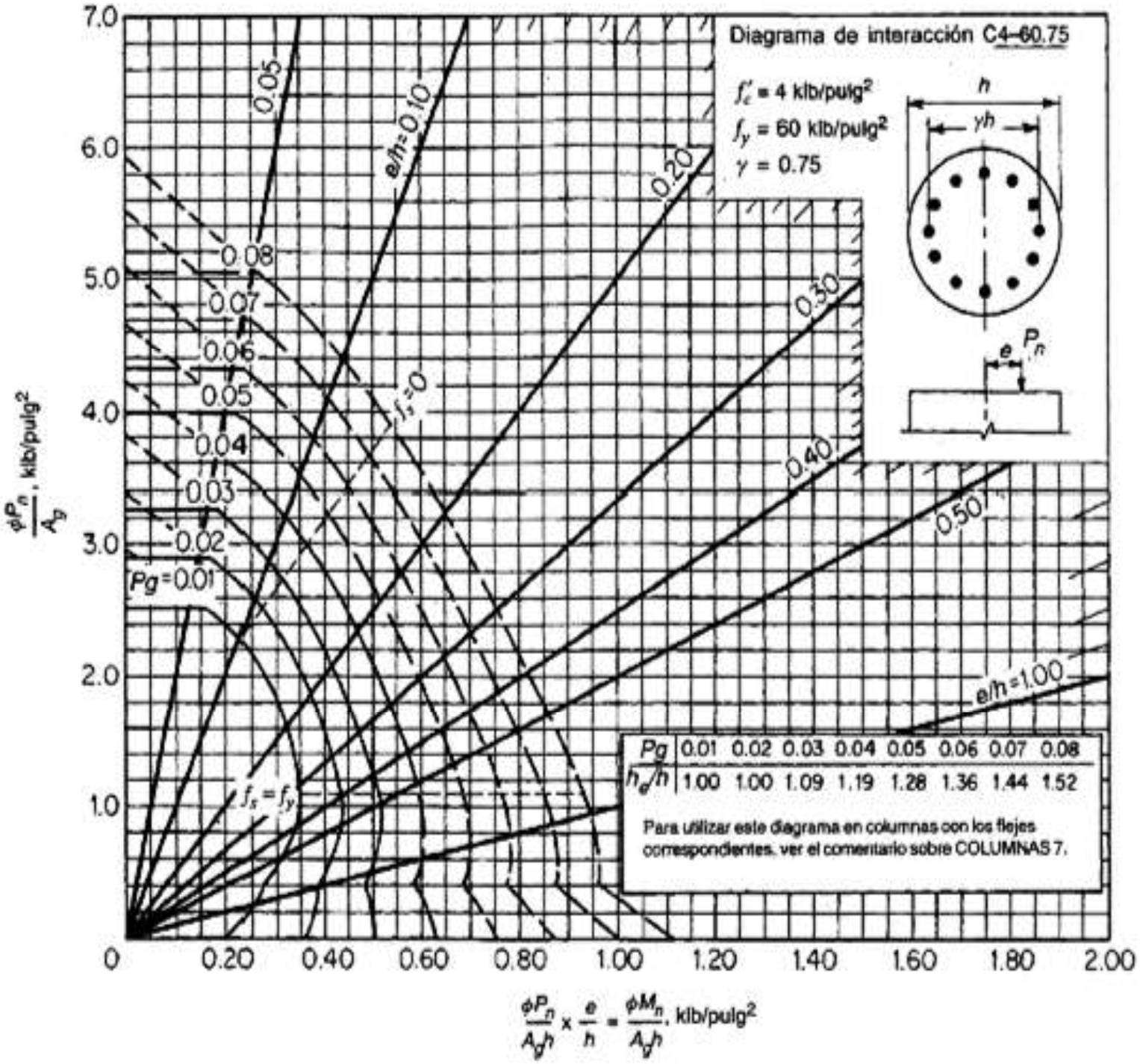


Figura 25. Diagrama de interacción Carga-MomentoC4-60.75

Ejemplo

Dada la sección de columna ilustrada, calcular la resistencia a la combinación de carga axial y momento, P_n y M_n, para las cuatrocondiciones de deformación específica diferentes:

1. La tensión en la barra cerca de la cara traccionada del elemento es igual a cero (fs = 0)
2. La tensión en la barra cerca de la cara traccionada del elemento es igual a 0,5fy (fs = 0,5fy)
3. En el límite para secciones controladas por compresión (εt = 0.002)
4. En el límite para secciones controladas por tracción (εt = 0.005).
Usarf'c = 4000 psi y fy = 60.000 psi.

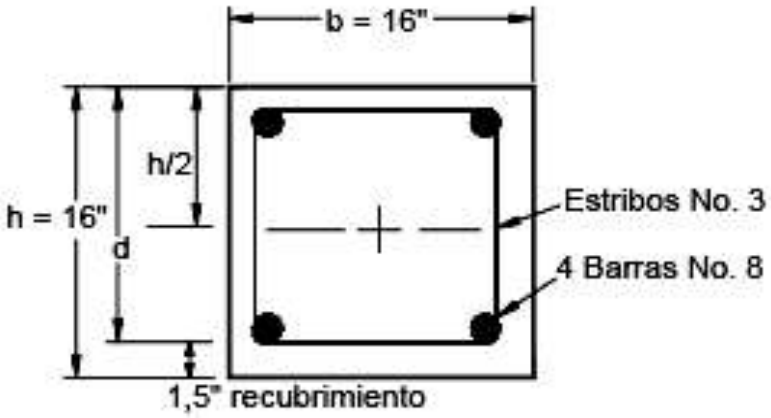


Figura 26. Diagrama del ejemplo

Cálculos y Discusión con Referencia del Código

1. **Resistencia a la combinación de carga y momento, Pn y Mn, para lacondición de deformación 1 (figura 27).**

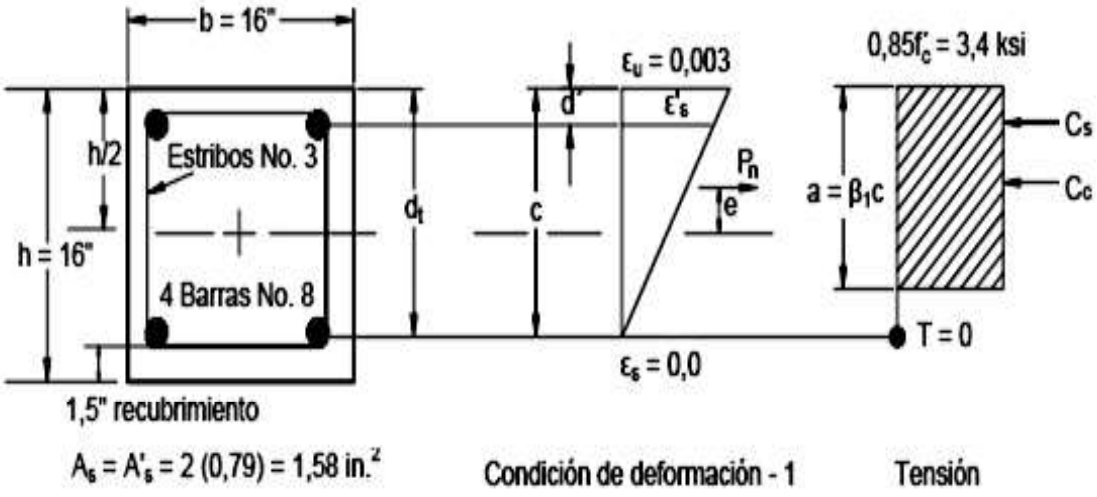


Figura 27. Resistencia Carga-Momento, condición de deformación 1.

a. Definir la distribución de tensiones y determinar los valores de las fuerzas (ACI 10.2.7)

$$d' = \text{Recubrimiento} + \text{diámetro estribo No. 3} + \frac{d_b}{2}$$

= 1,5 + 0,375 + 0,5 = 2,38 in.

dt = 16 – 2,38 = 13,62 in.

Como εs = 0: c = dt = 13.62 in. 10.2.7.2

a = β1 c = 0,85 (13,62) = 11,58 in. ***(ACI 10.2.7.1)***

Siendo β1 = 0,85 para f'c = 4000 psi ***(ACI 10.2.7.3)***

Cc = 0,85f'cba = 0,85 × 4 × 16 × 11,58 = 630.0 kips ***(ACI 10.2.7)***

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{60}{29{,}000} = 0.00207 \qquad \textit{(ACI 10.2.4)}$$

De la condición de compatibilidad de las deformaciones: ***(ACI 10.2.2)***

$$\boldsymbol{\varepsilon'_s = \varepsilon_u \left(\frac{c - d'}{c}\right)}$$

$$= \mathbf{0.003}\left(\frac{\mathbf{13.62 - 2{,}38}}{\mathbf{13.62}}\right) = \mathbf{0.00248}$$

$$\mathbf{0.00248} > \varepsilon_y = \mathbf{0.00207}$$

$$\varepsilon_y = 0.00207$$

El acero comprimido ha entrado en fluencia.

Cs = A'sfy = 1,58 (60) = 94.8 kips

b. Determinar Pn y Mn a partir de la condición de equilibrio estático.

Pn = Cc + Cs = 630.0 + 94.8 = 724.8 kips

$$M_n = P_n * e$$

$$M_n = C_c\left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + C_s\left(\frac{h}{2} - d'\right)$$

= 630 (8,0 – 5,79) + 94,8 (8,0 – 2,38) = 1925,1 in.-kips = 160,4 ft-kips

$$e = \frac{M_n}{P_n} = \frac{1925.1}{724.8} = 2.66\ in$$

Por lo tanto, para la condición εs = 0: ***(ACI 9.3.2.2)***

Resistencia a la carga axial de diseño: φ Pn = 0,65 (724,8) = 471,1 kips

Resistencia al momento de diseño: φ Mn = 0,65 (160,4) = 104,3 ft-kip

2. Resistencia a la combinación de carga y momento, Pn y Mn, para la condición de deformación 2:

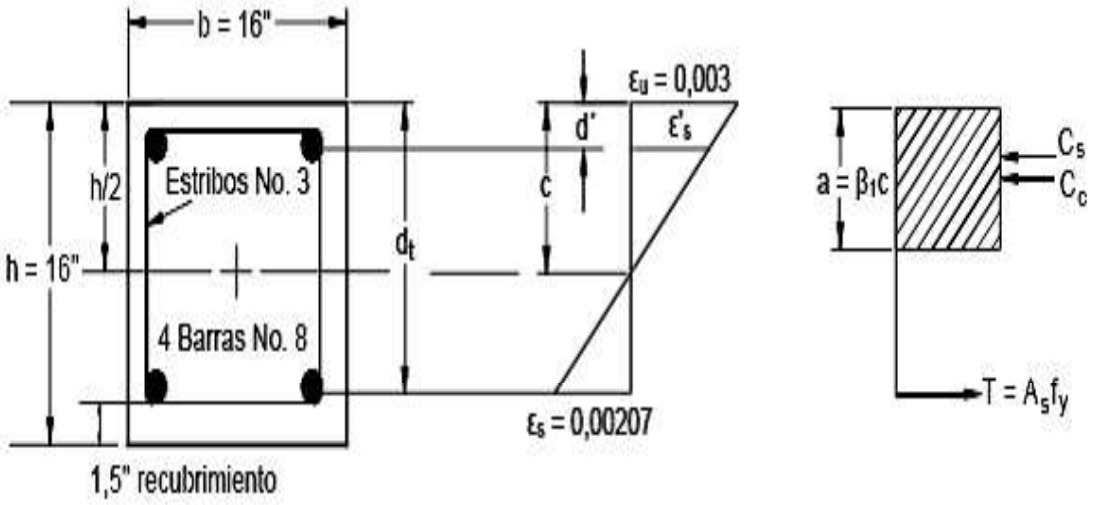


Figura 28. Condiciones de deformaciones 2

a. Definir la distribución de tensiones y determinar los valores de las fuerzas

d'=2,38 in.;dt= 13,62 in. ***(ACI 10.2.7)***

De la condición de compatibilidad de las deformaciones:

$$\frac{c}{0,003} = \frac{d_t - c}{0,5\,\varepsilon_y} \qquad c = \frac{0,003\,d_t}{0,5\varepsilon_y + 0,003} = \frac{0,003 \times 13,62}{0,00104 + 0,003} = 10,13\ \text{in.}$$

Deformación específica en la armadura comprimida:

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_u\left(\frac{c-d'}{c}\right) = 0,003\left(\frac{10,13\times 2,38}{10,13}\right) = 0,00230 > \varepsilon_y = 0,00207$$

El acero comprimido ha entrado en fluencia.

$a = \beta_1 c = 0,85\ (10,13) = 8,61$ in.

$C_c = 0,85\ f'_c ba = 0,85 \times 4 \times 16 \times 8,61 = 468,4$ kips

$C_s = A'_s\ f_y = 1,58\ (60) = 94,8$ kips

$T = A_s\ f_s = A_s\ (0,5\ f_y) = 1,58\ (30) = 47,4$ kips

b. Determinar Pn y Mn a partir de la condición de equilibrio estático.

$$P_n = C_c + C_s - T = 468,4 + 94,8 - 47,4 = 515,8 \text{ kips}$$

$$M_n = P_n\ e = C_c\left(\frac{h}{2}-\frac{a}{2}\right)+C_s\left(\frac{h}{2}+d'\right)+T\left(d-\frac{h}{2}\right)$$

$$= 468,4\ (8,0-4,31) + 94,8\ (8,0-2,38) + 47,4\ (13,62-8,0)$$

$$= 2527,6 \text{ in.-kips} = 210,6 \text{ ft-kips}$$

$$e = \frac{M_n}{P_n} = \frac{2527,6}{515,8} = 4,90 \text{ in.}$$

Por lo tanto, para la condición $\varepsilon s = 0,5\varepsilon y$:
Resistencia a la carga axial de diseño: $\varphi Pn = 0,65\ (515,8) = 335,3$ kips
Resistencia al momento de diseño: $\varphi Mn = 0,65\ (210,6) = 136,9$ ft-kip

3. Resistencia a la combinación de carga y momento, Pn y Mn, para la condición de deformación 3:

a. Definir la distribución de tensiones y determinar los valores de las fuerzas

d' = 2,38 in.; dt = 13,62 in.

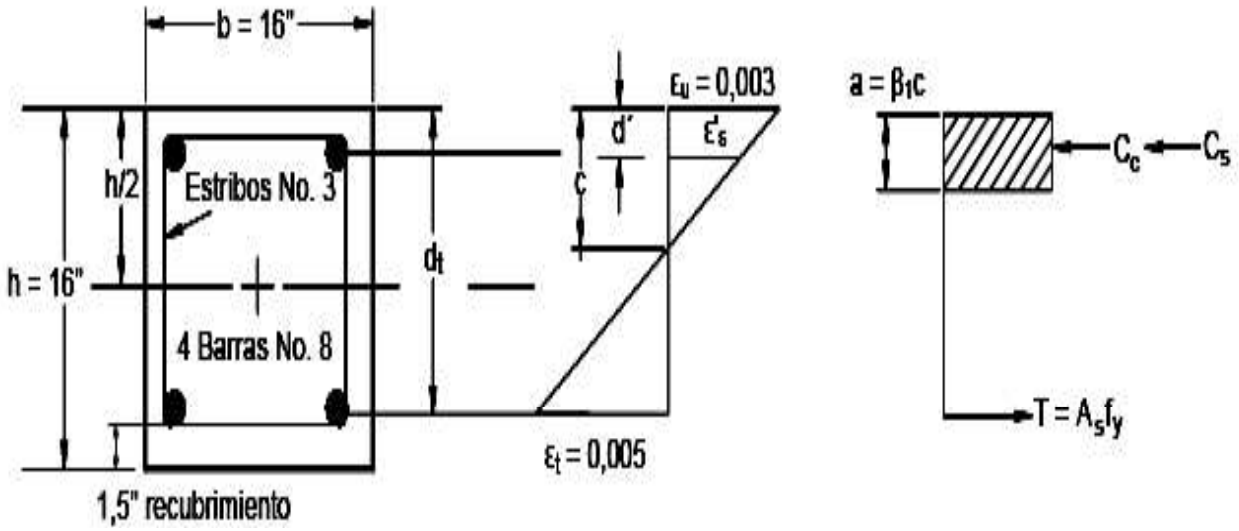


Figura 29. Condición de deformación 4

De la condición de compatibilidad de las deformaciones:

$$\frac{c}{0.003} = \frac{d_t - c}{\varepsilon_y} \quad c = \frac{0.003 d_t}{\varepsilon_y + 0.003} = \frac{0.003 * 13.62}{0.00207 + 0.003}$$
$$= 8.06\ in$$

Nota: El código permite usar el valor 0.002 como el límite de la deformación específica para secciones controladas por compresión con acero Grado 60. Una práctica más conservadora, a la vez que más consistente, es utilizar la deformación de fluencia 0.00207.

Deformación específica en la armadura comprimida:

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_u \left(\frac{c - d'}{c} \right) = 0,003 \left(\frac{8,06 \times 2,38}{8,06} \right) = 0,00211 > \varepsilon_y = 0,00207$$

El acero comprimido ha entrado en fluencia.

a = β1 c = 0.85 (8.06) = 6.85 in. ***(ACI 10.2.7.1)***
Cc = 0.85 f'cba = 0.85 × 4 × 16 × 6.85 = 372.7 kips ***(ACI 10.2.7)***
Cs = A's fy = 1.58 (60) = 94.8 kips

T = Asfs = As fy = 1.58 (60) = 94.8 kips

b. Determinar Pn y Mn a partir de la condición de equilibrio estático.

Pn = Cc + Cs – T = 372,7 + 94,8 – 94,8 = 372,7 kips

$$M_n = P_n\, e = C_c\left(\frac{h}{2}-\frac{a}{2}\right)+C_s\left(\frac{h}{2}+d'\right)+T\left(d-\frac{h}{2}\right)$$

= 372,7 (8,0 – 3,43) + 94,8 (8,0 – 2,38) + 94,8 (13,62 – 8,0)

= 2770,5 in.-kips = 230,9 ft-kips

$$e = \frac{M_n}{P_n} = \frac{2770.5}{372.7} = 7.43\ in$$

Por lo tanto, para la condición εs = εy: ***(ACI 9.3.2.2)***

Resistencia a la carga axial de diseño: φ Pn = 0.65 (372.7) = 242.3 kips

Resistencia al momento de diseño: φ Mn = 0.65 (230.9) = 150.1 ft-kip

b. Determinar Pn y Mn a partir de la condición de equilibrio estático.
Pn = Cc + Cs – T = 236.2 + 73.5 – 94.8 = 214.9 kips

$$M_n = P_n\, e = C_c\left(\frac{h}{2}-\frac{a}{2}\right)+C_s\left(\frac{h}{2}+d'\right)+T\left(d-\frac{h}{2}\right)$$

= 236,2 (8,0 – 2,32) + 73,5 (8,0 – 2,38) + 94,8 (13,62 – 8,0)
= 2287,4 in.-kips = 190,6 ft-kips

$$e = \frac{M_n}{P_n} = \frac{2287.4}{214.9} = 10.64\ in$$

Por lo tanto, para la condición ε_s = 0.005: ***(ACI 9.3.2.2)***

Resistencia a la carga axial de diseño: φ Pn = 0.9 (214.9) =193.4 kips

Resistencia al momento de diseño: φ Mn = 0.9 (190.6) = 171.5 ft-kip

En la figura 30 se ilustra un diagrama de interacción completo para esta columna.

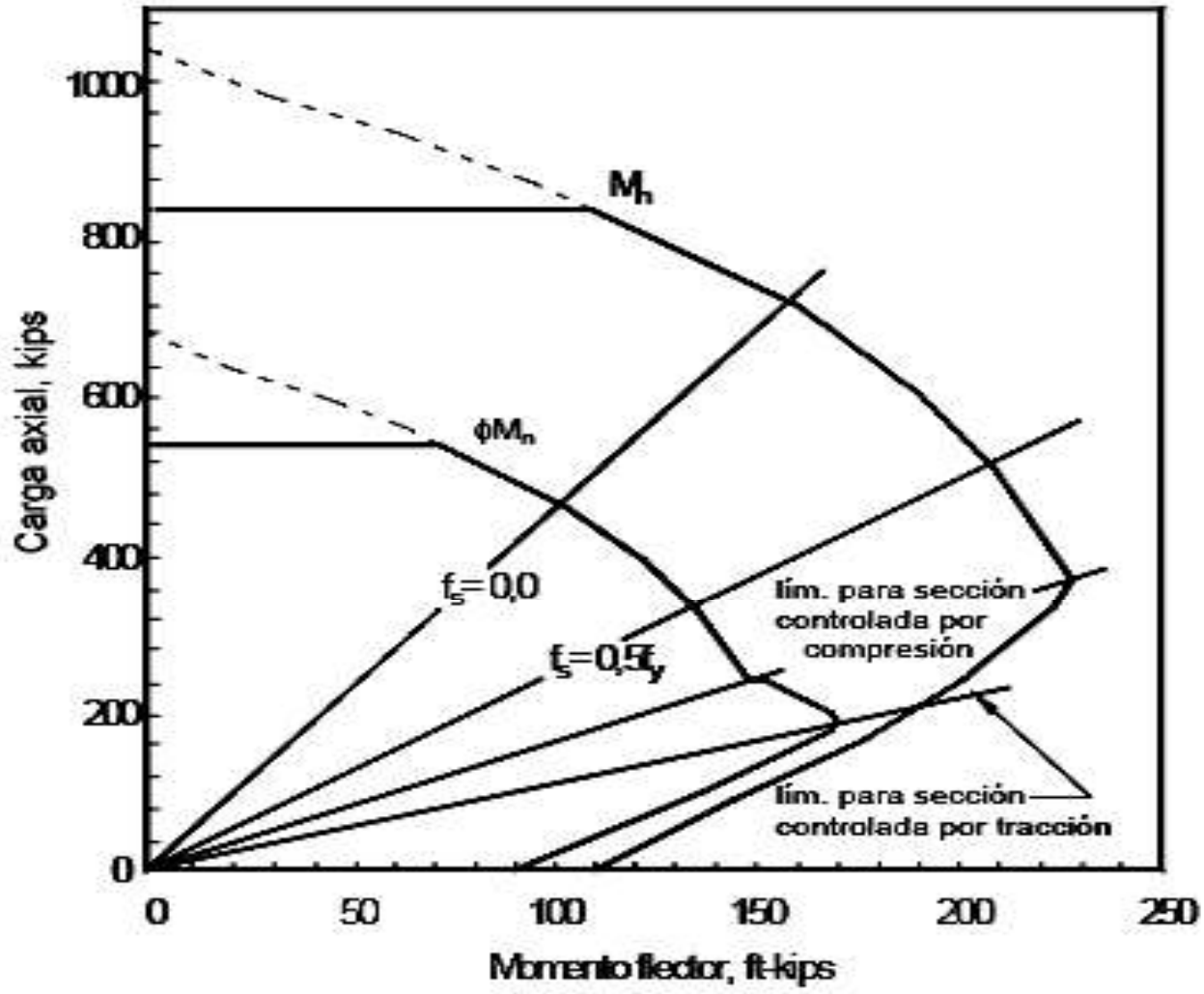


Figura 30. Diagrama de interacción del ejemplo de columnas.

Características Del Refuerzo Lateral

Zonas Sísmicas 3 & 4

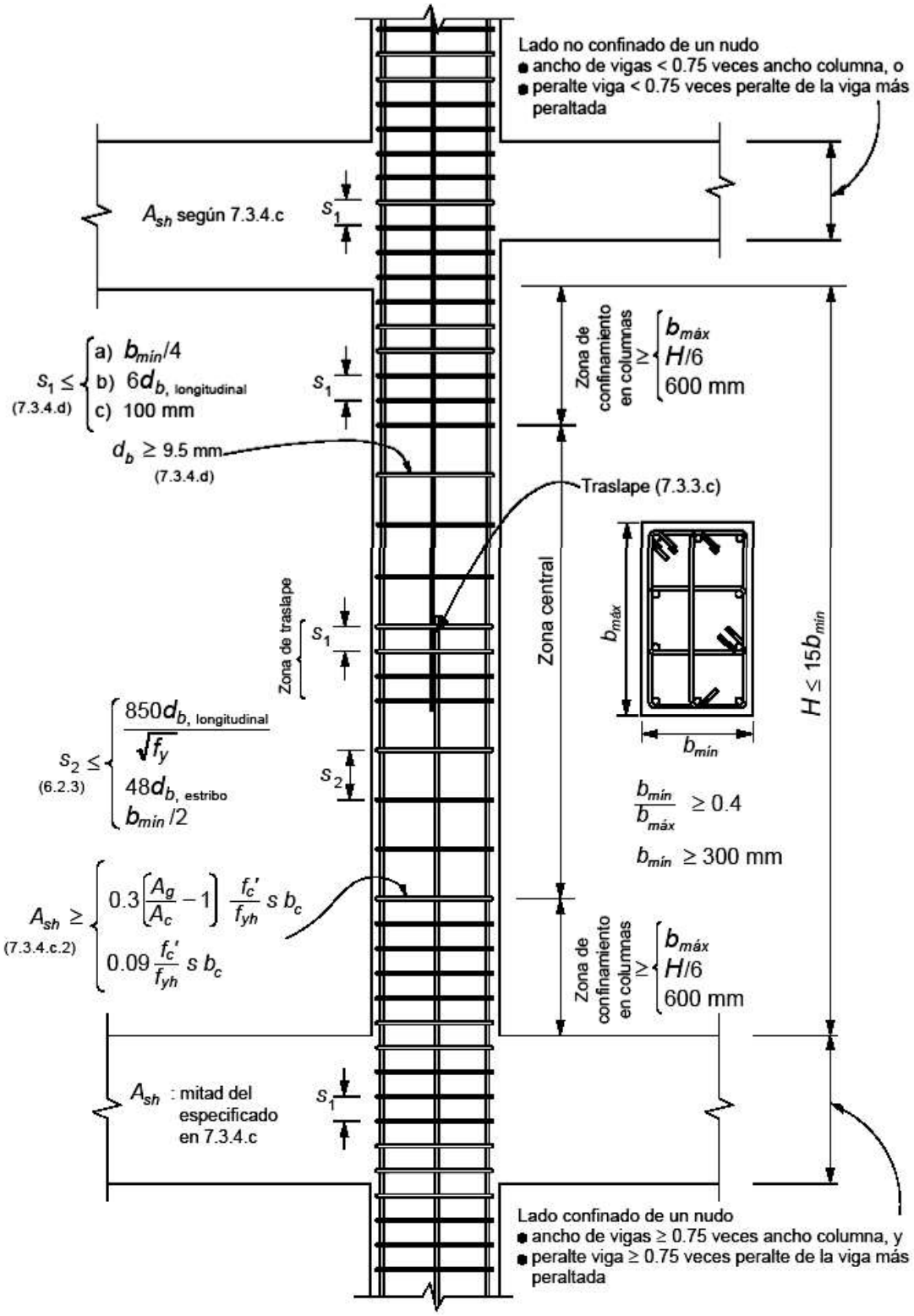


Figura 31. Refuerzo lateral

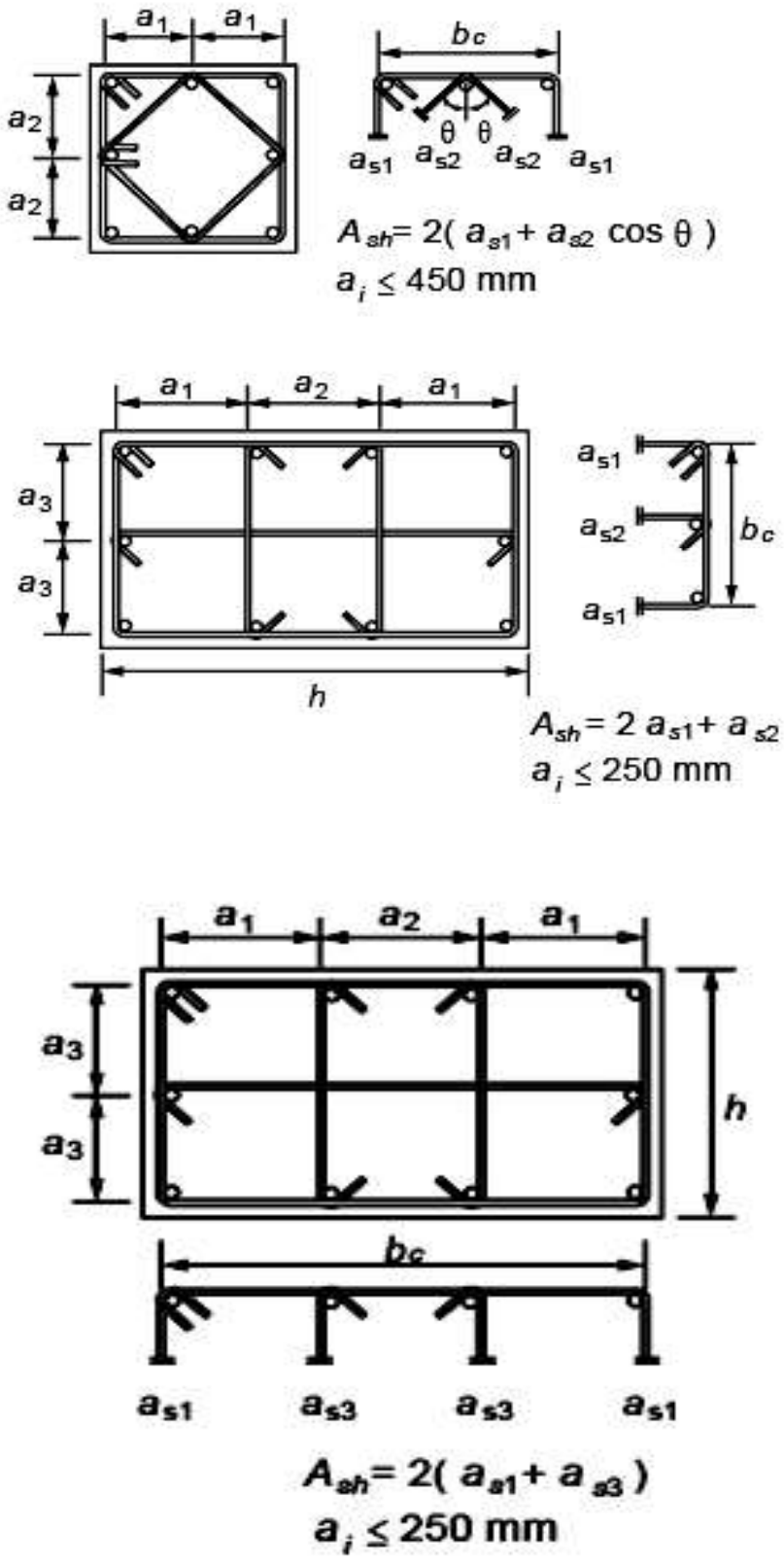


Figura 32. Armado de columna

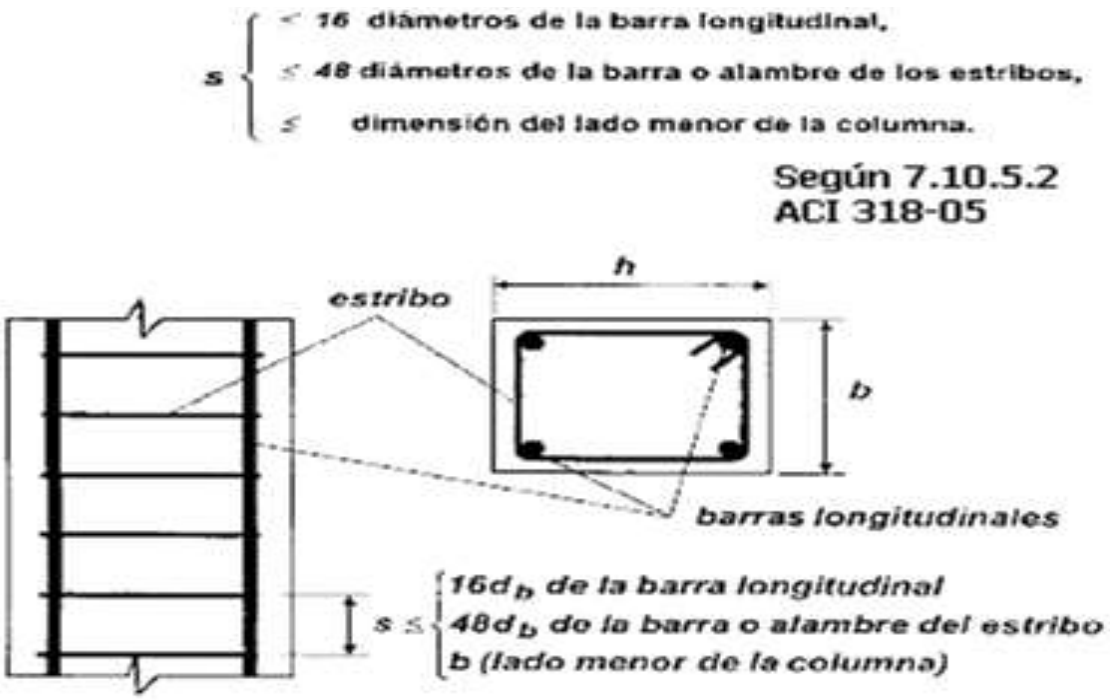


*Figura 33. Separación vertical "**S**" de los estribos cerrados como deben ser según ACI 7.10.5.2*

Zonas Sísmicas 1 & 2

DIAMETROS MINIMOS DE ESTRIBOS EN COLUMNAS
ACI 318-05 ART: 7.10.5.1

Barras longitudinales	Diámetro mínimo de los estribos
$d_b \leq 16$ mm	6
16 mm$< d_b \leq$25 mm	8
25 mm$< d_b \leq$32 mm	10
$d_b >$32 mm paquetes de barras	12

Tabla 2. Diámetros mínimos de estribos en columnas

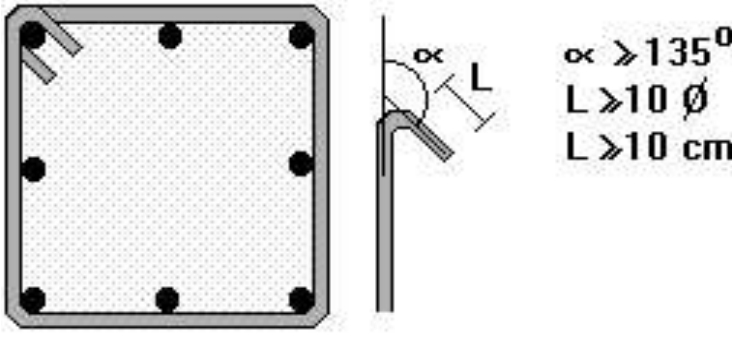


Figura 34. Dobles de varilla para el gancho de estribo

Los estribos se dispondrán de tal forma que cada varilla esquinera y cada varilla longitudinal alternada tengan un soporte lateral proporcionado por la esquina de un estribo cerrado cuyo ángulo comprendido (ángulo interior) no supere los 135°.

Detallado Típico de Armado con Estribos

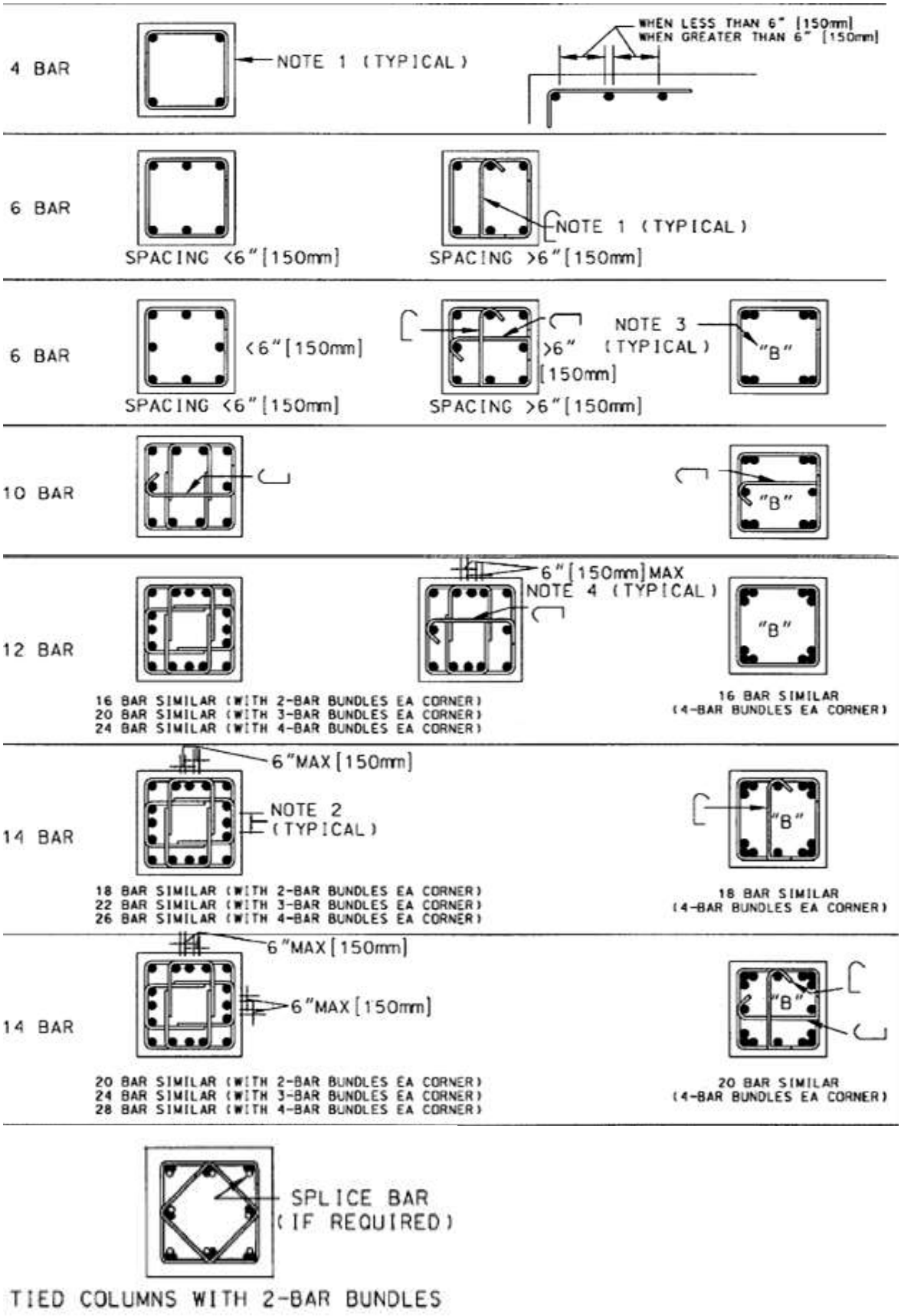


Figura 35. Detallado típico de armado con estribos en columnas

ACI-315-99

Notas:

1. Alternar la posición de los ganchos en los juegos de estribos.
2. El lado menor debe ser de 12 pulgadas (30 centímetros)
3. B indica un núcleo de columna, formada por un máximo de 4 varillas longitudinales.
4. El confinamiento de la varilla central (eslabón) y estribos para un máximo de 3 varillas longitudinales espaciadas en no más de 6 pulgadas (150 mm),
5. El espacio entre varillas de esquina y la formada por grupo interior de 3 varillas, puede estar espaciadas en más de 6 pulgadas (150mm).
6. Para espaciamientos <6 in. (150 mm), una varilla puede estar sin confinamiento en grupo de 3 varillas y entre el grupo confinado con relación a la varilla de esquina.

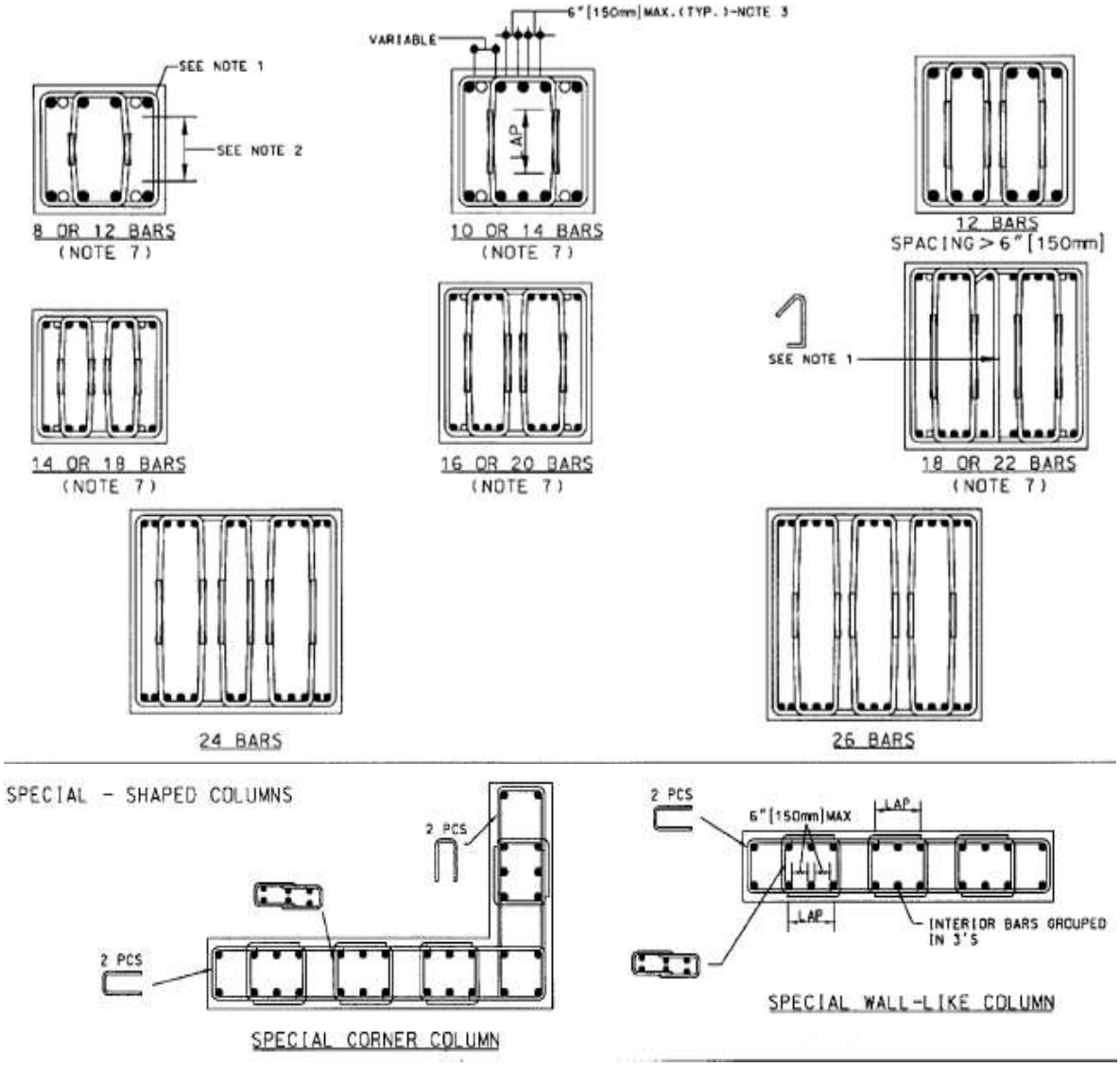


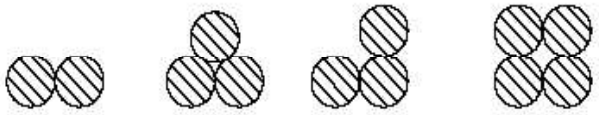
Figura 36. Columnas con barras verticales con solo dos caras.

ACI-315-99

Paquetes de Barras

Diámetros equivalentes para diferentes paquetes de barras

Tamaño de las barras, No.	Diámetro de las barras	Paquete de 2 barras	Paquete de 3 barras	Paquete de 4 barras
6	0,750	1,06	1,30	1,50
7	0,875	1,24	1,51	1,75
8	1,000	1,42	1,74	2,01
9	1,128	1,60	1,95	2,26
10	1,270	1,80	2,20	2,54
11	1,410	1,99	2,44	2,82
14	1,693	2,39	2,93	3,39



Configuraciones posibles de los paquetes de barras

Figura 37. Diámetros equivalentes y configuraciones posibles de los paquetes de barras.

Cuando se requiere una gran concentración de armadura el uso de paquetes de barras de tamaños estándares puede ahorrarespacio y reducir la congestión, con lo cual se simplifica la colocación y compactación del hormigón. Encolumnas, lapráctica de formar paquetes de barras es una manera de optimizar la ubicación y orientación de la armadura y aumentar sucapacidad. Otra ventaja que representa el uso de paquetes de barras es la reducción del número de estribos requeridos.
Los paquetes de barras (barras de armadura paralelas en contacto entre sí, el conjunto de las cuales se supone que actúacomo una unidad) están permitidos, siempre y cuando estos paquetes estén contenidos por estribos o estribos cerrados quelos envuelvan.

El uso de paquetes de barras está sujeto a las siguientes limitaciones:
1. En las vigas no se permite agrupar en paquetes a las barras No. 14 o No. 18
2. Cada una de las barras de un paquete que se interrumpe dentro de un tramo de una viga se debe interrumpir en unasección diferente, y estas secciones deben estar escalonadas como mínimo 40 veces el diámetro de las barras.
3. Un paquete de barras puede tener como máximo dos barras en un mismo plano (es decir, tres o cuatro barras adyacentesubicadas en un mismo plano no constituyen un paquete de barras).
4. Para establecer la separación y el recubrimiento de hormigón requerido, un paquete de barras se debe considerar comouna única barra que tiene un diámetro equivalente obtenido a partir del área total de las barras del paquete.
5. Un paquete de barras puede estar compuesto por un máximo de cuatro barras.
6. Los paquetes de barras deben estar contenidos por estribos o por estribos cerrados que los envuelvan.

HORMIGÓN CONFINADO

Conceptos generales.

Los terremotos han demostrado sistemáticamente las drásticas consecuenciasque ha provocado la falta de un adecuado confinamiento del hormigón en elementossometidos a fuertes compresiones. Son particularmente susceptibles las potenciales regiones de articulaciones plásticasen elementos con elevado valor de cargas axiales. En el caso de los extremosinferiores de las columnas de marcos, donde las deformaciones inelásticas permitiránel desarrollo del mecanismo completo de rótulas. Si la columna está en una esquina, elefecto podría ser aún más drástico por la combinación de axiales según ambos planosconcurrentes.

Un correcto diseño y detalle de armadura transversal puede cambiar en forma radical la respuesta para hacerla adecuada ante solicitaciones extremas. La combinación de armadura transversal con barras longitudinales, ambas con espaciado pequeño, se traduce en una restricción a la expansión lateral del hormigón, permitiendo soportar mayores esfuerzos de compresión, y lo que es más importante, sobrellevar deformaciones de compresión mucho mayores antes de que se produzca la falla completa.

Relación Esfuerzo – Deformación para el hormigón confinado

El efecto del confinamiento se traduce, tal cual se muestra en la Fig. siguiente, tantoen aumento de la resistencia a compresión como también de la deformación máximadel hormigón. Varios investigadores, entre ellos Park, Priestley y Bertero, hanpropuesto relaciones constitutivas para el hormigón confinado. A los efectos del diseñolos parámetros significativos que se necesitan son la resistencia a compresión, ladeformación última de compresión (para verificación de la ductilidad) y los parámetrosque definan el bloque de tensiones equivalentes. Dada la trascendencia del tema, y delos sorprendentes resultados obtenidos de las investigaciones en Canterbury (NuevaZelanda) y Berkeley (California), se dará al tema de hormigón armado confinado ciertaextensión en este trabajo.

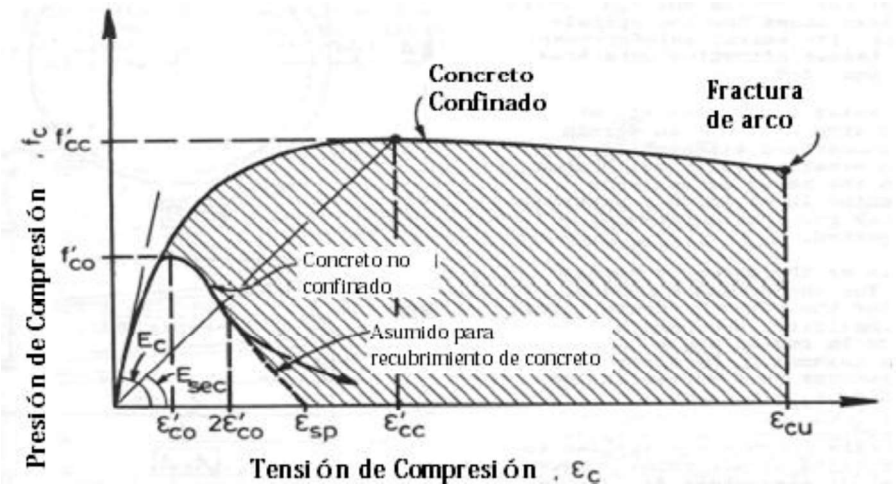


Figura 38. Curva: Esfuerzo–Deformación del concreto confinado y no confinado.

Resistencia a compresión del hormigón confinado.

La resistencia a compresión del hormigón confinado está directamente relacionada con las tensiones efectivas de confinamiento f'_l que se puedan desarrollar al alcanzar la fluencia las barras transversales, la cual para secciones circulares se puede expresar como:

$$f'_l = Kef_l$$

y para secciones rectangulares está dada por:

$$\boldsymbol{f'_{lx} = Ke\rho_x f_{yh}}$$

$$\boldsymbol{f'_{ly} = Ke\rho_y f_{yh}}$$

en las direcciones *X* e *Y* respectivamente, y donde f_l para secciones circulares está dado por la ecuación

$$f_l = 2 f_{yh} A_{sp} / (d_s s_h)$$

y ρ_x y ρ_y son las relaciones de área efectivas de la armadura transversal con respecto a la sección transversal del núcleo del hormigón cortada por planos perpendiculares a las direcciones *X* e *Y*.

Los valores de ρ corresponden conceptualmente a cuantías volumétricas. A su vez K_e es el coeficiente de efectividad del confinamiento, que relaciona el área mínima de núcleo efectivamente confinado con el área nominal de núcleo limitado por la línea del eje del estribo periférico. ***Los valores típicos para Ke son 0.95 para secciones circulares y 0.75 para secciones rectangulares de columnas y 0.60 para secciones rectangulares de tabiques.***

Mander, Priestley y Park, proponen como relación entre $\boldsymbol{f'_{cc}}$, resistencia a compresión del hormigón confinado para secciones circulares, o secciones rectangulares con presiones de confinamiento $\boldsymbol{f_l}$ efectivas iguales en las direcciones ortogonales *x* e *y*, y la resistencia no confinada $\boldsymbol{f'_{co}}$ la siguiente expresión:

$$K = \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = \left[-1.254 + \left(2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_l}{f'_{co}}} \right) - 2\frac{f'_l}{f'_{co}} \right]$$

Para una sección rectangular con desiguales tensiones efectivas de confinamiento f'_{lx} y f'_{ly}, el factor $K = f'_{cc}/f'_{co}$, se puede obtener directamente de la figura, donde:

$$\boldsymbol{f'_{ly} > f'_{lx}}$$

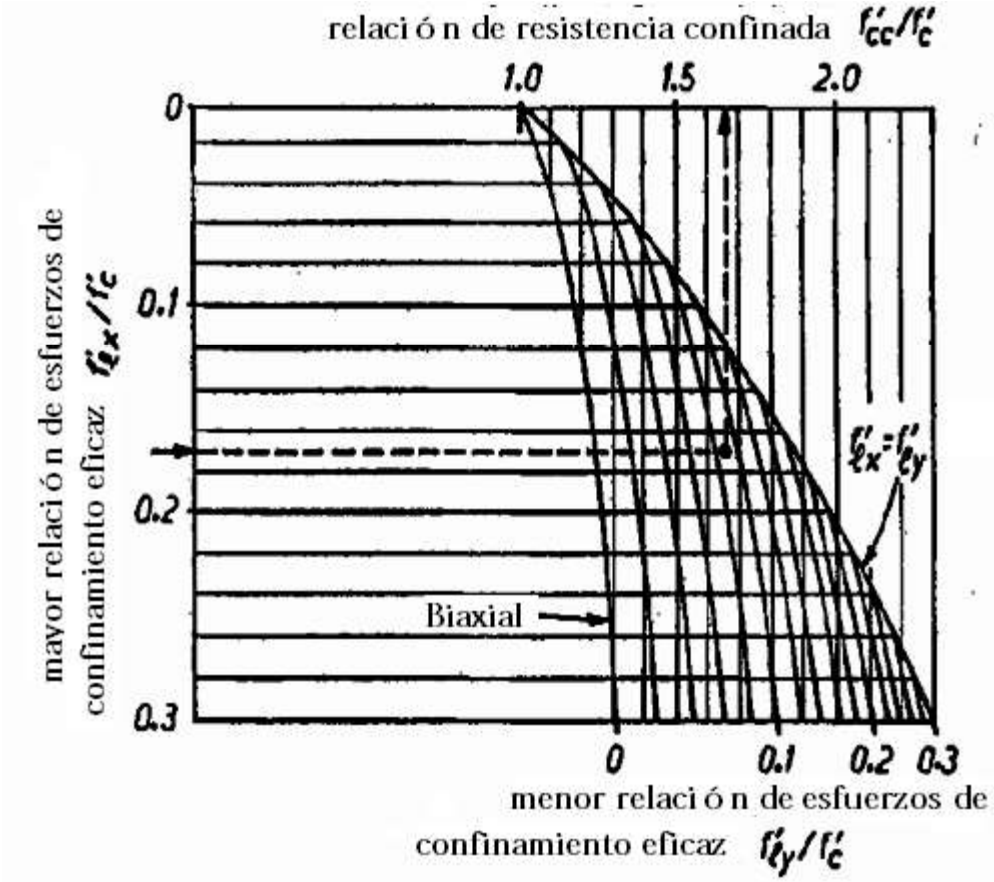


Figura 39. Determinación de la resistencia a compresión de hormigón confinado debido apresiones laterales para secciones rectangulares.

El máximo esfuerzo de compresión (ver curva de esfuerzo de deformación del concreto confinado y sin confinar), se alcanza a una deformación igual a:

$$\varepsilon_{cc} = 0.002\,[1 + 5(f'_{cc}/f'_{co} - 1)]$$

Deformación última de compresión.

La expresión anterior de la deformación para el pico de tensiones no representa la máxima deformación útil disponible en el hormigón confinado, ya que, como puede observarse en la curva de esfuerzo de deformación del concreto confinado y sin confinar, la acción de la armadura transversal en ciertas ocasiones puede mantener un alto nivel de tensiones para deformaciones que llegan mucho más allá de ε_{cc}. El límite último se alcanza cuando las barras transversales de confinamiento se fracturan, lo cual puede estimarse al igualar las capacidades de energía de deformación del acero transversal al momento de fractura con el incremento de energía absorbido por el hormigón, representada por el área bajo la curva con trazo rayado en la curva antes mencionada.

Los autores antes citados dan la siguiente expresión para hacer una estimación conservativa de la deformación última de compresión del hormigón confinado:

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 1.4\,\rho_s f_{yh}\varepsilon_{sm} / f'_{cc}$$

dondeε_{sm}es la deformación para la máxima tensión de tracción y ρ_s es la relación volumétrica del acero de confinamiento. Para secciones rectangulares $\rho_s = \rho_x + \rho_y$. Valores típicos de ε_{cu}están en el rango *0.012 a 0.05*, es decir entre *4 a 16* veces los valores tradicionalmente supuestos para el hormigón sin confinar.

Para una sección circular, sea zunchada o con estribos circulares, la relación volumétrica está dada por:

$$\rho_s = \frac{4A_{sp}}{d'' s}$$

dondeA_{sp}es el área del estribo o zuncho, *s* la separación o paso y d" es el diámetro del núcleo de hormigón medido hasta el borde externo del estribo. La expresión anterior se obtiene simplemente haciendo la relación entre el volumen de estribo con el volumen de hormigón armado confinado en una altura *s* de columna.

Parámetros de diseño para el bloque rectangular de esfuerzo decompresión equivalente en el hormigón confinado

El procedimiento adoptado para definir los parámetros del bloque de tensiones rectangular equivalente de compresión para hormigón sin confinar se puede extender al hormigón confinado, siempre y cuando la tensión promedio $\alpha f'_{co}$sea redefinida como $\alpha K f'_{co} = \alpha f'_{cc}$.

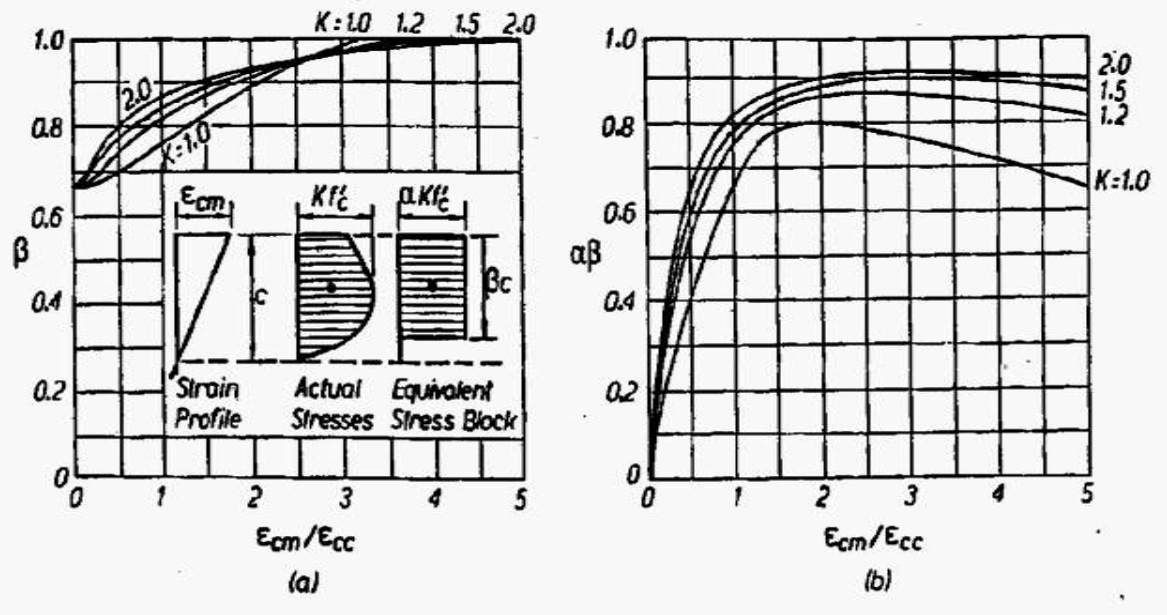


Figura 40. Parámetros del bloque de esfuerzos rectangulares equivalentes de compresión del hormigón para secciones rectangulares confinadas por estribos rectangulares.

Los valores apropiados para α *y* β dependen del valor de *K* y de la deformación en la fibra extrema en compresión. La grafica incluye valores de diseño de β y del producto $\alpha\beta$ para diferentes valores de deformación de compresión pico ε_{cm}, expresada como la relación $\varepsilon_{cm}/\varepsilon_{cc}$.

Los valores de α y β dados por la grafica, se pueden utilizar en conjunto con losvalores calculados para *K* para predecir la resistencia a flexión de seccionesrectangulares confinadas. Sin embargo, se debe reconocer que estos parámetros sonsólo aplicables a la zona de hormigón confinado del núcleo. Para altos valores dedeformación en compresión, el recubrimiento de la armadura se pierde por desprendimiento, por lo cual las dimensiones a utilizar en la predicción de resistencias debe estar limitado por el eje central del estribo exterior de confinamiento.

EJEMPLO

Descripción de la sección de hormigón armado.
La sección de hormigón de *40cmx50cm*, está armada longitudinalmente con *10* barras dispuestas según se muestra. El hormigón del núcleo, de dimensiones *34cmx44cm*, está confinado por estribos de diámetro *12 mm*separados cada *10 cm*, con acero de tensión de fluencia f_{yh}*= 420 MPa*. Se supone f'_c*=21 MPa*. y además que la deformación máxima del acero de los estribos es de ε_{sm}*=0.12 (es decir 12 %).*

Requerimiento.
Se pide evaluar la resistencia y deformación última del hormigón confinado, f'_{cc}y ε_{cu}, y los parámetros de diseño para el bloque de tensiones rectangulares equivalente.

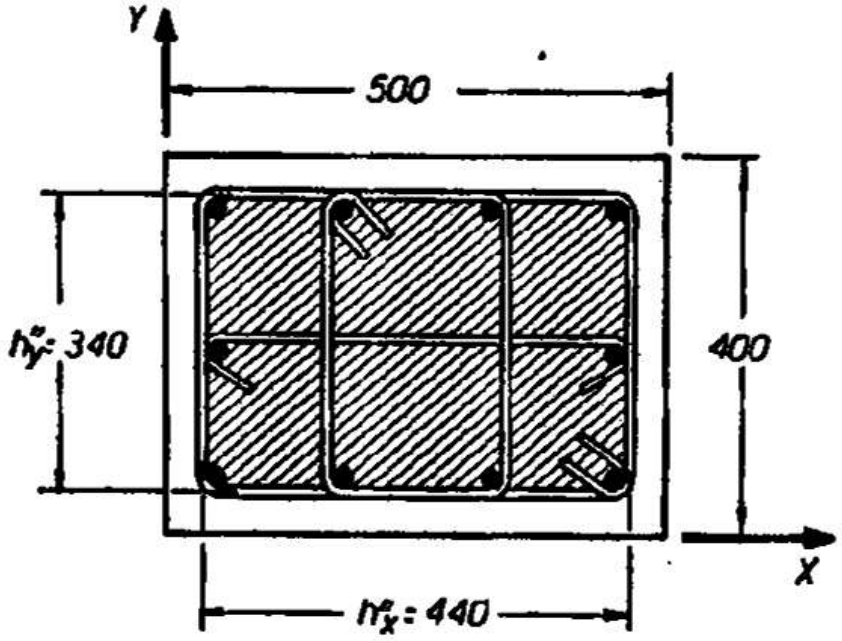


Figura 41. Armado esquemático de columna de hormigón del ejemplo.

Solución.

(i) Resistencia del hormigón confinado. Relación K.

En la dirección *Y* existen *4* ramas de ϕ *12 mm*. En consecuencia, la relación volumétrica de armaduras es:

$$\rho_y = \frac{4A_b}{s * h"_x} = \frac{4 * 1.13}{10 * 44} = 0.01027 \ (1\%)$$

En la dirección *X* el tercio central está confinado por *5* ramas, dos debidas al estribo interior, dos al exterior y una del estribo suplementario, mientras que el resto delnúcleo está confinado por tres ramas.
Adoptando un valor promedio de *3.67* ramasefectivas *(3 x 1.0 + 2x1/3 o bien, 5 x 1/3 + 3 x 2/3),* resulta:

$$\rho_x = \frac{3.67A_b}{s * h"_y} = \frac{3.67 * 1.13}{10 * 34} = 0.0122 \ (1.22\%)$$

Suponiendo un coeficiente de efectividad de confinamiento K_e*= 0.75* resultan, por aplicación de ecuación, las siguientes tensiones efectivas de confinamiento para ambas direcciones:

f'_{lx}*= 0.75 x 0.0122 x 420 MPa = 3.84 MPa*
f'_{ly}*= 0.75 x 0.0103 x 420 MPa = 3.24 MPa*

promedio de f´l = (3.84 + 3.24)/2 = 3.54MPa

Para obtener el valor de *K* se puede utilizar la grafica antes mencionada, para lo cual es necesario calcular las siguientes relaciones:

f'_{lx}/f'_c*= 3.84 / 21 = 0.182*
f'_{ly}/f'_c*= 3.24 / 21 = 0.154*

Se entra con la mayor relación por horizontalf'_{lx}/f'_c, y se intercepta la curva que corresponde a la relación def'_{ly}/f'_c, por lo que el factor *K se lee en la horizontal superior =* f'_{cc}/f'_{co}

$$K = f'_{cc}/f'_{co} = 1.78$$

En consecuencia, el valor de la resistencia máxima de hormigón confinado es:

f'_{cc}*= 1.78 x 21 MPa = 37.38 MPa*

Si se aplicado la ecuación, para un valor promedio de f_l*= 3.54MPa*,

$$K = \frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = \left[-1.254 + \left(2.254\sqrt{1 + \frac{7.94f'_l}{f'_{co}}}\right) - 2\frac{f'_l}{f'_{co}}\right]$$

Nos da un valor de *K= 1.856*, es decir (4% mayor):

f'_{cc}*= 1.85 x 21 MPa = 38.97 MPa*

usamos el promedio de los dos, entonces :

f'_{cc}*= 38 MPa*

(ii) Deformación última del hormigón confinado.

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 1.4\ \rho_s f_{yh} \varepsilon_{sm} / f'_{cc}$$

Como en Guatemala se usa, de deformación unitaria del concreto= 0.003
se tiene: $\varepsilon_{cu} = 0.003 + 1.4\ \rho_s f_{yh} \varepsilon_{sm} / f'_{cc}$

$$\rho_s = \rho_x + \rho_y = 0.0103 + 0.0122 = 0.0225$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.003 + 1.4 \text{ x } 0.0225 \text{ x } 420 \text{ MPa x } 0.12 / 38 \text{ MPa} = 0.003 + 0.042 = 0.045$$

Esto significa que la deformación disponible última del concreto ε_{cu}se ha incrementado 15 veces respecto a la del hormigón sin confinar.

$$n \equiv \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} \approx \frac{0.045}{0.003} \approx 15$$

(iii) Parámetros del bloque de tensiones equivalente para hormigón confinado.

la deformación mediapico, para el esfuerzo a compresión del concreto es 0.002 tenemos:

$$\varepsilon_{cc} = 0.002\ [1 + 5(f'_{cc}/f'_{co} - 1)]$$

$$\varepsilon_{cc} = 0.002\ [\ 1 + 5(\ 1.78 - 1)] = 0.002 \text{ x } 4.9 = 0.010\ (1.0\ \%)$$

con lo cual la relación $\varepsilon_{cu} / \varepsilon_{cc} = 4.5$

De la figura 41. a) & b) de parámetros del bloque de esfuerzos rectangulares equivalentes de compresión del hormigón para secciones rectangulares confinadas por estribos rectangulares, se pueden obtener los parámetros de diseño en base a los valores obtenidos de:

$$K = f'_{cc} / f'_{co} = 1.78 \qquad \varepsilon_{cu} / \varepsilon_{cc} = 4.5$$

Se lee:

$$\beta = 1.0 \qquad \alpha\beta = 0.88$$

Con lo que obtenemos $\alpha = 0.88$

En consecuencia, el esfuerzo promedio a utilizar en el bloque de compresiónequivalente es

0.88 x 38MPa = 33MPa.

En este ejemplo se ha supuesto que la zona de compresión se extiende sobretodo el núcleo. Si la columna, al estar sometida a flexo-compresión, hubiera resultadocon un eje neutro de cierta profundidad, la participación completa de todos los estribosdebería juzgarse con un criterio un poco más conservador.
Se puede observar en este ejemplo cómo las características del hormigón se han modificado por la consideración del confinamiento de la armadura transversal.

REQUISITOS DE ARMADO EN LOS EXTREMOS DE COLUMNAS

Estas se deben aplicar a una distancia (l_o) que deberá ser mayor o igual al ancho de la sección de la columna, debido a las articulaciones plásticas que se presentan por la acción de sismos; la distancia de las articulaciones plásticas es menor que las presentadas en las vigas.

Cuando la compresión axial que actúa sobre la columna es grande, es necesario confinar la zona potencial de articulación plástica, adicionada a la flexión por acción de los momentos y la perdida de resistencia del concreto. La carga crítica axial considerada para este efecto es cuando el valor excede a 0.3 f'_c Ag.

Los requisitos para la longitud de confinamiento y su relación a los momentos máximos en los extremos de las columnas son:

1. **0.1 f'_c Ag<P < 0.3 f'_c Ag**la longitud a confinar **l_o**≥a la sección de la columna o a una distancia donde el momento sea al 80% del momento mayor.

2. **P > 0.3 f'_c Ag** la longitud a confinar **l_o =a** ***(1.5 veces el caso 1)***

3. **P > 0.6 f'_c Ag** la longitud a confinar **l_o = a** ***(2 veces el caso 1)***

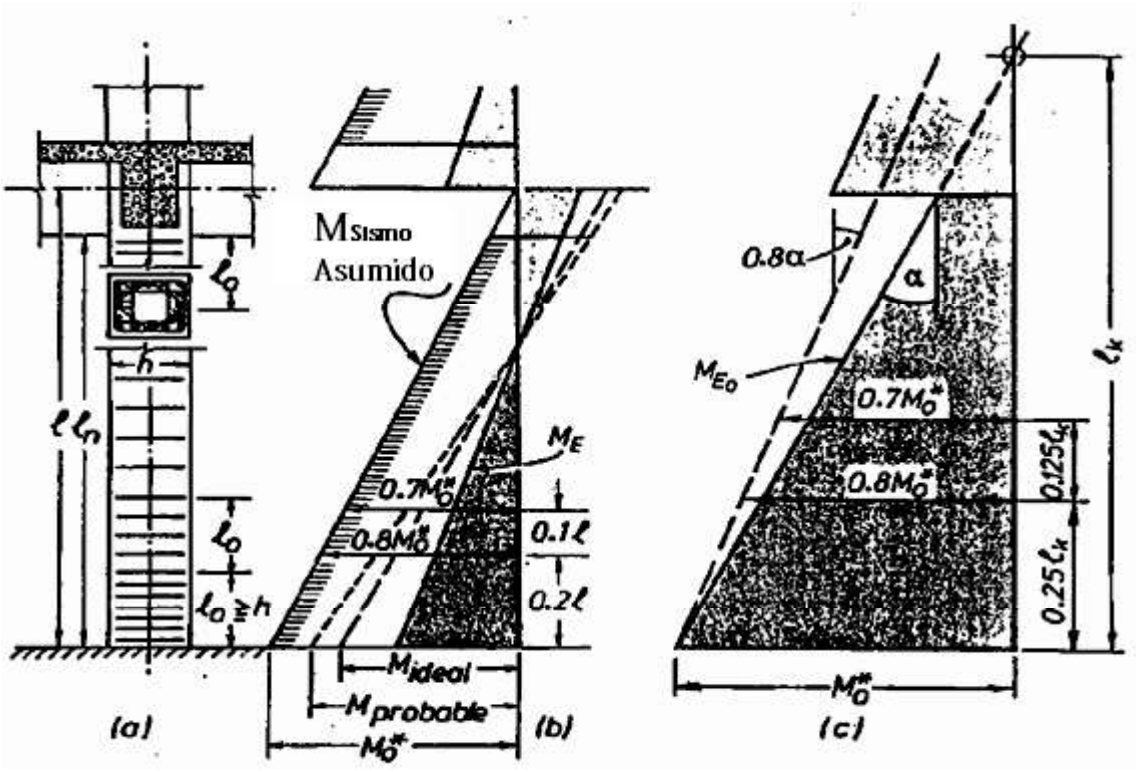


Figura 43. Los requisitos para la longitud de confinamiento y su relación a los momentos máximos en los extremos de las columnas.

DETALLES DE COLUMNAS

De acuerdo al ACI-318-05 en su sección 21.4.1, las columnas se definen como el miembro capaz de resistir la fuerza axial de compresión mayorada que exceda a:

$$P_u > = 0.1\ Agf´c$$

La geometría del elemento esta constreñido a las practicas de diseño de pórticos especiales y a lo establecido por el ***ACI en la sección 21.4.1.1 & 21.4.1.2***

$$h_{min} \geq 12 \text{ pulgadas}$$

$$h_{min} / h_{perp} \geq 0.4$$

Donde:

h_{min} = dimensión menor de la sección de la columna

h_{perp} = dimensión perpendicular a la dimensión menor de columna.

Los límites del refuerzo longitudinal son establecidos en la sección 21.4.3, teniendo en consideración el problema del creep (fisuramiento) por descaramiento del recubrimiento (que son más frecuentes en los extremos de las columnas) además, reducir el congestionamiento del acero y proveerlo de capacidad de flexión que son provocados por los momentos.

$$0.01 \leq \rho \geq 0.06$$

El descascaramiento del concreto en las columnas, ocurre en los extremos de las mismas, por lo que es indeseable que en estos puntos se realicen empalmes por traslapes. Los empalmes por traslapes en las columnas se realizan al centro de las mismas, donde son poco probables que se realice una inversión de momentos.

Los empalmes por traslapes deben estar encerrados o confinados por refuerzo transversal, de acuerdo a lo establecido por el ACI en las secciones 21.4.4.2 & 21.4.4.3, a lo largo de la longitud de empalme.

En concordancia con el ACI sección 21.2.6 **Empalmes mecánicos**:

- ***Los del tipo 1:*** los que se desarrollan con el 125% de la fluencia de la barra del acero especificada. No deben usarse dentro de una distancia igual al doble de la altura del elemento (h_{perp}) medida desde la cara de la viga o columna.
- ***Los del tipo 2:***deben desarrollar la resistencia a tracción especificada de las barras empalmadas y se pueden usar en cualquier localización.

Con relación a los **empalmes soldados** el ACI sección 21.2.7 dice:

- Un empalme totalmente soldado debe desarrollar, por lo menos el 125% de la fluencia de la barra de acero.
- No deben usarse dentro de una distancia igual al doble de la altura del elemento medida desde la cara de la Viga o columna.

Figura 44. Tipos de empalmes.

El refuerzo transversal, como lo establece el ACI sección 21.4.4.3, tanto los que forman los estribos cerrados principales y suplementarios, como los eslabones suplementarios; los cuales deben estar provistos a través de toda la columna para dar el confinamiento y resistencia a corte. En esta sección también se establece que ***la separación máxima del hierro longitudinal para ser confinada, no será mayor a 14 pulgadas.***

Los extremos de las columnas, tomando como referencia la longitud efectiva de la misma, donde pueda ocurrir fluencia por flexión, como resultado de los desplazamientos horizontales; requiriendo que el área de acero del refuerzo a corte sea el mayor de las ecuaciones 21-3 y 21-4

$$A_{sh} = 0.3sh_c \left[\left(\frac{A_q}{A_{ch}}\right) - 1\right] * \frac{f'_c}{f_y}$$

y $$A_{sh} = 0.09sh_c \frac{f'_c}{f_y}$$

Dónde: s: espaciamiento del estribo
A_g: área gruesa de la columna
A_{ch}: área de la sección confinada medida de la parte externa del estribo
h_c: dimensión del núcleo medido centro a centro del estribo

De acuerdo con la sección 21.4.4.4 del ACI, el refuerzo del confinamiento necesario deberá ser el menor de las dimensiones siguientes:

$l_o = h$	donde h es la profundidad de la columna
$l_o = H_n / 6$	donde H_n la altura libre de la columna
$l_o = 18$ pulgadas	donde las pulgadas son del sistema inglés

Recordar que: el espaciamiento del refuerzo de confinamiento esta limitado por el mismo código ACI sección 21.4.4.2, donde la separación del refuerzo a corte no deberá exceder al menor valor dado por:

$S = h_{min} / 4$	donde h_{min}sección mínima de la columna
$S = 6\ d_b$	donde d_b diámetro menor longitudinal
$S = 6$ pulgadas	
$S = 4 + (14 - h_x) / 3$	donde h_x máximo espaciamiento de estribo principal o suplementario

Pero el valor de S ≥ a 4 pulgadas.

Donde el refuerzo por confinamiento no es necesario, el espaciamiento del estribo podrá tomarse de acuerdo al ACI sección 21.4.4.6 el cual no deberá ser mayor al valor menor dado por:

S = 6 d_b o 6 pulgadas

Si el espesor del recubrimiento de la columna excede de las 4 pulgadas medida desde el extremo del estribo, entonces, se deberá adicionar un refuerzo transversal, el que no deberá ser espaciado a más de 12 pulgadas. El recubrimiento del concreto sobre el refuerzo adicional, no excederá de las 4 pulgas.

Las columnas que soporten elementos discontinuos como muros o vigas peraltadas, pueden desarrollar una respuesta inelástica considerable, por lo que el ACI sección 21.4.4.5 solicita, que estas columnas tengan refuerzo transversal especial en toda su longitud. Esto cubre a todas las columnas bajo el nivel en el cual el elemento rígido ha sido descontinuado, con la finalidad de proveer la ductilidad necesaria.

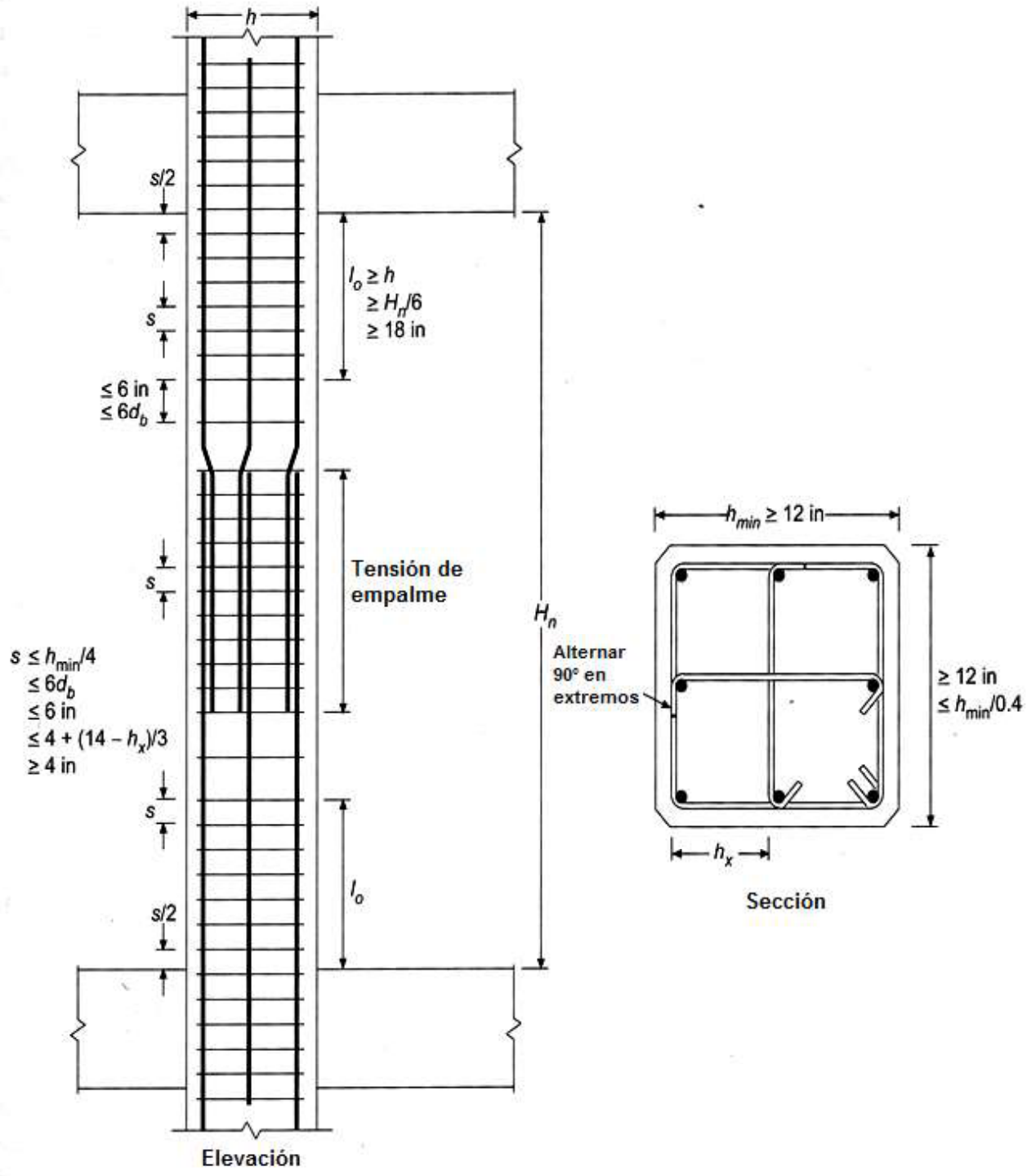


Figura 45. Espesor de recubrimiento y el espaciamiento del refuerzo de confinamiento.

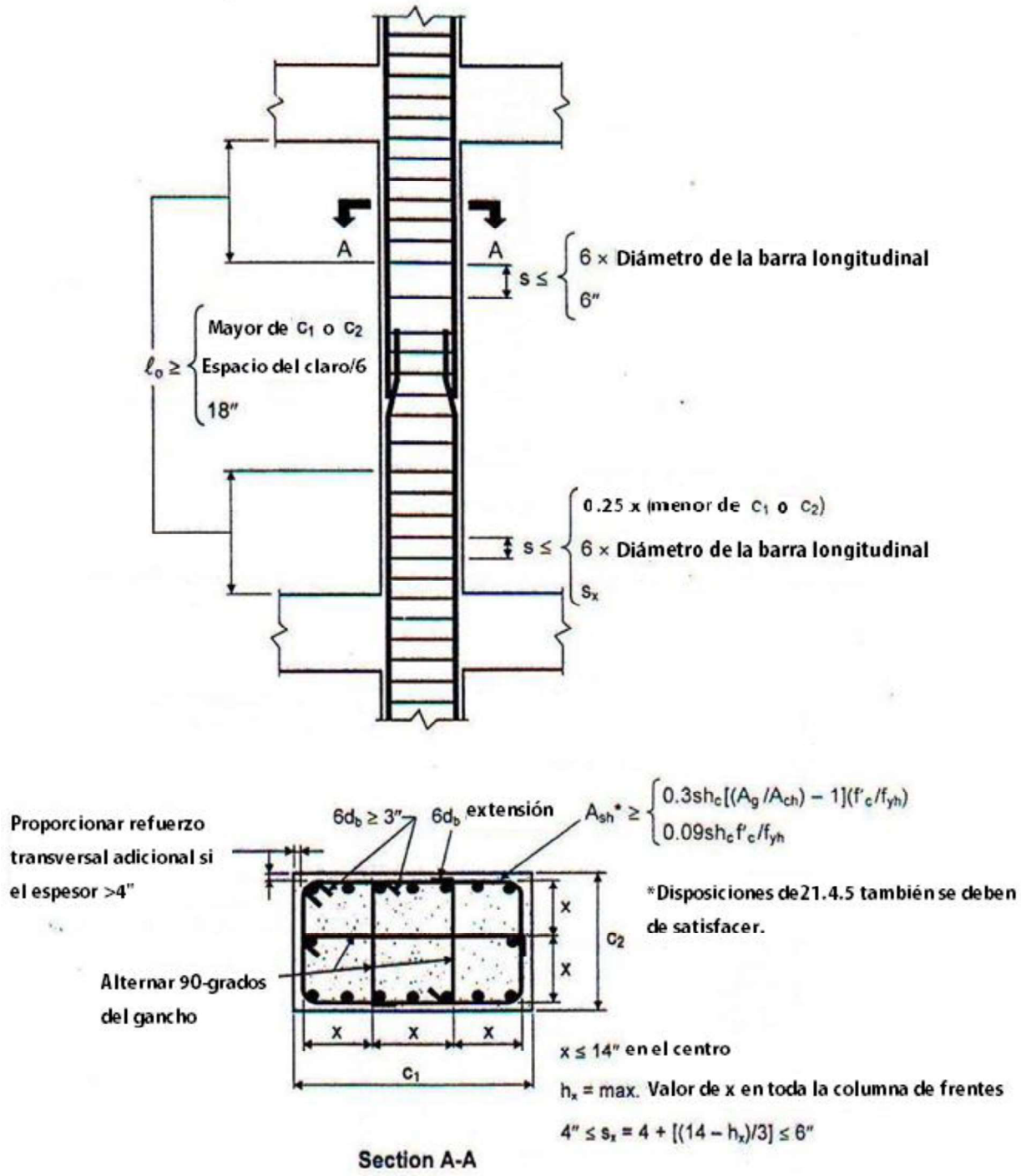


Figura 46. Espaciamiento "s", longitud de refuerzo "lo", espesor y colocación de ganchos en columnas.

MAL PROCEDIMIENTO DE ARMADO Y CONFINADO, Universidad de San Carlos

Figura 47. Ejemplo de mal confinado y armado de una columna.

Se observa: desfase del armado longitudinal, mal uso de los paquetes de varillas; mal procedimiento de colocación y dobleces de los estribos. Falta de confinamiento y mal procedimiento de empalme longitudinal. Mala dosificación del agregado grueso, el no cumplimiento de recubrimiento.
Se hace evidente, la nobleza de los materiales.

Figura 48. Ejemplo de mal confinado y armado de una columna.CONFINAMIENTO EN LA PARTE SUPERIOR

Figura 49. Falta de confinamiento en la parte inferior

Condado de Glendale

Figura 50. Mal proceso constructivo en la colocación de ganchos.

Observar: armado longitudinal, colocado y dobles de estribos

Figura 51. Mal proceso constructivo

Observar: la ubicación de los empalmes longitudinales.

ENSAYO EN LABORATORIO, UNIVERSIDAD DE ROLLA, MISSURRI

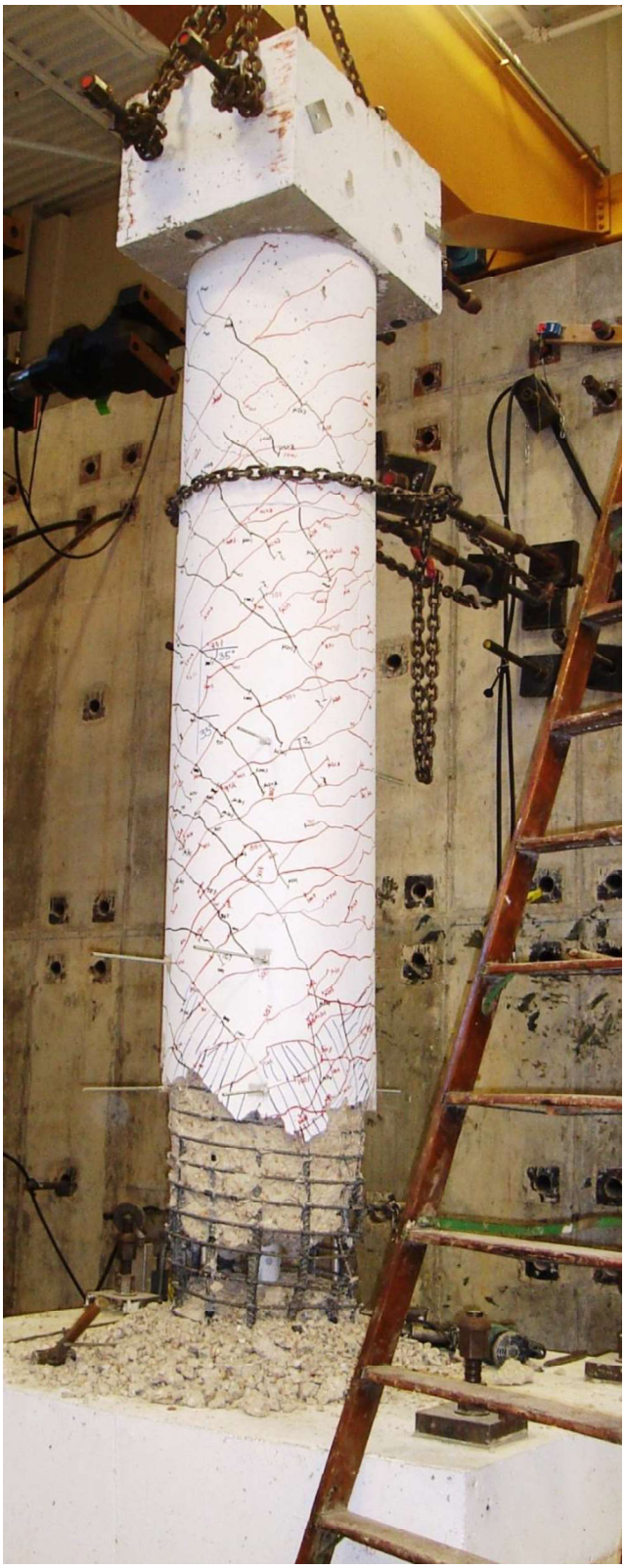


Figura 52. Ensayo de laboratorio a columna circular.

POR ACCIÓN DE SISMO

Figura 53. Ensayo de laboratorio a columna circular, fallas por acción de sismo.

Observar:el confinamiento y distribución de agregado grueso.

Las Majadas, Guatemala

Figura 54. Mal proceso constructivo en columna circular.

Observar: el paso proporcionado a la hélice (mayor al permitido por ACI);poner cuidado en la oxidación, mayor donde hay dobles

Camino Real Antigua Guatemala

Figura 55. proceso constructivo en el nudo (unión viga-columna)

Observar: armado de estribos de columna (continuidad) y mientras que en las vigas se interrumpe.

Terremoto de la India, 1999. Daño severo en columnas.

Figura 56. Falla en columna durante terremoto provocado por falta de confinamiento.

Observar: la falla se produce por falta de confinamiento y mal procedimiento constructivo.

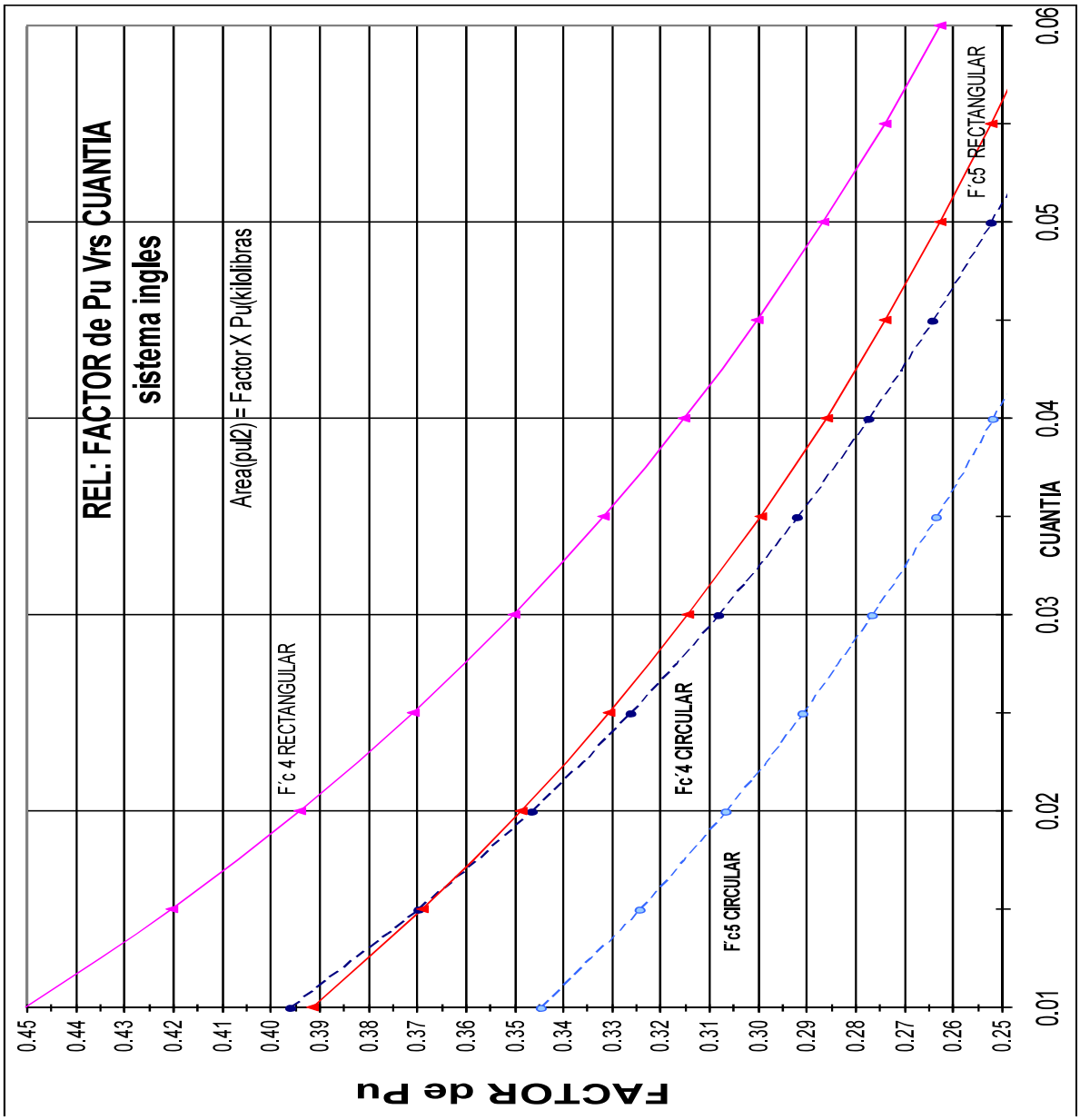


Figura 57. Gráfico de factor de Carga ultima (Pu) vrs cuantía de acero

CONSIDERACIONES GENERALES

fectos de la Esbeltez

El análisis de segundo orden se aplicará con las siguientes consideraciones, Ver ACI 318-05 ÁRTICULOS 10.11, 10.12, 10.13

- Comportamiento no lineal de los materiales (no Newtoniano)
- Fisuración
- Deformación del elemento estructural
- Desplazamiento lateral
- Duración de las cargas
- Compresión
- Efecto de la cimentación

El diseño de las columnas consiste básicamente en seleccionar una sección transversal adecuada, con armadura parasoportar cargas axiales mayoradas Pu y momentos (de primer orden) mayorados Mu, incluyendo los efectos de la esbeltez de la columna (momentos de segundo orden).

La esbeltez de una columna esta en relación de kLu/r, donde k es un factor de longitud efectiva (quedepende de las condiciones de vínculo de los extremos de la columna), Lu es la longitud de la columna entre apoyos y r es el radiode giro de la sección transversal de la columna.***Para los fines del diseño, el término "columna corta" tiene una resistencia igual a la calculada. Una "columna esbelta" su resistencia se reduce debido a las deformaciones de segundo orden(momentos de segundo orden).***

Con el empleo de hormigones y armaduras de mayor resistencia, y con métodos de análisis y diseño más precisos, esposible diseñar secciones de menores dimensiones, lo cual da origen a elementos más esbeltos.Una columna corta puede fallar a causa de una combinación de momento y carga axial que supere la resistencia de la secciónтransversal. Este tipo de falla se conoce como ***"falla del material."*** A modo de ejemplo, consideremos la columna ilustrada en laFigura 58.

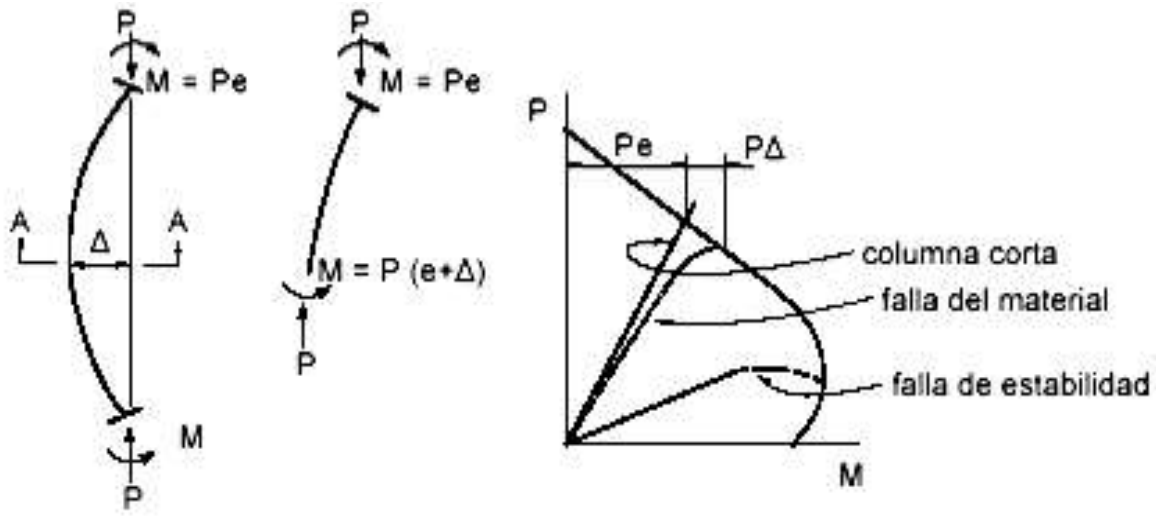


Figura 58. Interacción de las resistencias en columnas esbeltas.

Debido a la carga, la columna tiene una deformación que provocará un momento adicional (de segundo orden) en lacolumna. En el diagrama de cuerpo libre se puede ver que el momento máximo en la columna ocurre en la sección A-A, y es igualal momento aplicado más el momento debido a la deformación del elemento, que es M = P (e + ∆.).

Si la columna es muy esbelta, podría llegar a una deformación debida a carga axial P y momento Pe tal que la deformaciónaumente indefinidamente sin que aumente la carga P. ***"falla de estabilidad"***. El concepto básico del comportamiento de las columnas esbeltas rectas con carga axial concéntrica fue desarrollado originalmentepor Euler, el establece que un elemento fallará por pandeo bajo la carga crítica:

$$P_c = \pi 2EI/(Le)^2$$

Dónde:
EI:es la rigidez flexional de la sección transversal del elemento y
Le: la longitud efectiva, que es igual a **kLu**.

Para las columnascortas ***"robustas",*** el valor de la carga de pandeo será mayor que la resistencia al aplastamiento por compresión directa(correspondiente a la falla del material).En los elementos que son más esbeltos (es decir, elementos para los cuales el valor de**kLu/r** es más elevado), la falla puede ocurrir por pandeo (falla de estabilidad), con la carga de pandeo disminuyendo a medida queaumenta la esbeltez (ver Figura 59).

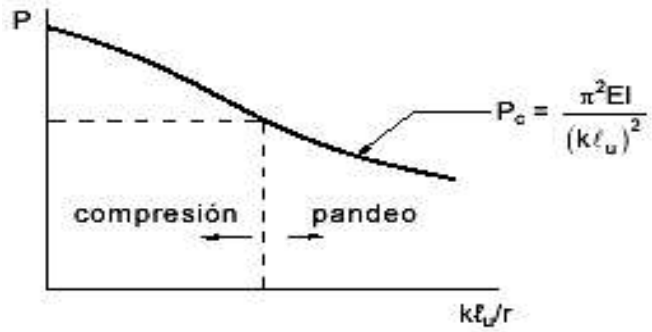


Figura 59. Carga de falla en función de la esbeltez de una columna.

Columnas esbeltas con diferentes relaciones de esbeltez, como se ilustra:

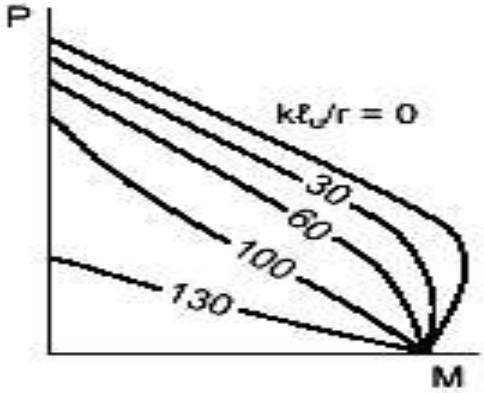
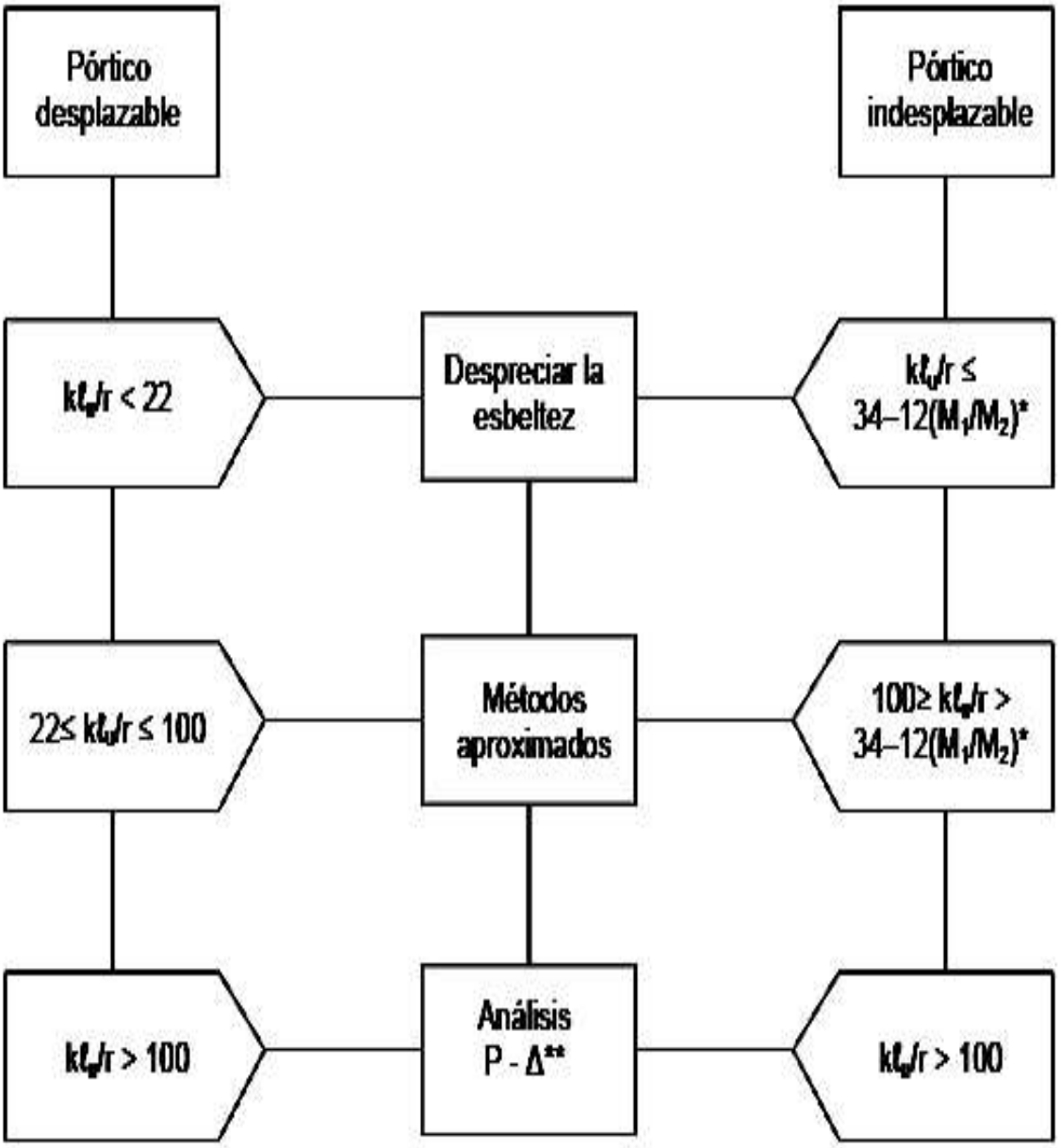


Figura 60. Diagramas de interacción de resistencias para columnas esbeltas

Consideración de los Efectos de Esbeltez



* $34-12(M_1/M_2) \leq 40$

** Permitido para cualquier relación de esbeltez.

Figura 61. Consideración de la esbeltez de las columnas

Efectos de Esbeltez en Elementos Comprimidos

Análisis De Segundo Orden

El código recomienda el uso de análisis de segundo orden o análisis P-△en los elementos comprimidos que la relación de esbeltez (kLu/r) es mayor que 100.
En general, los resultados de un análisis de segundo orden permiten obtener valores más realistas para los momentosque los que se obtienen usando un análisis aproximado. En el caso de los pórticosdesplazables, utilizando análisis de segundo orden generalmente se obtendrán diseños más económicos.
NOTA:
M1 = menor de los momentosmayoradosen los extremos de la columna
M2 = mayor de los momentosmayorados en los extremos de la columna
M1/M2 es positivo si se deforma en curvatura simple
M1/M2 es negativo si se deforma en curvatura doble

Evaluación Aproximada De Los Efectos De Esbeltez

Se usa el factor de amplificación de momentos **δ** para amplificar los momentos de primer orden y así tomar en cuenta el aumentode los momentos provocado por la curvatura y eldesplazamiento lateral del elemento. El factor de amplificación de momentos **δ**depende de la relación entre la carga axial aplicada y la carga crítica o de pandeo de la columna, de la relación entre los momentosaplicados en los extremos de la columna, y de la geometría deformada de la columna.

Propiedades De La Sección Para El Análisis Del Pórtico

Las cargas axiales mayoradas (Pu), los momentos mayorados en los extremos de la columna (M1 y M2) ylas deformaciones laterales de pisoΔ_o, se deberán calcular usando un análisis elástico de primer orden del pórtico, considerando lapresencia de regiones fisuradas a lo largo del elemento. Es evidente que realizar estos cálculos no es factible desde el punto de vistaeconómico, aún para estructuras pequeñas. Por lo tanto, para considerar la fisuración en el análisis se pueden usar las propiedadesde la sección dadas en la Tabla

	Módulo de elasticidad	Momento de inercia†	Área
Vigas	E_c de 8.5.1	0,35 I_g	1,0 A_g
Columnas		0,70 I_g	
Tabiques no fisurados		0,70 I_g	
Tabiques fisurados		0,35 I_g	
Placas planas y losas planas		0,25 I_g	

† Dividir por $(1 + \beta_d)$ cuando actúen cargas de larga duración, o para las verificaciones de estabilidad realizadas de acuerdo con 10.13.6.

Para los análisis a nivel de la carga de servicio multiplicar por 1/0,70 = 1,43.

Tabla 3. Propiedades de las secciones para el análisis de pórticos

MOMENTO DE INERCIA EFECTIVO PARA ELEMENTOS
PAULY & PRIESTLEY

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO Y MAMPOSTERIA

	Rango	Valor recomendado
Rectangular beams	$0.30–0.50I_g$	$0.40I_g$
T and L beams	$0.25–0.45I_g$	$0.35I_g$
Columns, $P > 0.5f'_cA_g$	$0.70–0.90I_g$	$0.80I_g$
Columns, $P = 0.2f'_cA_g$	$0.50–0.70I_g$	$0.60I_g$
Columns, $P = -0.05f'_cA_g$	$0.30–0.50I_g$	$0.40I_g$

Tabla 4. Momentos de inercia efectivo para elementos de diseño sísmico de estructuras de concreto reforzado y mampostería.

Dónde:
A_g = área gruesa de la sección;
I_g = momento de inercia de la sección de concreto sobre su eje centroidal, se desprecia el refuerzo.

Radio de giro

En general el radio de giro, r, es la raíz cuadrada de la relación I_g/A_g. En particular, para los elementos de sección rectangular **r** se puede tomar igual a 0,30por la dimensión en la dirección en la cual se está considerando la estabilidad, mientras que para los elementos de sección circularse puede tomar igual a 0,25 por el diámetro de la sección.

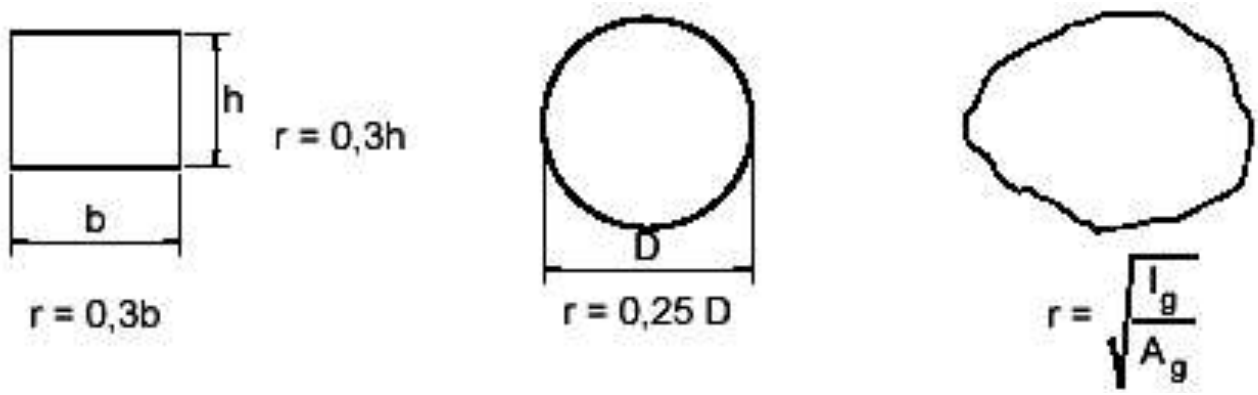


Figura 62. Radio de giro, r

Longitud sin apoyo lateral y longitud efectiva de elementos comprimidos

La longitud sin apoyo lateral (o longitud no soportada) Lu de una columna, es la distancia libre entre apoyoslaterales, como se ilustra en la Figura 63.

Figura 63. Longitud sin apoyo lateral, Lu.

Observar que la longitud Lu puede ser diferente para el pandeo respecto de cada uno delos ejes principales de la sección transversal de la columna. La ecuación básica de Euler para la carga crítica de pandeo, fuerondesarrolladas para extremos articulados y, por lo tanto, se las debe modificar para considerar los efectos de las condiciones deapoyo, para sistema indesplazable o desplazable.

Resumiendo, se pueden hacer los siguientes comentarios.

1. Para los elementos solicitados a compresión en pórticos indesplazables, la longitud efectiva Le está comprendida entre Lu/2 y Lu,siendo Lu la longitud real sin apoyo lateral de la columna.

2. Para los elementos solicitados a compresión en pórticos desplazables, la longitud efectiva Le siempre es mayor que la longitudreal de la columna Lu, y puede ser igual a 2Lu o mayor. En este caso un valor de k inferior a 1,2 no sería realista.

3. El uso de los nomogramas de las Figuras se permiten determinar gráficamente losfactores de longitud efectiva para los elementos solicitados a compresión de pórticos indesplazables y desplazables,respectivamente. Si ambos extremos de una columna de un pórtico indesplazable tienen mínima rigidez rotacional, o seaproximan a $\psi = \infty$, y entonces k = 1,0. Si ambos extremos se aproximan al empotramiento perfecto, $\psi = 0$, y k = 0,5. Si ambosextremos de una columna de un pórtico desplazable tienen mínima rigidez rotacional, o se aproximan a $\psi = \infty$, entonces $k = \infty$.Si ambos extremos se aproximan al empotramiento perfecto, $\psi = 0$, entonces k = 1,0.

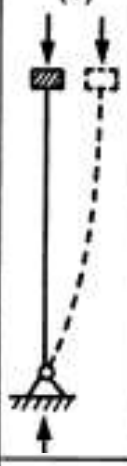
Buckled shape of column is shown by dashed line	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f) 
Theoretical K value	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Recommended design value when ideal conditions are approximated	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
End condition code		Rotation fixed and translation fixed Rotation free and translation fixed Rotation fixed and translation free Rotation free and translation free				

Tabla 5. Límites de esbeltez.

El límite superior de la esbeltez indicado, $kL_u/r = 100$, corresponde a $L_u/h = 30$ para un elemento comprimido en un pórtico indesplazable con restricción nula en ambos extremos. Este límite de L_u/h aumenta a 39 cuando la relación entre la rigidez de la columna y la rigidez de las vigas en ambos extremos es igual a 1,0.

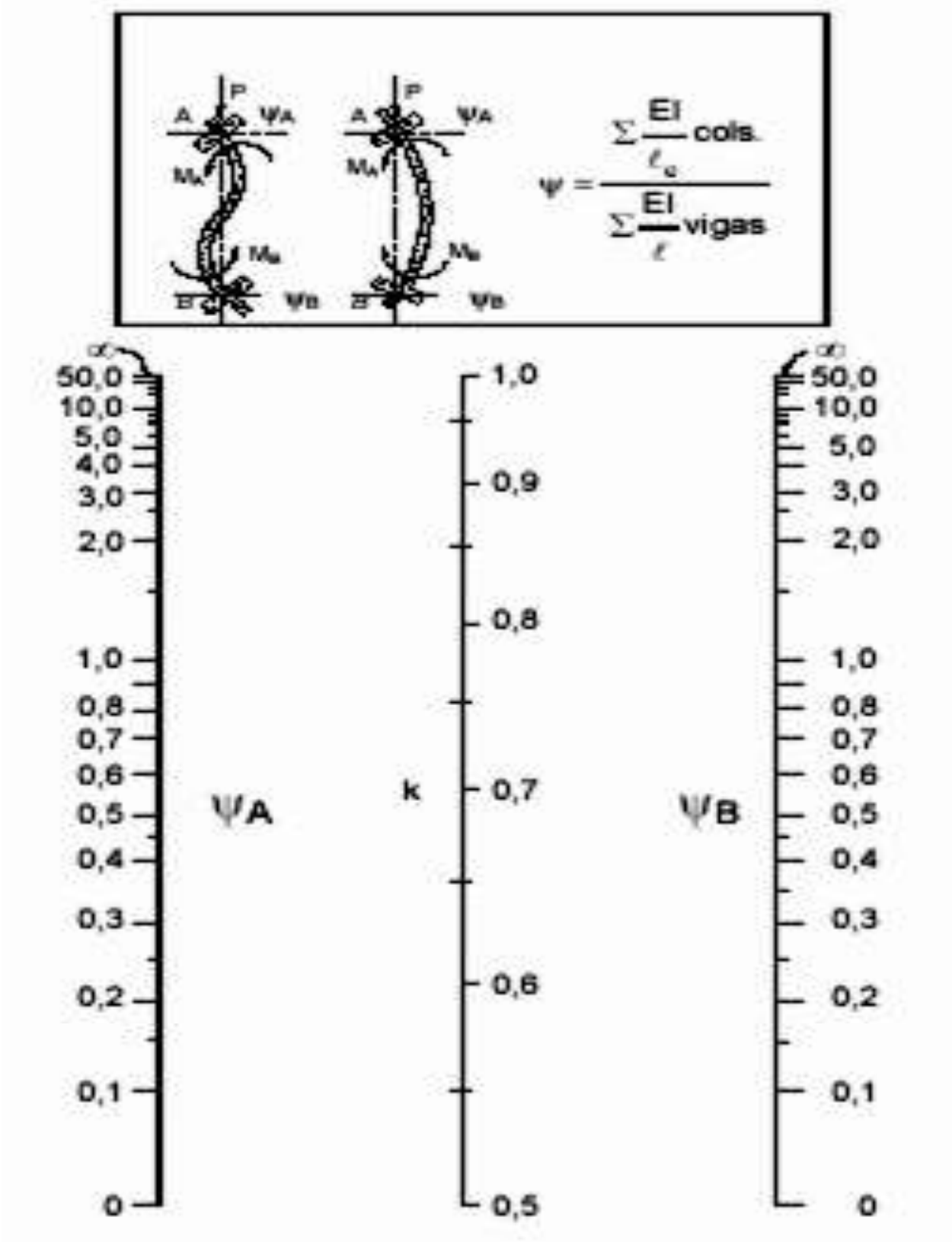


Figura 64. Factores de longitud efectiva para elementos comprimidos en pórticos indesplazables.

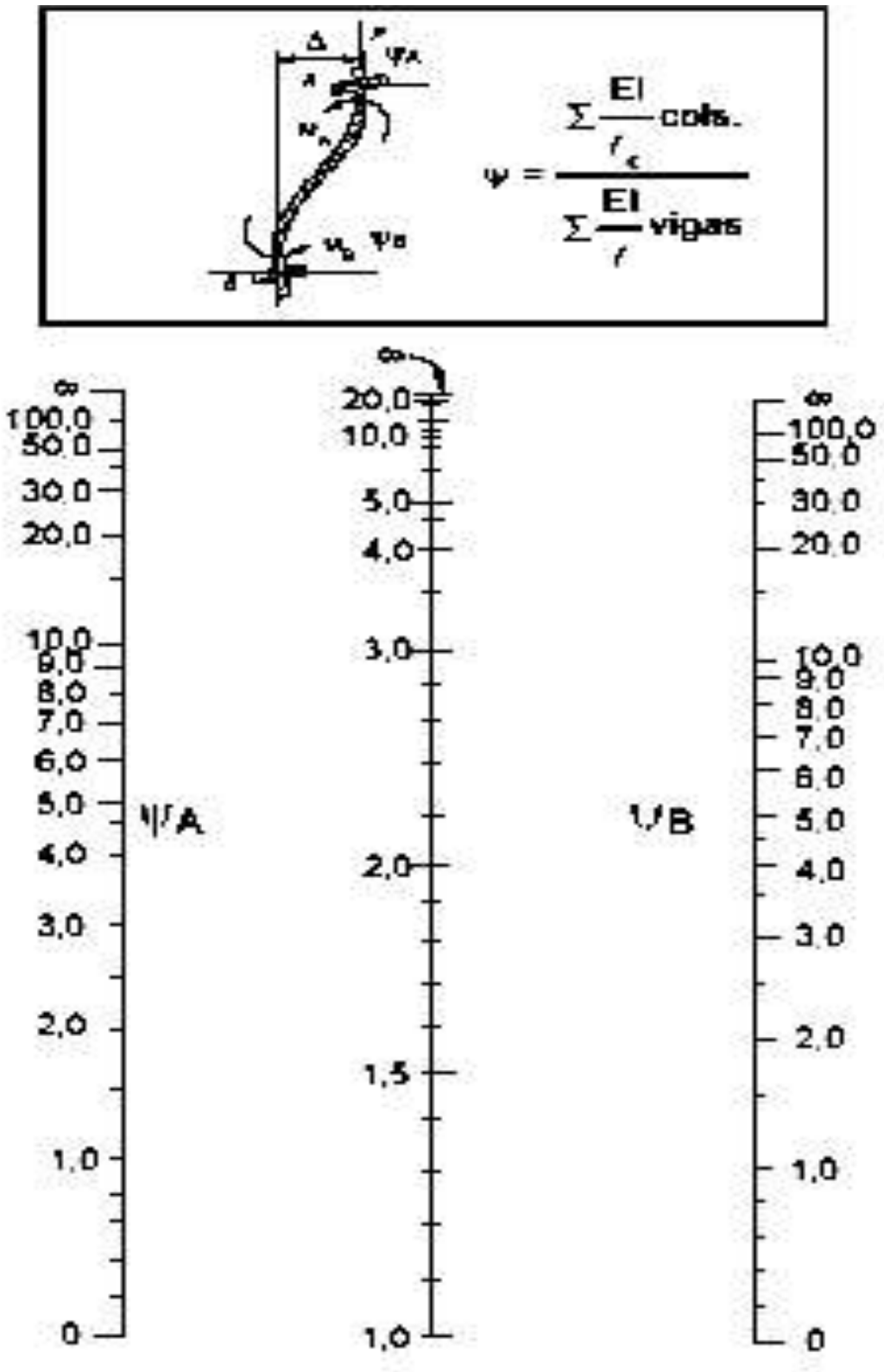


Figura 65. Factores de longitud efectiva para elementos comprimidos en pórticos desplazables.

Pórticos indesplazables y Pórticos desplazables

En las estructuras reales rara vez existen condiciones totalmente indesplazables o desplazables. Esto no se puede determinarfácilmente mediante inspección; se presentan dos maneras posibles para determinar si un pórtico esindesplazable o desplazable. De acuerdo con ACI-2005 ecuación 10-6, una columna de una estructura se puede considerar indesplazable si losmomentos de segundo orden en los extremos de la columna no son superiores a 5 por ciento de los momentos de primer orden endichos extremos. De acuerdo con ello, también se permite asumir que un entrepiso de una estructura es indesplazable si:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_{us} \ell_c} \leq 0.05$$

Donde:
Q = índice de estabilidad de un entrepiso
∑Pu = carga vertical total mayorada en el entrepiso correspondiente al caso de carga horizontal para el cual ∑Pu esmáximo
Vu = corte total en el entrepiso
∆.o = desplazamiento relativo de primer orden entre la parte superior y la parte inferior del entrepiso debido a Vu
Lc = longitud de la columna, medida entre los ejes de los nudos del pórtico
Observar que la **Ecuación10-6 del ACI-05**, no es aplicable cuando Vu = 0.

Consideración Del Efecto P- ∆

Si la rigidez la definimos como el producto del inverso de la deriva por el producto de las fuerzas que provocan ese desplazamiento.

La deriva (ver figuras 66 y 67) son provocadas por la fuerza cortante del piso en análisis, obtenida del corte basal y la componente horizontal de la carga sobre la columna.

$$\boldsymbol{Riguidez} = \left(\frac{\mathbf{1}}{\Delta}\right)(\boldsymbol{V_u} + \boldsymbol{H}) = \frac{\boldsymbol{V_u}}{\boldsymbol{\Delta_o}}$$

$$(\boldsymbol{V_u} + \boldsymbol{H}) = \left(\frac{\boldsymbol{V_u}}{\boldsymbol{\Delta_o}}\right)\Delta$$

$$\boldsymbol{V_u} + \frac{(\Delta * \sum \boldsymbol{P_u})}{\boldsymbol{L_e}} = \left(\frac{\boldsymbol{V_u}}{\boldsymbol{\Delta_o}}\right)\Delta$$

$$\boldsymbol{Rigidez = \frac{V_u}{\Delta_o}}$$

Como:

$$\boldsymbol{H = \Delta * \frac{\sum P_u}{L_e}} \quad \boldsymbol{RIGIDEZ = \left(\frac{1}{\Delta}\right)(V_u + H)}$$

$$\boldsymbol{(\Delta * \sum P_u) = L_e \left(\frac{V_u}{\Delta_o}\right)\Delta - V_u L_e \Delta = \frac{L_e \Delta \left(\frac{V_u}{\Delta_o}\right)}{\sum P_u} - \frac{V_u L_e}{\sum P_u}}$$

$$\boldsymbol{\Delta = \left(\frac{V_u L_e}{\sum P_u}\right) * \left(\frac{\Delta}{\Delta_O} - 1\right)} \qquad \boldsymbol{\frac{\Delta * \sum P_u}{V_u L_e} = \frac{\Delta}{\Delta_O} - 1}$$

$$\boldsymbol{\frac{\Delta * \sum P_u}{V_u L_e} = 1 - \frac{\Delta_O}{\Delta} \quad 1 - \frac{\Delta * \sum P_u}{V_u L_e} = \frac{\Delta_O}{\Delta}}$$

$$\boldsymbol{\frac{\Delta_O}{\Delta} = 1 - \frac{\Delta * \sum P_u}{V_u L_e}}$$

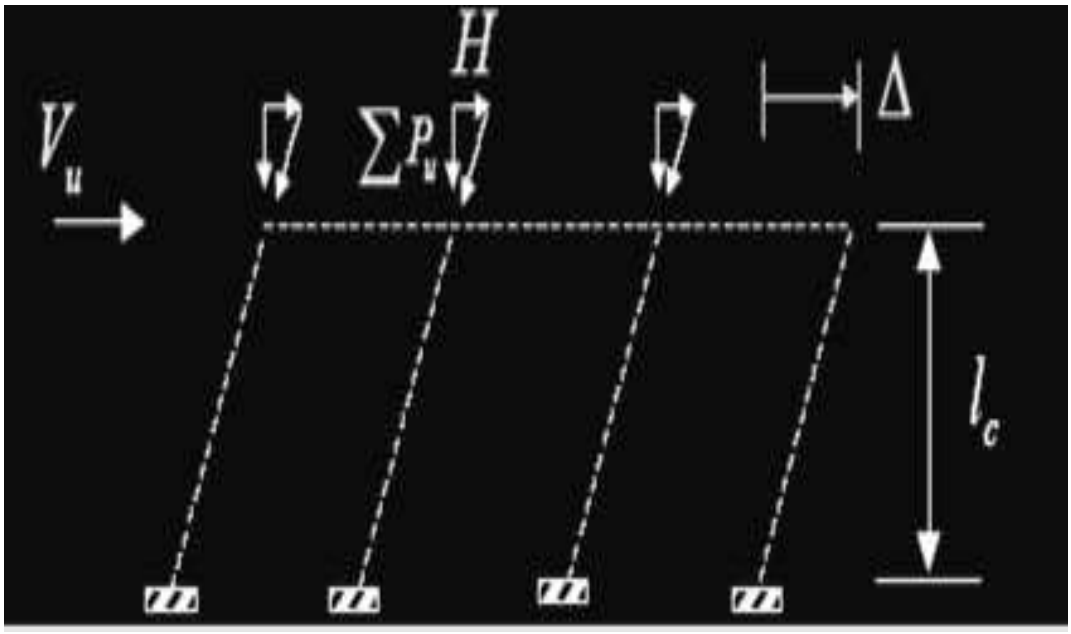


Figura 66. Deriva son provocadas por la fuerza cortante del piso.

El inverso, entonces obtenemos la identidad

$$\Delta = \frac{\Delta_o}{\underbrace{1 - \frac{\Delta_o \sum P_u}{l_c \ V_u}}_{Q}} \longrightarrow M = \frac{M_o}{1 - \frac{\Delta_o \sum P_u}{l_c \ V_u}}$$

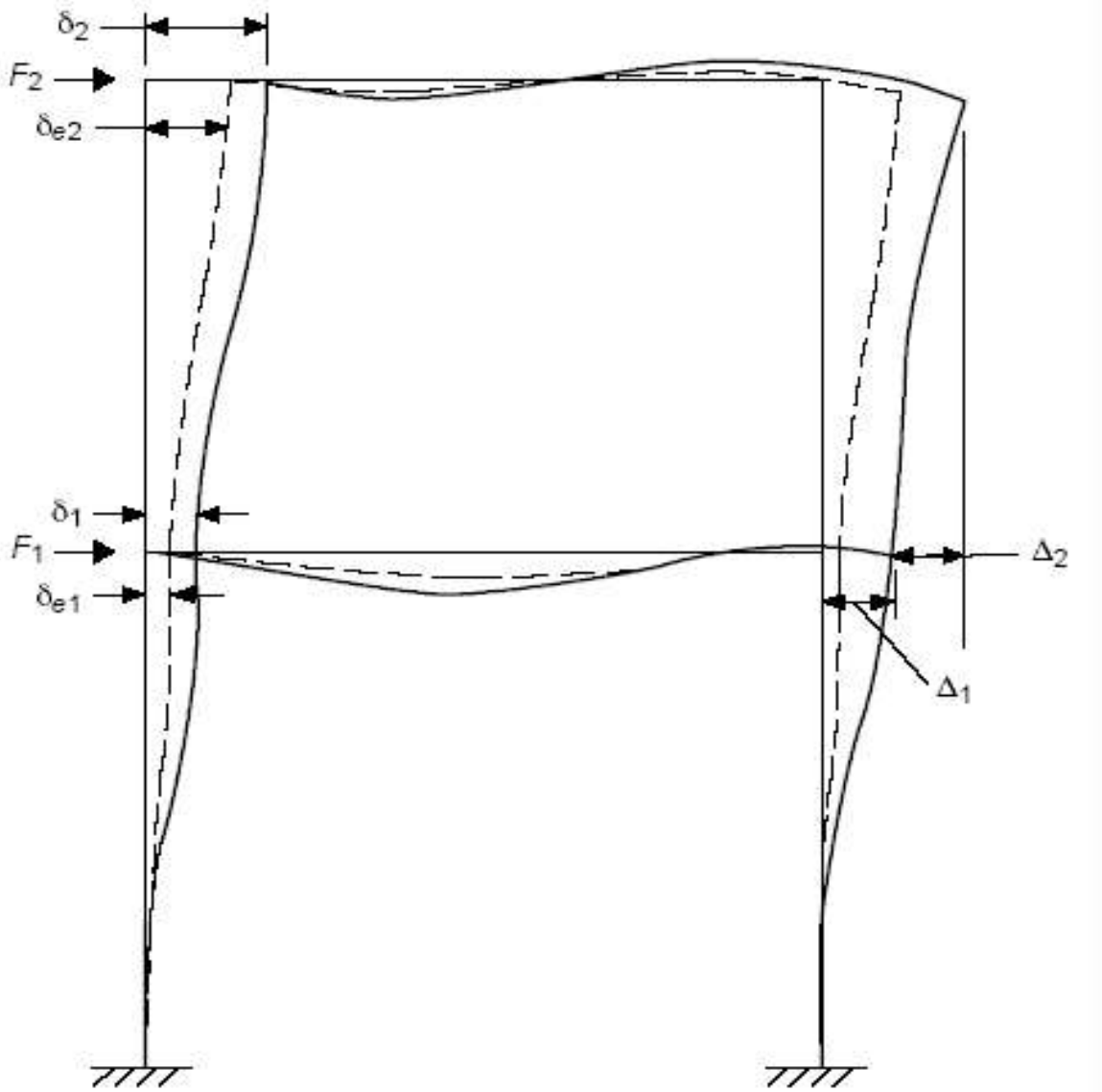


Figura 67. Máximo Desplazamiento por Nivel Δ_0, Ibc 2003:1617.5.4

NIVEL DE PISO 1

F_1 = Fuerza de nivel en base al corte basal

$\mathbf{d}_{e1}$ = desplazamiento elástico, provocado por fuerzas de sismo

$\mathbf{d}_1$ = desplazamiento amplificado. = $C_d\mathbf{d}_{e1}$ / I_E

Δ_1 = $\mathbf{d}_1 \leq \Delta\mathbf{a}$ (TABLA 1617.3)

NIVEL DE PISO 2

F_2 = Fuerza de nivel en base al corte basal

$\mathbf{d}_{e2}$ = desplazamiento elástico, provocado por fuerzas de sismo

$\mathbf{d}_2$ = desplazamiento amplificado. = $\mathbf{C_d d_{e2}}$ / $\mathbf{I_E}$

$\Delta_2 = (d_{e2} - d_{e1})(C_d) / (I_E) \leq \Delta a$ (TABLA 1617.3)

Desplazamiento Relativo De Piso Permitido (IBC: TABLA 1617.3)

Edificación	Grupo De Uso Sísmico		
	I	II	III
Que no tienen muros de corte de mampostería, hasta 4 pisos con muros interiores, tabiques, cielorrasos y muros externos para controlar desplazamientos relativos de piso.	0.025 h	0.020 h	0.015 h
Edificaciones de muros de corte de mampostería en voladizo	0.010 h	0.010 h	0.010 h
Otras edificaciones de muros de corte de mampostería	0.007 h	0.007 h	0.007 h
Edificaciones de estructura de muros de mampostería	0.013 h	0.013 h	0.010 h
Toda otra edificación	0.020 h	0.015 h	0.010 h

Tabla 6. Desplazamiento Relativo de piso Permitido, IBC: TABLA 1617.3

Desplazamientos Horizontales Δ
UBC-97 1630.9

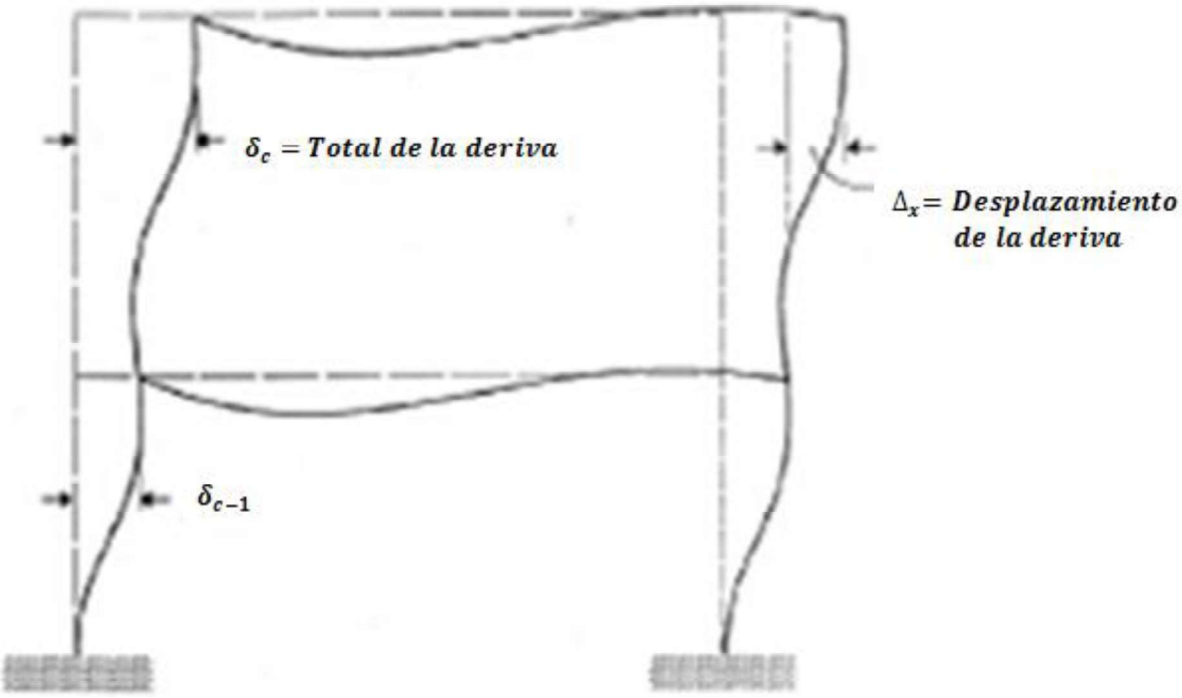


Figura 68. Desplazamiento horizontal.

El desplazamiento elástico Δ_s es determinado en el análisis estructural, usando cargas estáticas correspondientes. El máximo desplazamiento inelástico Δ_M es:

$$\Delta_M = 0.7R\Delta_s$$

$$\Delta_a = 0.20h_{sx}\ para\ T \geq 0.7\ seg$$

$$\Delta_a = 0.25h_{sx}\ para\ T < 0.7\ seg$$

$$h_{sx} = Desplazamiento\ de\ altura\ por\ debajo\ de\ x$$

El UBC limita el desplazamiento de piso de una estructura, como un desplazamiento Δ_o relativo entre dos niveles de altura **h** adyacentes de la estructura, como ***respuesta inelástica máxima.***

UBC-97 TABLA 1617.6.2

Sistema Estructural	R
MUROS PORTANTES: muros de corte comunes de concreto reforzado	4.5
DE EDIFICACION: muros de corte especiales de mampostería reforzada	5.5
PORTICOS RESISTENTES A MOMENTOS: de concreto reforzado	8.0
DOBLES ESPECIALES: PORTICO-MURO: muros de corte intermedio de mampostería reforzada	6.5
DOBLES INTERMEDIOS: PORTICO-MURO: Muros de corte comunes de mampostería reforzada	3.0

Tabla 7. Sistema estructural de tabla 1617.6.2 de UBC-97.

Nota:
UBC-97 e IBC-03 los límites del desplazamiento no dependen del tipo de ocupación de la estructura y son independiente del factor de Importancia (Asumir un valor de I=1.25). Es decir que solo dependen del período de la estructura (con límites de cambio en 0.75).

Deriva

d_e=desplazamiento elástico calculado por influencia de la fuerza (Fi) proporcional al V_B en el nivel considerado

$$d_{ei} = \Delta_{flexión} + \Delta_{corte} \qquad \delta_{ei} = Fi\left(\frac{H^3}{12EI} + \frac{h}{GA}\right)$$

ypara techos lamina o livianos usar:

$$\delta_{ei} = Fi\left(\frac{H^3}{3EI} + \frac{h}{GA}\right)$$

Primero Según: IBC y ASCE (12.8.15) 2005

ASCE-05: 12.8.6 ⇨ 12.8.7 $\delta_x = \dfrac{C_d \delta_{xe}}{I}$

Donde:

Cd: Factor de amplificación de deflexión de tabla ASCE-05 Pág. 120, tabla 12.2.1
IBC-2003 paginas 369, 370, 371, 372. Tabla 1617.6.2

dxe = d_{ei} ó Análisis Elástico

I: Factor de Importancia, relaciona con Categoría de Ocupación

IBC-2003 pág. 303, tabla 1604.5
UBC-97 pág. 16-35, tabla 16-K
ASCE-05 pág. 3, tabla 1-1

Nota:

El valor **dxe** se obtiene en base al período T & Cu.

IBC-2000, pág. 315.
ASCE-05, pág. 129.

Figura 69. Gráfico de capacidad global de disipación de energía y coeficiente de reducción de resistencia R.

COLUMNAS ESBELTAS

Factor De Amplificación De Momentosd para Flexión Biaxial

Cuando en una columna hay flexión biaxial, se deben amplificar los momentos calculados para cada eje principal. Los factores deamplificación de momentos, **d**, se calculan considerando la carga de pandeo, Pc, respecto de cada eje en forma separada, en base alas longitudes efectivas correspondientes y a la rigidez relativa de la columna y las vigas en cada dirección. En consecuencia, si lascapacidades de pandeo respecto de los dos ejes son diferentes, los factores de amplificación de momentos en ambas direccionestambién serán diferentes. Los momentos respecto de los dos ejes se amplifican de forma separada, y luego la sección transversal sedimensiona para una carga axial Pu y los momentos biaxiales amplificados.

Consideración De Los Efectos De La Esbeltez

Los límites inferiores de la esbeltez permitirán despreciar los efectos de la esbeltez para una gran cantidad de columnas.Considerando la esbeltez $\mathbf{kL_u/r}$ en términos de L_u/h para columnas rectangulares, los efectos de la esbeltez se pueden despreciarcuando L_u/h ***es menor que 10 para elementos comprimidos en pórticos indesplazables y con restricción nula en ambos extremos.***Este límite aumenta a 18 para el caso de columnas con doble curvatura con momentos iguales en sus extremos y una relación entrela rigidez de la columna y la rigidez de las vigas igual a 1,0 en ambos extremos.

Para las columnas con poca o ninguna restricción en sus extremos, se debería utilizar un valor ***k = 1.0***. Para las columnas robustas restringidas mediante losas planas, **k** está comprendido entre alrededor de ***0.95 y 1.0*** por lo cual se puede estimar conservadoramente igual a 1.0. Para las columnas de los pórticos formados por vigas y columnas, **k** varía entre alrededor de 0.75 y 0.90 por lo cual se puede estimar conservadoramente igual a 0.90. Si el cálculo inicial de la esbeltez en base a los valores **k** estimados indica que es necesario considerar los efectos de la esbeltez en el diseño, se debería calcular un valor de **k** más exacto y evaluar nuevamente la esbeltez.

Para los elementos comprimidos en pórticos desplazables donde la relación entre la rigidez de la columna y la rigidez de las vigas es igual a 1.0 en ambos extremos, los efectos de la esbeltez se pueden despreciar cuando L_u/h es menor que 5. Este valor se reduce a 3 si la rigidez de las vigas se reduce a un quinto de la rigidez de la columna en cada extremo de la misma. En consecuencia, las rigideces en la parte superior e inferior de las columnas de los edificios en altura en los cuales el desplazamiento lateral no está restringido mediante muros estructurales u otros elementos afectarán significativamente el grado de esbeltez de la columna.

Momentos Amplificados – Pórticos Indesplazables

Las ecuaciones para el diseño aproximado de columnas esbeltas indicadas en 10.12.3 para pórticos indesplazables se basan en elconcepto de un factor de amplificación de momentos, $\mathbf{d_{ns}}$, que se aplica al mayor de los momentos mayorados, M2, de ambosextremos del elemento comprimido. Luego la columna se diseña para la carga axial mayorada Pu y el momento amplificado Mc,siendo Mc:

$$M_c = \delta_{ns} M_2$$

Donde:

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_c}} \geq 1.0$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(k\ell_u)^2}$$

La carga crítica Pc se calcula para condición indesplazable usando un factor de longitud efectiva, **k**, **menor o igual que 1,**0. Cuando**k** se determina usando los nomogramas o las ecuaciones, en los cálculos se deben usar los valores de E e I que se presentan a continuación.

Observar que el factor 0,75 de la Ecuación (ACI:10-10) es un factor de reducción de la rigidez.

Para definir la carga crítica de una columna, la principal dificultad radica en elegir un parámetro de rigidez EI que aproximerazonablemente las variaciones de la rigidez debidas a la fisuración, la fluencia lenta y la no linealidad de de la curva tensión-deformacióndel hormigón. Si no se realiza un análisis más exacto, EI se deberá tomar como:

$$EI = \frac{0.2 E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_d}$$

Ecuación 10-11 esta corresponde ACI-2002

O bien:

$$EI = \frac{0.4E_cI_g}{1+\beta_d}$$

Ecuación 10-12 esta corresponde ACI-2002

La segunda ecuación es una aproximación simplificada de la primera. Ambas ecuaciones aproximan los límites inferiores de **EI**para las secciones habituales y, por lo tanto, son conservadoras. El valor de **EI** utilizado se toma en cuenta los efectos de agrietamiento, flujo plástico y el carácter no lineal de la curva esfuerzo-deformación del concreto.

La Figura 70, ilustra la naturaleza aproximada de las ecuacionespara determinar **EI**, comparándolas con valores obtenidos de diagramas momento-curvatura para el caso que no hay cargasostenida (βd = 0).

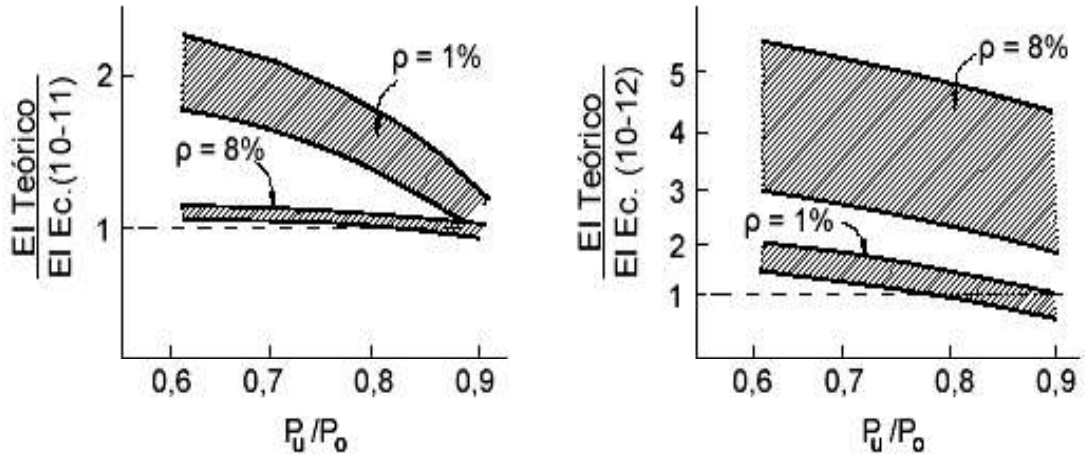


Figura 70. Comparación de EI obtenido mediante las ecuaciones con valores de EI obtenidos de diagramasmomento-curvatura

La Ecuación (10-11) representa el límite inferior del rango práctico de los valores de rigidez. Esto es particularmente válido paralas columnas fuertemente armadas. Como se observó anteriormente, la Ecuación (10-12) es más fácil de usar pero subestima engran medida el efecto de la armadura en las columnas fuertemente armadas.Ambas ecuaciones para determinar **EI** fueron desarrolladas para valores de e/h pequeños y valores de Pu/Po elevados, caso en elcual el efecto de la carga axial es más pronunciado. El término Po es la resistencia nominal a la carga axial para excentricidad nula.

En las columnas de hormigón armado solicitadas por cargas de larga duración, la fluencia lenta transfiere parte de la carga delhormigón a la armadura, aumentando así las tensiones en el acero. En las columnas poco armadas esta transferencia de carga puedeprovocar que el acero llegue a fluencia de forma prematura, provocando una pérdida en el valor efectivo de EI. Esto se toma encuenta dividiendo EI por (1 + βd). Para los pórticos indesplazablesβ_d se define de la siguiente manera:

$$\beta_d = \frac{\textit{Máxima carga axial de larga duracion mayorada}}{\textit{Máxima carga axial mayorada asociada con la misma combinación de cargas}}$$

En las columnas compuestas en las cuales un perfil de acero representa un gran porcentaje de la sección transversal total de lacolumna, la transferencia de carga debida a la fluencia lenta no es significativa. En consecuencia, sólo la parte de **EI**correspondiente al hormigón se debería reducir aplicando (1 + β_d) para tomar en cuenta los efectos de la carga de larga duración.

El pandeo, en columnas reales (en contraposición de las columnas ideales), no se produce repentinamente al alcanzarse la carga crítica de pandeo, sino que se manifiesta progresivamente desde los niveles bajos de carga axial, y se vuelve cada vez más importante conforme la carga axial se aproxima a la carga crítica de pandeo.

A continuación se presenta un gráfico con la variación del factor de mayoración de momentos **d**, conforme lo proponen los códigos de diseño vigentes, para diferentes valores de Pu / (0.75 Pcr), y para distintos valores de Cm.

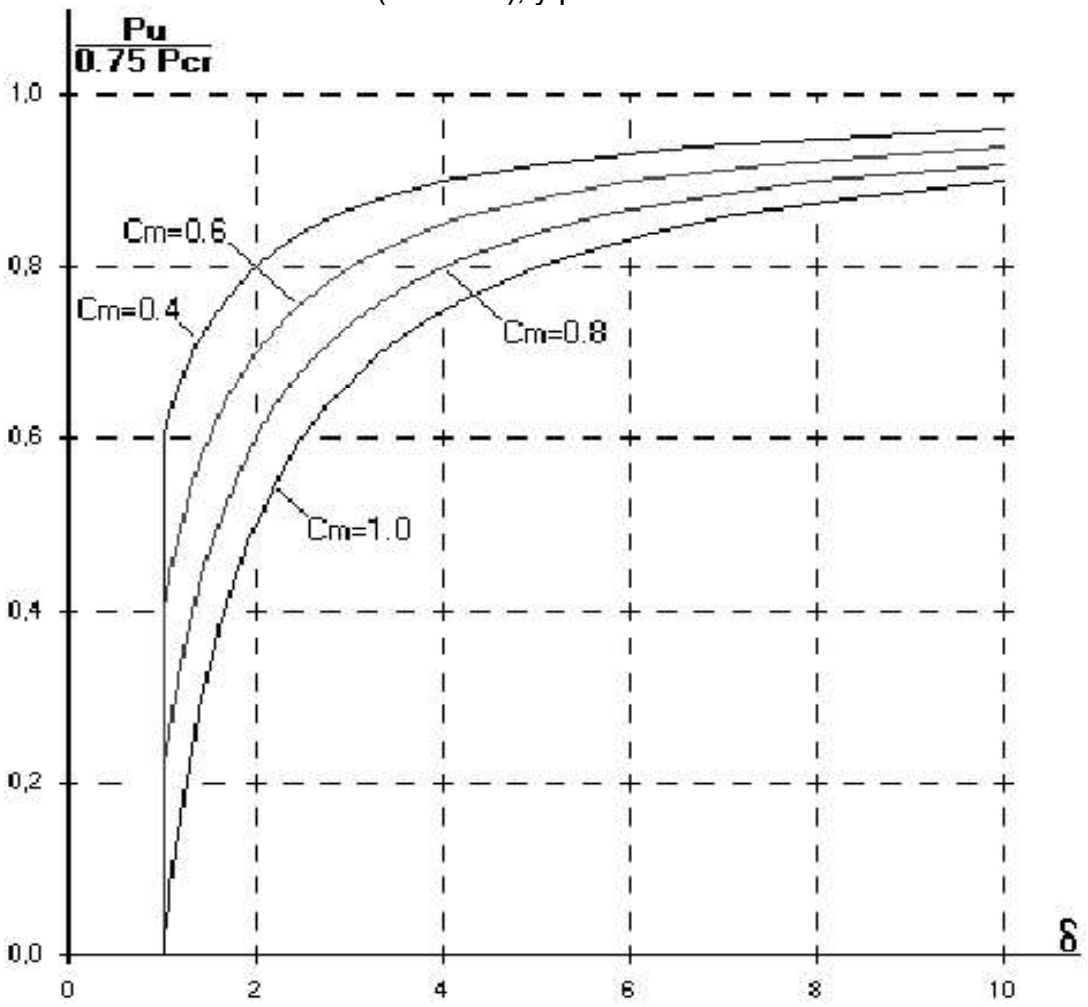


Figura 71. Gráfico de variación del factor de mayoración de momentos ***d****, para Pu / (0.75 Pcr), y para Cm.*

Para corregir de manera simple el efecto del pandeo en columnas, el coeficiente C_m, en columnas sin desplazamiento transversal de los nudos extremos, tomando en consideración la influencia de la elástica de deformación provocada por los momentos flectores de primer orden sobre la geometría de la elástica de deformación de pandeo. El valor natural de Cm es 1.

El criterio básico utilizado para definir el valor de $C_m$es que los momentos flectores constituyen el factor más importante para definir el comportamiento de las columnas ante el pandeo, por lo que la geometría de pandeo, inicialmentees similar a la elástica de deformación provocada por la flexión de primer orden.

En el gráfico siguiente se presentan las elásticas de deformación iniciales de columnas de eje recto, provocadas por las cuatro posibles combinaciones de dirección de los momentos extremos de barra que son contempladas en los códigos.

Para el caso de que las columnas no puedan tener desplazamientos transversales relativos entre los extremos de barra (éste es el único caso en que los códigos admiten que el valor de Cm puede ser diferente de 1).

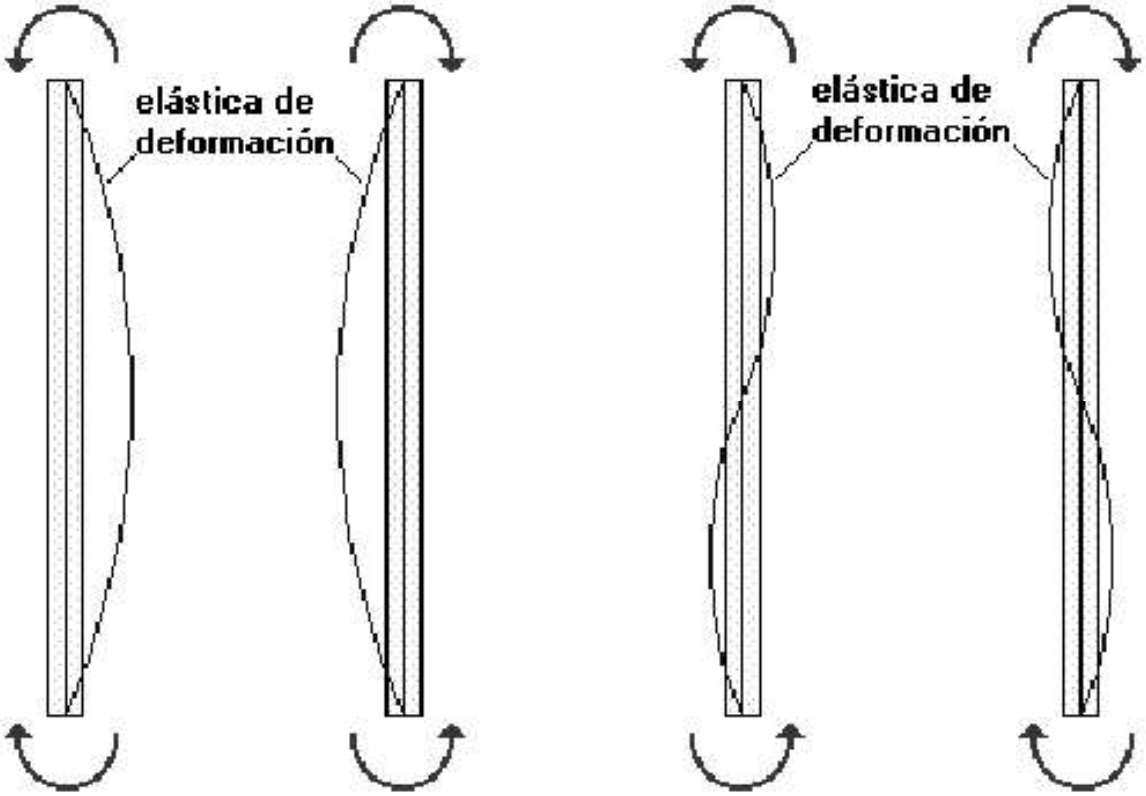


Figura 72. Gráfico de elásticas de deformación iniciales de columnas de eje recto.

Las columnas no arriostradas contra desplazamiento transversal pueden diseñarse empleando un segundo método aproximado, también basado en análisis estructural de primer orden y la ecuación de Euler.

Para elementos sin cargas transversales entre sus apoyos, eltérmino Cm es:

$$C_m = 0.6 + 0.4\left(\frac{M_1}{M_2}\right) \geq 0.4$$

En los elementos con cargas transversales entre sus apoyos, es posible que el momento máximo ocurra en una sección alejada delos extremos del elemento. En este caso, el mayor momento calculado que ocurre en cualquier sección de la longitud del elementose debería amplificar, aplicando δ_{ns}, y el coeficiente$C_m$se debe tomar igual a 1.

La Figura 73, muestra algunos de los valores del coeficiente C_m, en función de la deformada de la columna y las condiciones de vínculo de los extremos.

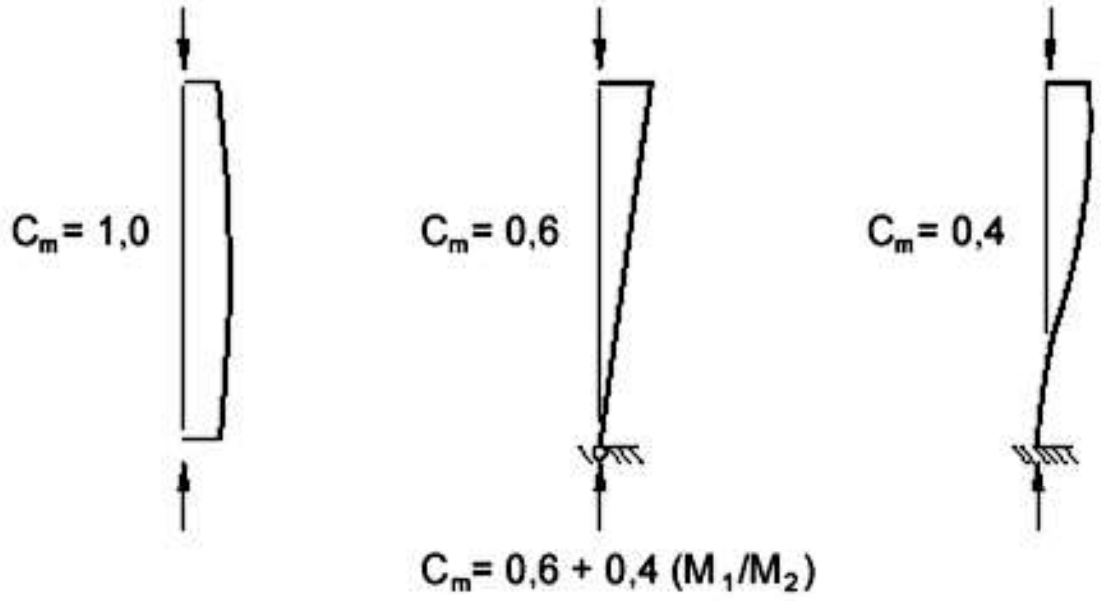


Figura 73. Gráficos de los valores de coeficiente C_m en función de la deformación de la columna.

Si en la Ecuación del momento amplificado Mc , el momento M_2 calculado es pequeño o nulo, el diseño de una columna indesplazable se debe basar en elmomento mínimo M_2,min

$$M_{2,min} = P_u(0.6 + 0.03h) \textit{ En pulgadas}$$

Para los elementos en los cuales se verifique $\mathbf{M_{2,min} > M_2}$, el valor de C_m = 1, o bien se debe calcular mediantela Ecuación del ACI: 10-14 (C_m) considerando el cociente de los momentos reales calculados para los extremos, M_1 y M_2.

Momentos Amplificados – Pórticos Desplazable

El diseño de los pórticos desplazables considerando los efectos de la esbeltez consiste esencialmente en tres pasos:

1. Se calculan los momentos amplificados debidos al desplazamiento lateral,dsMs, de una de las tres maneras siguientes:

a. Un análisis elástico de segundo orden del pórtico (ACI 10.13.4.1)

b. Un análisis de segundo orden aproximado (ACI 10.13.4.2)

b. Un método aproximado en base a un factor de amplificación de los códigos ACI anteriores (10.13.4.3)

3. ***Los momentos amplificados debidos al desplazamiento lateral***,dsMs se suman a los momentos M_{ns}, no amplificados y sinconsiderar el desplazamiento lateral, en cada extremo de la columna (ACI 10.13.3):

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

Los momentos ***que no consideran el desplazamiento lateral***, M1ns y M2ns, se calculan usando un análisis elástico de primerorden.

3. Si la columna es esbelta y las cargas axiales que actúan sobre la misma son elevadas, se debe verificar si los momentos en lospuntos entre los extremos de la columna son mayores que los momentos en dichos extremos.

De acuerdo con 10.13.5 severifica usando el factor de amplificación dns para pórticos indesplazables, calculando Pc en base a k=1 o menor.

ACI 10.13.5- Si un elemento individual en compresión cumple:

$$\frac{\ell_u}{r} > \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'c * A_g}}}$$

debe ser diseñado para la carga mayorada**Pu** y para el momento **Mc** calculado de acuerdo a la sección 10.12.3 ACI en donde $\mathbf{M_1}$y $\mathbf{M_2}$y con la sección 10.13.3, $\beta_d$según se definió para la combinaciónde cargas consideradas, y **k** según lo definido en la sección 10.12.1 ACI.

Determinación de $\delta_s M_s$

Como se indicó anteriormente, existen tres maneras para calcular los momentos amplificados debidos al desplazamiento lateral, $\delta_s M_s$. Si para calcular $\delta_s M_s$ se utiliza un análisis elástico de segundo orden, las deformaciones deben ser representativas del estadoinmediatamente anterior a la carga última.

Por este motivo en los análisis de segundo orden se deben usar los valores de **EI** dados anteriormente. Observar que **I** se debe dividir por: (1 + βd), donde para pórticos desplazables β_d se define de la siguiente manera

$$\beta_d = \frac{\textit{Máximo corte de larga duración mayorado en un entrepiso}}{\textit{Máximo corte mayorado en el entrepiso}}$$

Para cargas sísmicas $\beta_d = 0$.

Un ejemplo de un valor de βd diferente de cero puede ocurrir cuando los elementos están solicitadospor presiones del suelo.

La sección 10.13.4.2 permite utilizar un análisis de segundo orden aproximado para determinar $\delta_s M_s$. En este caso, la solución de laserie infinita que representa el análisis iterativo P-D. para los momentos de segundo orden es:

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{I - Q} \geq M_s$$

Dónde:

Q = índice de estabilidad de un entrepiso

$$= \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_u \ell_c}$$

Observar que la Ecuación anterior predice en forma precisa los momentos de segundo orden en los pórticos desplazables paravalores de δ_s menores o iguales que 1,5. Cuando se verifica δ_s> 1,5: $\delta_m M_s$ se debe calcular usando 10.13.4.1 ó 10.13.4.3 de ACI.

El código también permite determinar $\delta_s M_s$ usando el procedimiento de amplificación de momentos incluido en los códigos ACIanteriores (10.13.4.3):

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - \frac{\sum P_u}{0,75 \sum P_c}} \geq M_s$$

Dónde:

∑Pu = sumatoria de todas las cargas verticales en un piso

∑Pc = sumatoria de las cargas críticas para todas las columnas que resisten el desplazamiento lateral de un piso

Es importante observar que, en las construcciones con desplazamientos torsionales significativos, el procedimiento deamplificación de momentos puede subestimar la amplificación de los momentos de las columnas más alejadas del centro derotación. En estos casos se debería considerar un análisis de segundo orden tridimensional.

Estabilidad estructural bajo cargas gravitatorias (ACI 10.13.6)

En los pórticos desplazables se debe investigar la posibilidad de inestabilidad por desplazamiento lateral de la estructura en suconjunto. Esto se verifica de tres maneras diferentes, dependiendo del método usado para determinar **d**m**M**s:

1. **Cuando dsMs se determina mediante un análisis de segundo orden (10.13.4.1) se debe satisfacer la siguiente expresión:**

$$\frac{\text{deformaciones laterales de segundo orden}}{\text{deformaciones laterales de primer orden}} \leq 2,5$$

Observar que estas deformaciones se basan en una carga aplicada de 1,4PD y 1,7PL más la carga horizontal aplicada.

El pórticose debería analizar dos veces para este conjunto de cargas: el primer análisis debería ser un análisis de primer orden, y elsegundo un análisis de segundo orden.

La carga horizontal se puede tomar como las cargas horizontales reales usadas en eldiseño, o bien puede ser una carga horizontal única aplicada en la parte superior del pórtico. En cualquier caso, la cargahorizontal debe ser lo suficientemente grande para producir deformaciones con valores de tal magnitud que puedan sercomparadas con precisión.

2. **Cuando dsMs se determina mediante un análisis de segundo orden aproximado (ACI 10.13.4.2):**

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_u \ell_c} \leq 0,60$$

Observar que la expresión anterior equivale a δs = 2,5. Los valores de Vu y Do se pueden determinar usando el conjunto real de las cargas horizontales o bien un conjunto arbitrario de cargas horizontales.

Esta verificación de la estabilidad se considera satisfecha si el valor de Q calculado en 10.11.4.2 es menor o igual que 0,2.

3. **Cuando δsMs se determina usando las expresiones de los códigos ACI anteriores (10.13.4.3), la verificación de la estabilidad seconsidera satisfecha cuando:**

$$0 < \delta_s \leq 2,5$$

En este caso ∑Pu y ∑Po corresponden a las cargas permanentes y sobrecargas mayoradas.

Resumen De Las Ecuaciones De Diseño

Pórticos Indesplazables

1. Determinar las combinaciones de cargas mayoradas de acuerdo con 9.2 ACI. Se asume que el factor de carga para sobrecarga es 0,5. Observar que los momentos mayorados:Mu,sup y Mu,inf en los extremos superior e inferior de la columna, respectivamente, sehan de determinar usando un análisis de pórtico de primer orden, en base a las propiedades de la sección fisurada del elemento.

2. Determinar Mc para cada combinación de cargas, siendo Mc el mayor momento mayorado que actúa en un extremo de lacolumna, incluyendo los efectos de la esbeltez (si fuera necesario). Observar que Mc se puede determinar mediante uno de lossiguientes métodos:

a. Análisis de segundo orden (P-.D) (10.10.1)

b. Método del factor de amplificación de momento (sólo si $kL_u/r \leq 100$; ver 10.12)

Determinar la armadura requerida en la columna para la combinación de cargas crítica determinada en el paso (1) anterior. Cada combinación de cargas consiste en Pu y Mu.

3. Método del factor de amplificación de momentos (10.12).Los efectos de la esbeltez se pueden despreciar cuando:

$$\frac{k\ell_u}{r} \le 34 - 12\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$$

Dónde:

$$\left[34 - 12M_1 / M_2\right] \le 40$$

El término:

$$M_1 / M_2$$

Es**positivo** si la columna se deforma con curvatura simple, y
negativo si elelemento se deforma con curvatura doble.

Si es necesario considerar los efectos de la esbeltez, determinar Mc para cada combinación de cargas:

$$M_c = \delta_{ns} M_2$$

Donde:

$$\ge P_u\left(0,6 + 0,03h\right)$$

M_2 = valor mayor entre Mu,inf y Mu,sup

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75P_c}} \ge 1,0$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{\left(k\ell_u\right)^2}$$

$$EI = \frac{\left(0,2E_cI_g + E_sI_{se}\right)}{1+\beta_d} \qquad \textbf{o bien} \qquad EI = \frac{0,4E_cI_g}{1+\beta_d}$$

$$\beta_d = \frac{\textit{Máxima carga axial de larga duración mayorada}}{\textit{Máxima carga axial mayorada asociada con la misma combinación de cargas}}$$

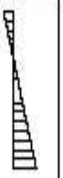
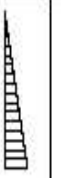
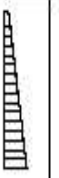
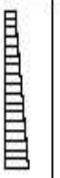
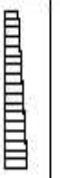
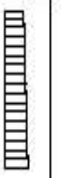
M_1/M_2	-1.0	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	-0.0	+0.2	+0.4	+0.6	+0.8	+1.0
DIAGRAMA DE MOMENTO EN COLUMNA											
Generales $\frac{k l_u}{r}$	46.0	43.6	41.2	38.8	36.4	34.0	31.6	29.2	26.8	24.4	22.0
Rectangulares $\frac{k l_u}{h}$	13.8	13.1	12.4	11.6	10.9	10.2	9.5	8.8	8.0	7.3	6.6
Circulares $\frac{k l_u}{h}$	11.5	10.9	10.3	9.7	9.1	8.5	7.9	7.3	6.7	6.1	5.5

Tabla 8. Factores de esbeltez

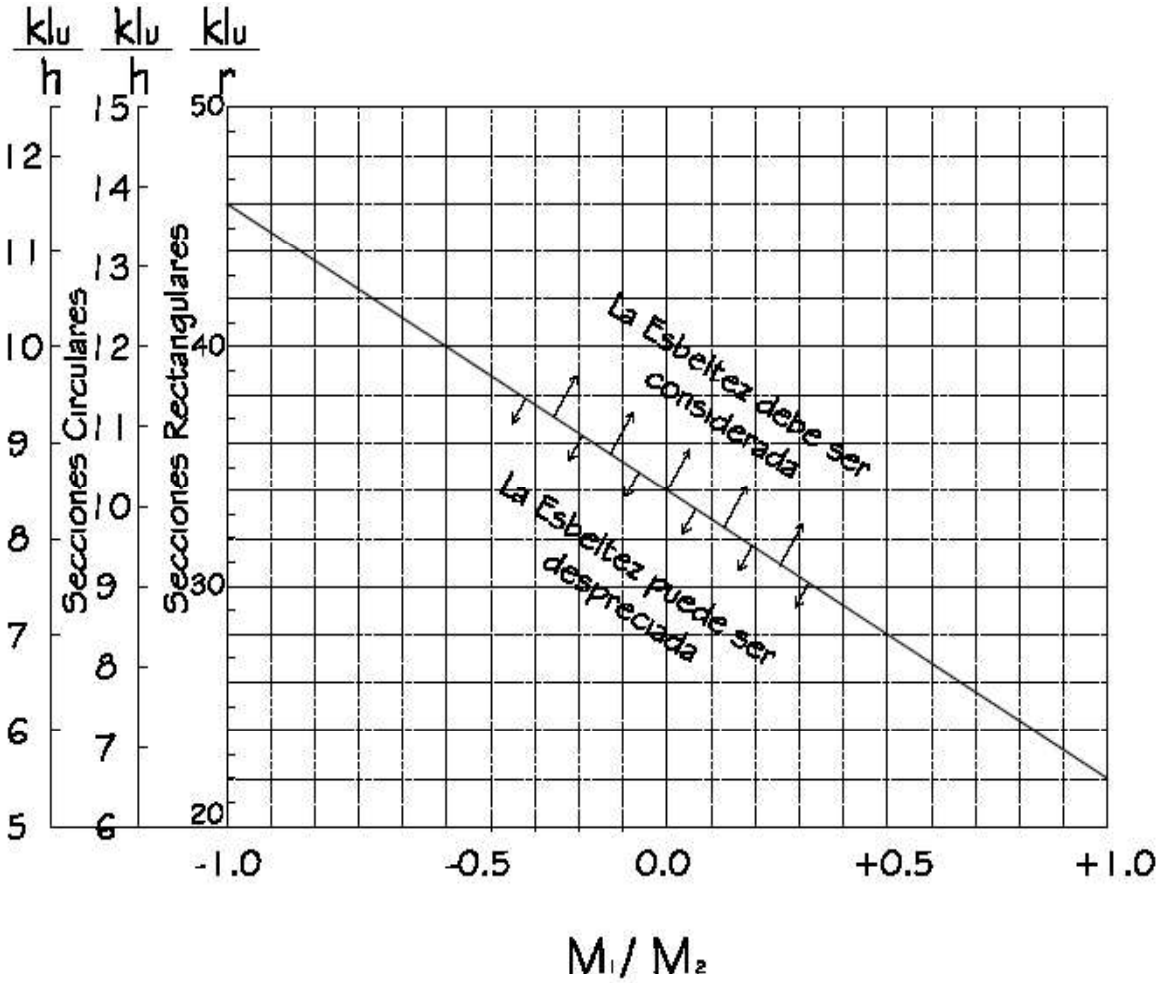


Figura 74. Gráfico de esbeltez con factores de la tabla 8.

$$C_m = 0,6 + 0,4\left(\frac{M_1}{M_2}\right) \geq 0,4 \qquad \text{(sin cargas transversales)}$$

$$= 1,0 \qquad \text{(con cargas transversales)}$$

El factor de longitud efectiva se deberá tomar igual a 1,0 o bien se deberá determinar mediante análisis (por ejemplo, usando elnomograma o las ecuaciones dadas en R10.12). En este último caso, k se deberá basar en los valores de E e I usados en 10.11.1de ACI (ver 10.12.1).

Pórticos Desplazables

1. Determinar las combinaciones de cargas mayoradas.

a. Cargas gravitatorias (permanentes y sobrecargas)

Todos los momentos (Mu,inf)ns y (Mu,sup)ns en la parte inferior y superior de la columna, respectivamente, se deben determinarusando un análisis de pórtico elástico de primer orden, en base a las propiedades de la sección fisurada de los elementos.Los momentos M1 y M2 son el valor menor y el valor mayor de los momentos (Mu,inf)ns y (Mu,sup)ns, respectivamente. Losmomentos M1ns y M2ns son los momentos mayorados en los extremos correspondientes a los extremos en los cuales actúanM1 y M2, respectivamente.

b. Cargas gravitatorias (permanentes y sobrecargas) más cargas Horizontales

Los momentos totales en la parte superior e inferior de la columna son Mu,sup = (Mu,sup)ns + (Mu,sup)s y Mu,inf = (Mu,inf)ns +(Mu,inf)s, respectivamente. Los momentos M1 y M2 son el valor menor y el valor mayor de los momentos Mu,sup y Mu,inf,respectivamente.

Observar que en esta etapa M1 y M2 no incluyen los efectos de la esbeltez. Los momentos M1ns y M1s sonlos momentos mayoradosindesplazables y desplazables, respectivamente, que actúan en el extremo de la columna dondeactúa M1, mientras que M2ns y M2s son los momentos mayoradosindesplazables y desplazables, respectivamente, que actúanen el extremo de la columna donde actúa M2.

c. Cargas gravitatorias (permanentes) más cargas Horizontales

Para esta combinación de cargas los momentos se definen como se especifica en el punto 1(b).

d. En las combinaciones de cargas especificadas en los puntos 1(b) y 1(c) anteriores se deben considerar los efectos que seproducen cuando las cargas de sismo o viento actúan en la dirección de análisis inicial y en la opuesta.

2. Determinar la armadura requerida en la columna para la combinación de cargas crítica determinada en el punto (1) anterior.

Cada combinación de cargas está compuesta por Pu, M1 y M2, donde ahora M1 y M2 son los momentos mayorados totales queactúan en los extremos, incluyendo los efectos de la esbeltez. Observar que si la carga crítica Pc se calcula usando EI de laEcuación (10-11), también es necesario estimar primero la armadura de la columna. Los momentos M1 y M2 se determinanmediante uno de los métodos siguientes:

a. Análisis de segundo orden (P - D.) (10.10.1 ACI)

b. Método del factor de amplificación de momentos (sólo si kLu/r ≤ 100; ver 10.13 de ACI y el paso (3) a continuación).

3. Método del factor de amplificación de momentos (ver 10.13 ACI):

Los efectos de la esbeltez se pueden despreciar cuando

$$\frac{k\ell_u}{r} < 22$$

Si es necesario considerar los efectos de esbeltez, entonces:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

Los momentos $\delta_s M_{1s}$ y $\delta_s M_{2s}$ se deben calcular usando uno de los métodos siguientes (ver 10.13.4 ACI):

a. Análisis de segundo orden (P -D .) (ver 10.13.4.1 ACI)

b. Análisis de segundo orden aproximado (10.13.4.2 ACI)

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1-Q} \geq M_s, \quad 1,0 \leq \delta_s \leq 1,5$$

Dónde:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_u \ell_c}$$

c. Método aproximado dado en códigos ACI anteriores (ver 10.13.4.3 ACI):

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - \frac{\sum P_u}{0,75 \sum P_c}} \geq M_s$$

Dónde:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(k\ell_u)^2}$$

$$EI = \frac{(0,2E_cI_g + E_sI_{se})}{1+\beta_d} \quad \text{o bien} \quad EI = \frac{0,4E_cI_g}{1+\beta_d}$$

El factor de longitud efectiva, k, debe ser mayor que 1,0 y se debe basar en los valores de E e I indicados en 10.11.1. (ver10.13.1).

4. Determinar si el máximo momento ocurre en los extremos de la columna o en un punto ubicado entre los extremos (10.13.5 ACI).

Si

$$\frac{\ell_u}{r} > \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c A_g}}}$$

La columna se debe diseñar para la carga axial mayorada Pu y el momento Mc, siendo:

$$M_c = \delta_{ns} M_2$$

$$= \left(\frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75P_c}} \right) (M_{2ns} + \delta_s M_{2s})$$

En este caso, k se determina de acuerdo con los requisitos de 10.12.1 y dns≥ 1.

5. **Verificar la posibilidad de inestabilidad por desplazamiento lateral bajo cargas gravitatorias (10.13.6 ACI):**

a. Si dsMs se calcula en base a 10.13.4.1:

$$\frac{\text{Deformaciones laterales de segundo orden}}{\text{Deformaciones laterales de primer orden}} \leq 2,5$$

En base a una carga de 1,4PD y 1,7PL más la carga horizontal.

b. Si dsMs se calcula en base a 10.13.4.2 del ACI:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_u \ell_c} \leq 0,60$$

en base a una carga de 1,4PD y 1,7PL más la carga horizontal.

c. Si dsMs se calcula en base a 10.13.4.3 ACI:

$$\mathbf{0 < \delta_s \leq 2.5}$$

Donde***ds se calcula usando:***

∑Pu y ∑Pc correspondientes a una carga de 1,4PD y 1,7PL.

En los tres casos β_d se deberá tomar como:

$$\boldsymbol{\beta_d = \frac{Máxima\ carga\ axial\ de\ larga\ duración\ mayorada}{Máxima\ carga\ axial\ mayorada}}$$

Diseño De Columna

La formación de rotulas plásticas en los extremos de las columnas en cada nivel, debido a la acción sísmica, produce desplazamiento, a tal punto que podrán ocasionar el colapso del piso. Para prevenir esta acción, el ACI en su sección 21.4.2.2 presenta el criterio de diseño: ***columna fuerte (rígida) viga débil (flexible).***

Una columna forma parte de un sistema de resistencia lateral y rigidez. Cuando la fuerza axial facturada excede $0.1\ A_g f'_c$ esta deberá cumplir con la ecuación 21-1 ACI.

$$\Sigma M_c = 1.2\Sigma M_b$$

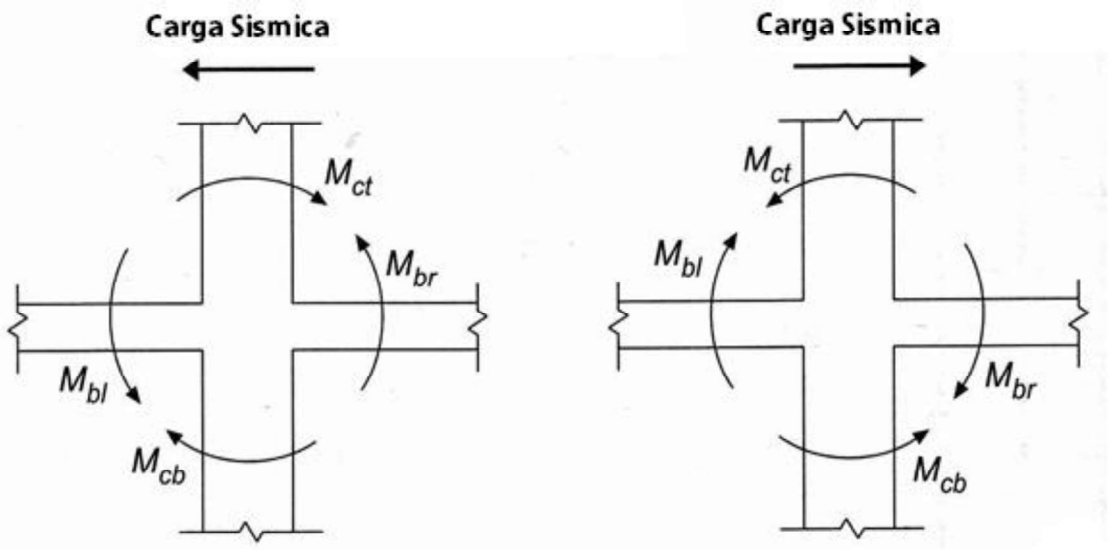


Figura 75. Relación entre columna y viga ante la aplicación de fuerza sísmica en cada dirección.

Como se muestra en la figura 75, la relación que se presenta entre columnas y vigas ante la aplicación de la fuerza sísmica en cada dirección.

La convención de signos adoptada en la figura es la producida por la reacción de los elementos ante la acción del sismo, los momentos flexionantes tomando como referencia el punto de intersección de los ejes de columnas y vigas.

Cuando en el nudo no se satisface el concepto de columna rígida viga flexible, el ACI en la sección 21.4.2.3 requiere que el refuerzo de confinamiento sea provisto a todo lo largo de la columna por debajo de unión con la viga.

Cuando en un nudo no se puede cumplir con lo anterior, se ignorará cualquier contribución positiva de la columna o columnas relacionada con la resistencia lateral y la rigidez de la estructura.

Las contribuciones negativas de la columna no se deben ignorar, es decir que, el ignorar la rigidez de las columnas no se debe emplear como justificación para reducir el cortante basal de diseño.

***La sección 21.4.5 del ACI:requisitos de resistencia al cortante*,** en el diseño de la fuerza cortante en columnas se deberá calcular usando los esfuerzos más probables actuando arriba y debajo de la columna.

Cuando las vigas llegan desde lados opuestos a un nudo, la resistencia combinada puede ser la suma de la resistencia a momento negativo de la viga a un lado y la resistencia a momento positivo de la viga en el otro lado del nudo. La resistencia a momento deben determinarse usando un factor de reducción de resistencia igual **1** y una resistencia del acero de refuerzo de **1.25 f_y**, como lo especifica el ACI secciones 21.0 & 21.3.4.1ver la siguiente figura.

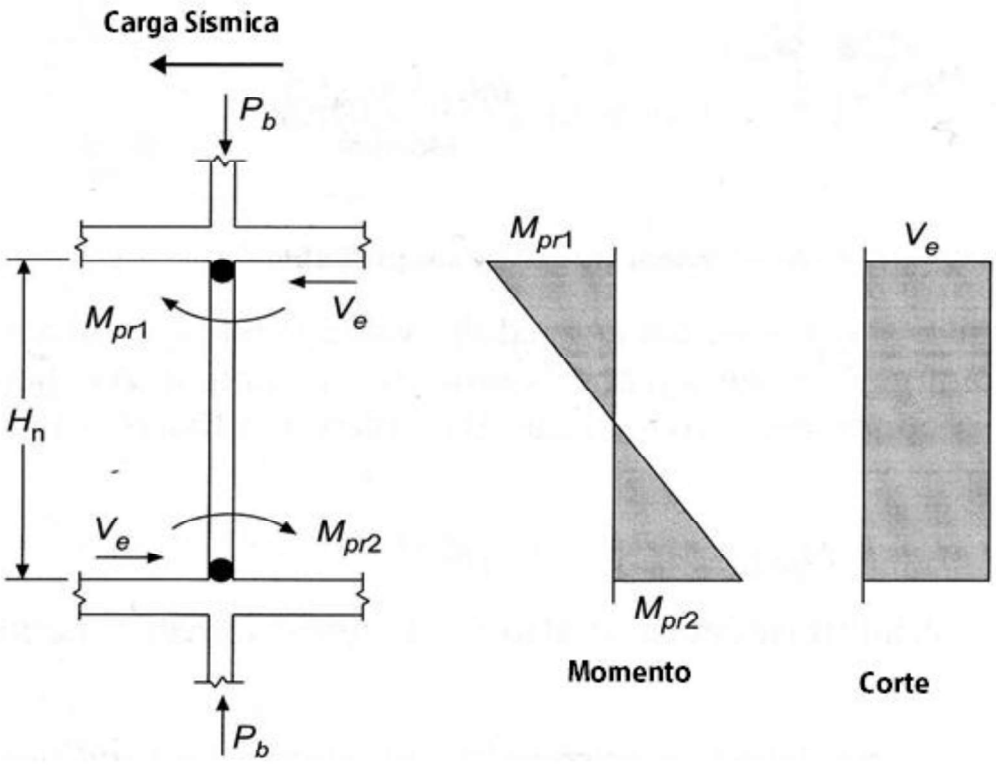


Figura 76. Diagrama de Carga y Momento ante la aplicación de carga en los nudos de vigas que llegan desde lados.

El momento probable asumido ocurre ante la carga axial produciendo un esfuerzo balanceado, dado por el pico del momento máximo. El cálculo de la fuerza de corte arriba y debajo de la columna se determina por la siguiente identidad:

$$V_e = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{H_n}$$

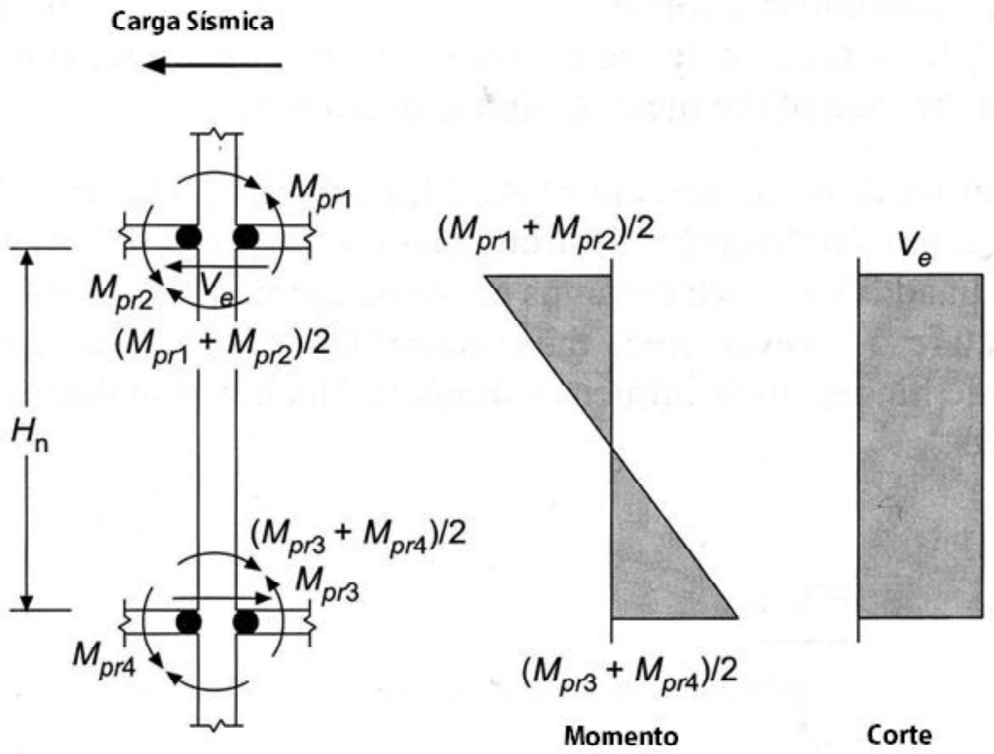


Figura 77. Diagrama de Momento Probable, ante la carga axial que produce un esfuerzo balanceado, y su respectivo diagrama de corte y momento.

En columnas los cálculos de corte no necesita exceder del valor máximo probable dado por los momentos en vigas; en esta condición la fuerza de corte en la columna será de la forma siguiente:

$$\mathbf{V_e = \frac{(M_{pr1} + M_{pr2} + M_{pr3} + M_{pr4})}{2\ H_n}}$$

Adicionalmente el refuerzo transversal deberá ser diseñado para resistir el corte máximo provocado por las cargas actuantes mayoradas. Ver ACI sección 21.3.4.1

Los efectos cíclicos no lineales provocados por sismos, necesitas adicionalmente requerimientos a corte que garanticen una falla por flexión dúctil. Cuando la fuerza axial de compresión mayorada, P_u, incluyendo los efectos de sismo es ***menor a Ag f´c / 20***y la fuerza cortante inducida por el sismo calculada de acuerdo la sección 21.3.4.1 representa la mitad o más de la resistencia máxima a cortante requerida en esas zonas, la resistencia del concreto podrá ser despreciada. Sin embargo, esta estrategia, elegida por su simplicidad relativa, no se debe interpretar como que no se requiere el concreto para resistir el cortante. Ver sección 21.3.4.2 del ACI.

DISEÑO DE NUDOS DE HORMIGÓN ARMADO (CONEXIÓN VIGA-COLUMNA)

Una unión viga-columna se define como la porción de la columna dentro de la altura de las vigas que se unen hasta ella.

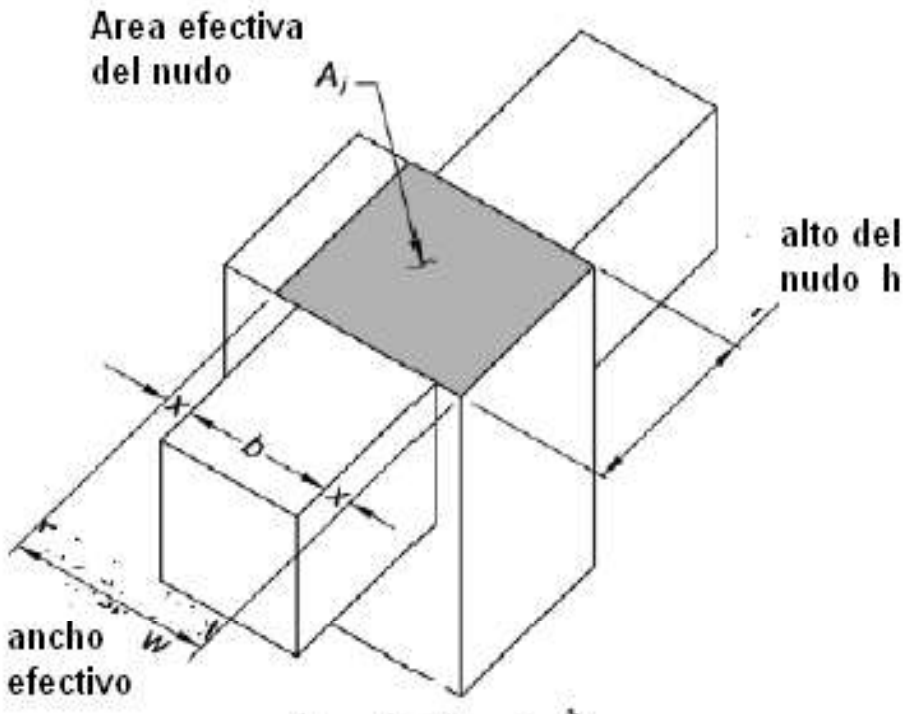
Clasificación de Nudos O Conexiones Viga Columna

CONDICIONES DE CARGA

Estructuralmente las conexiones o nudos se clasifican en dos y se basa en las condiciones de carga y las deformaciones inelásticas esperadas, que puedan ser consideradas no significativas en los nudos de marcos resistentes a cargas laterales:

- **tipo 1** (DISEÑO DE MARCOS RESISTENTES A MOMENTOS, excluyendo lo recomendado en el capitulo 21 del ACI-318) y
- **tipo 2** (CONEXIONES EN MARCOS RESISTENTES A MOMENTOS, que disipan energía a través de deformaciones en el rango inelástico, basados en el Capítulo 21.5 del ACI-318).

Geometría del Nudo



$$w = (b+h) \leq (b+2x)$$

Figura 78. Geometría del nudo.

Estas recomendaciones tienen validez cuando:

$$3b_c > b_b \leq b_c + 1.5h_c$$

- el ancho de la viga b_b es menor a $3b_c$ el ancho de la columna, y
- $b_b \leq b_c + 1.5h_c$

Como se muestra en la figura 79 los tipos de nudos según el comité 352 del ACI:

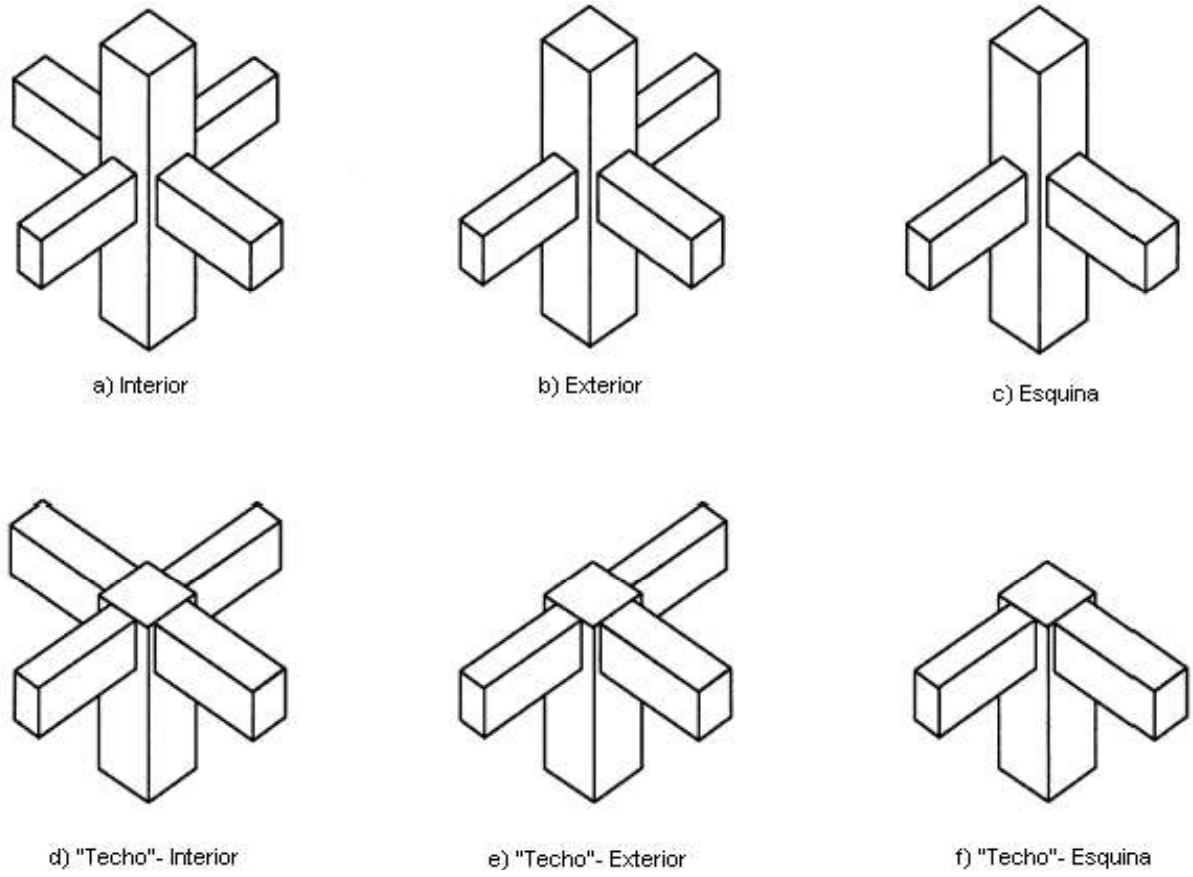


Figura 79. Tipos de nudos según comité 352 de ACI

El tipo de unión que conecta elementos de estructuras corrientes diseñadas para resistir cargas gravitacionales y normales del sismo o viento con base a la resistencia según el código ACI.Se ilustra como una unión interior típica en un marco monolítico de concreto reforzado, donde las vigas 1 y 2 empatan en caras opuestas de la columna, y las vigas 3 y 4 empatan en las caras de la columna en dirección perpendicular.

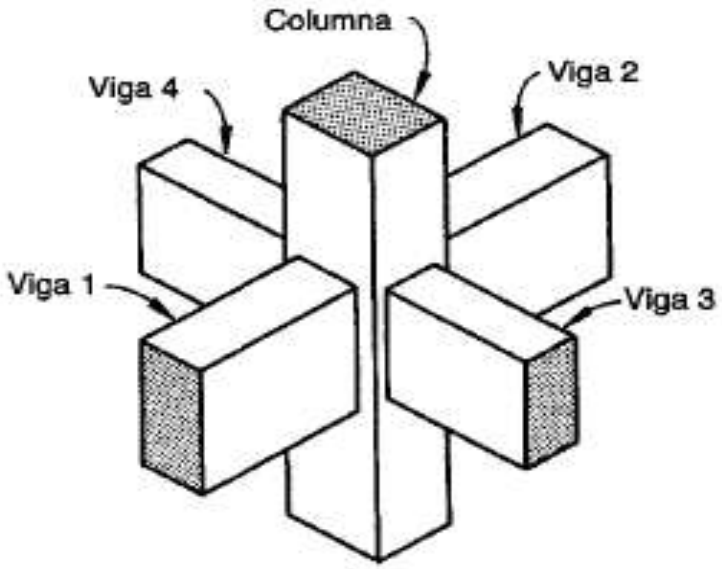


Figura 80. Unión monolítica interior típica entre viga y columna.

Las normas y recomendaciones para los casos en que el refuerzo longitudinal de las vigas están localizadas en el núcleo de la columna y en los casos donde el ancho de la viga es mayor que el de la columna, requieren que algunas de las varillas longitudinales de la viga se anclen o pasen fuera del armado de la columna, para ello, los ensayos dan recomendaciones que permiten dar continuidad al sistema, de aquí que, para el tipo 2 de un nudo interior (4 vigas) y exterior (3 vigas), se respetará la condición:

$$(b+h) \geq \omega \leq (b+2x)$$

Consideraciones de Diseño

Por la acción de las cargas (axiales, de flexión, torsión y cortante, los efectos de un sismo y la combinación de las anteriores) y los efectos adicionales de agrietamiento (creep), contracción (shrinkage), temperatura, asentamientos u otros efectos secundarios, que les llegan a las vigas y columnas, que a su vez, son transferidas al nudo, de aquí que se debe tomar en cuenta el **confinamiento en el nudo** para lograr la estabilidad e integridad de la estructura.

El criterio de diseño se fundamenta en la sección crítica que circunda al nudo, de allí que, tomando como cuerpo libre tal segmento obtenemos:

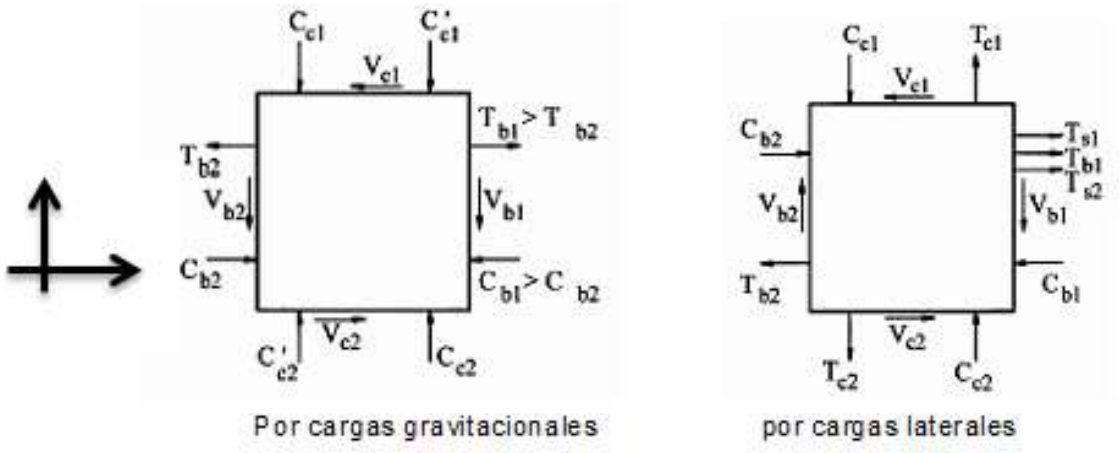


Figura 81. Cuerpo libre de secciones circundantes al nudo.

Dónde:
T **=** fuerza de tensión
C **=** fuerza de compresión
V **=** fuerza de corte

Subíndice: ***b:*** para viga
c: para columna
s: para losa

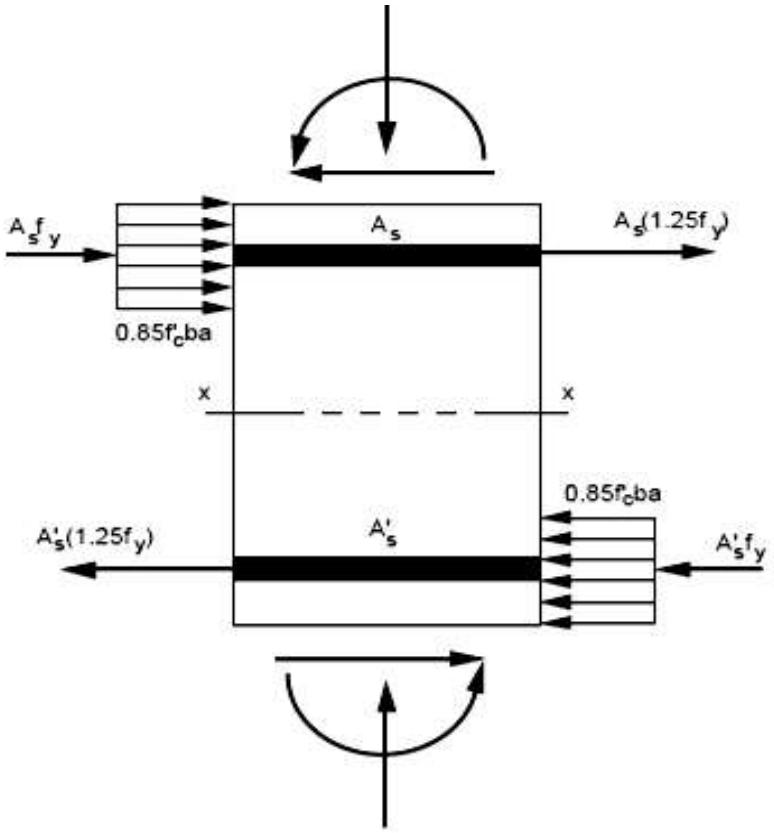


Figura 82. Corte Horizontal en Nudo Viga-Columna.

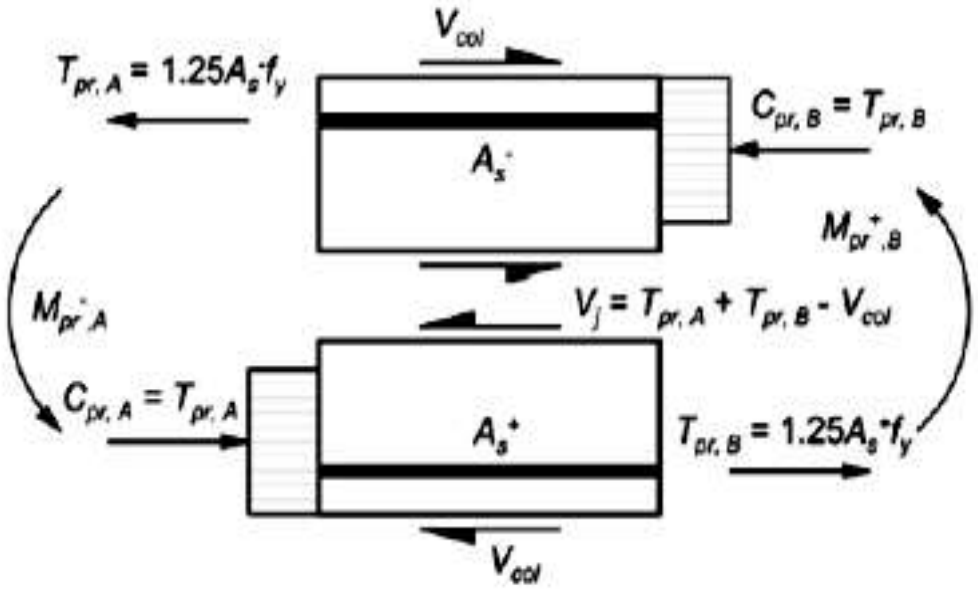


Figura 83. Diagrama de Cuerpo Libre del Nudo.

El refuerzo longitudinal de las columnas deberá cumplir con lo establecido en el Artículo 10.9 y en los nudos estas varillas se distribuirán perimetralmente en el núcleo, de allí que el espaciamiento (centro a centro) de este hierro podrá ser mayor a las 8 pulgadas y 1/3 de la sección de la columna en la dirección analizada, pero en todo caso no será mayor a 12", teniendo presente lo establecido en el Artículo 7.8 y lo pertinente para los estribos en el 7.9 & 7.10.

El Confinamiento del Nudo

El comportamiento adecuado de la unión viga-columna, depende fundamentalmente del confinamiento lateral que se le proporcione al nudo, dicho confinamiento tiene dos beneficios, los cuales son:

- Aumentar la resistencia del núcleo de concreto y mejorar su capacidad de deformación.

- Evita el pandeo hacia fuera de las barras verticales de la columna.

Este confinamiento puede proporcionarse mediante las vigas que llegan hasta el nudo o por estribos especiales en la columna, colocados dentro de la zona del nudo.

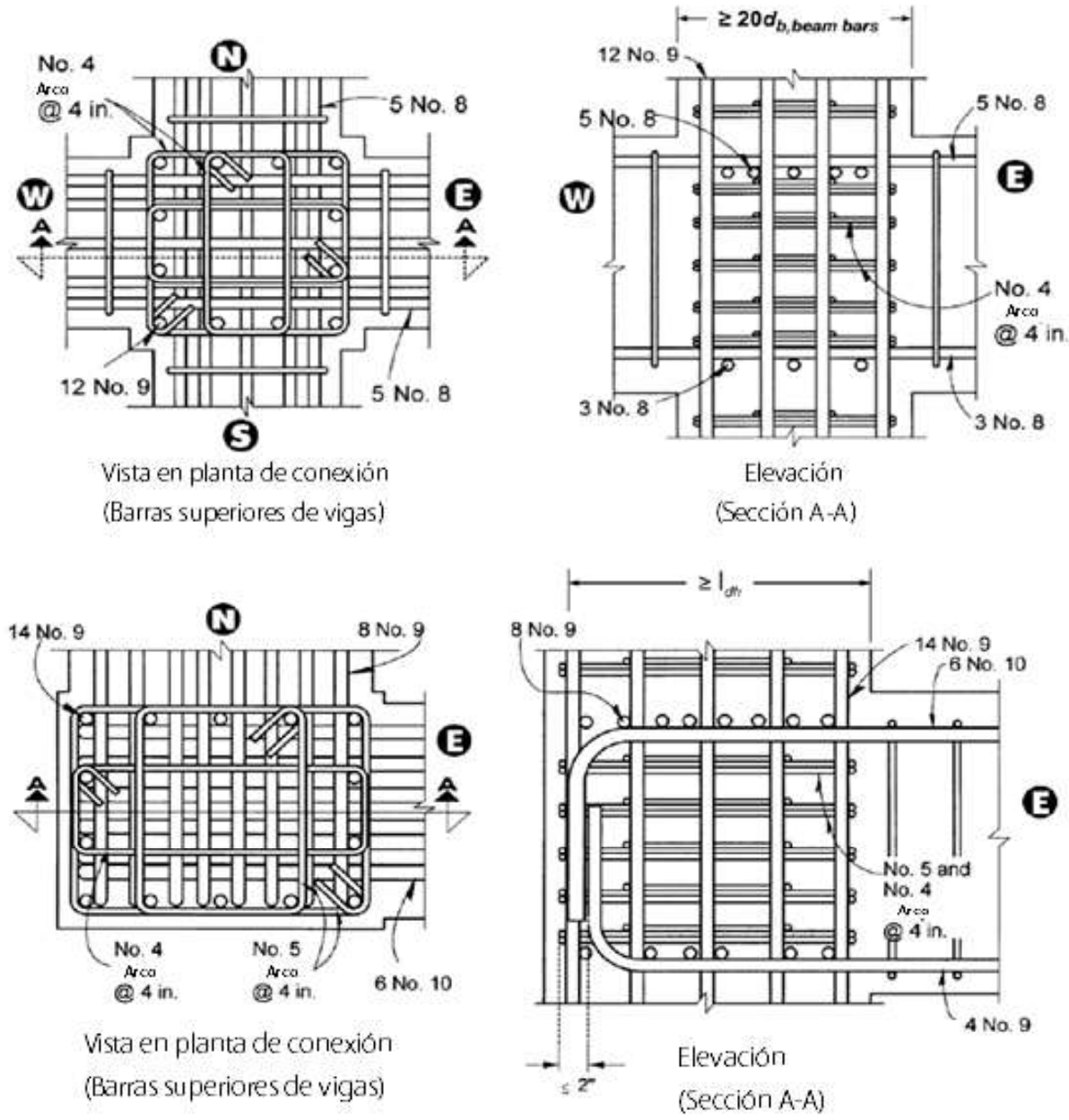


Figura 84. Confinamiento de nudos, por estribos especiales de columnas y vigas que llegan hasta el nudo.

a.- Confinamiento con Vigas:

El confinamiento mediante vigas se ilustra en las figuras siguientes, en la que si llegan vigas a las cuatro caras del nudo, como se muestra, el confinamiento se considera adecuado si:

$$b_y \geq \frac{3}{4} t_y ; r \leq 10\,\text{cm}.$$

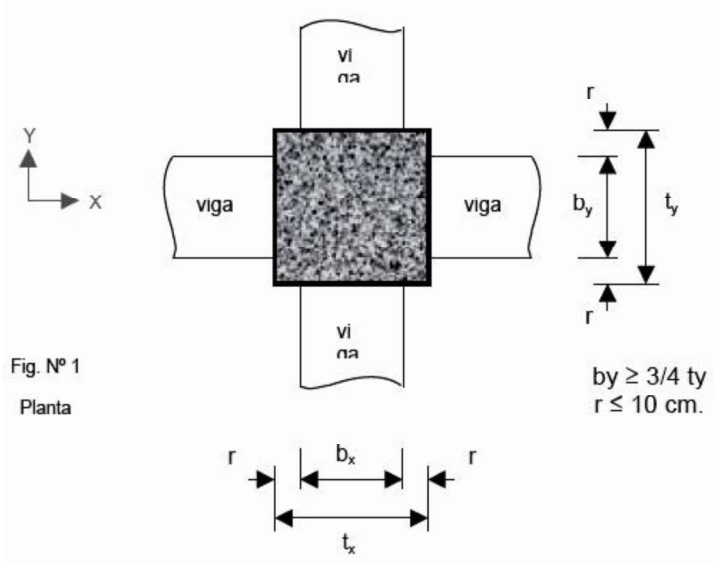


Figura 85. Diagrama de vigas que llegan a las cuatro caras del nudo.

Cuando las vigas llegan solo a dos caras opuestas del nudo, se puede considerar un confinamiento ideal en la dirección de las vigas, si se cumple lo siguiente:

$$b_y \geq \frac{3}{4} t_y \; ; r \leq 10\,\text{cm}.$$

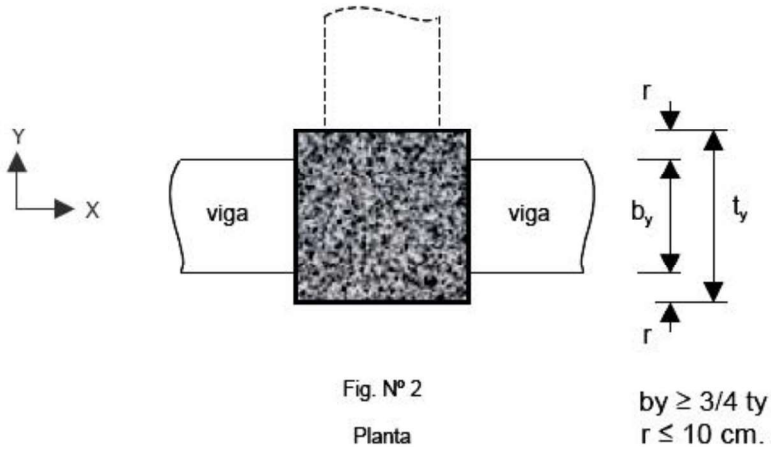


Figura 86. Diagrama de vigas que llegan a dos caras del nudo.

En la otra dirección debe colocarse refuerzo transversal para lograr el confinamiento.

La existencia de una tercera viga, pero no de una cuarta, en la dirección perpendicular, no modifica el requerimiento de refuerzo transversal en esa dirección.

b.- Confinamiento con Estribos:

El ACI 318: 7.9 & 7.10 recomienda distribuir estribos a todo lo alto del nudo para mantener su capacidad de carga vertical aun después que el recubrimiento de concreto se desprenda; además de esto, sirven también para mejorar la adherencia entre el acero y el concreto de la conexión.

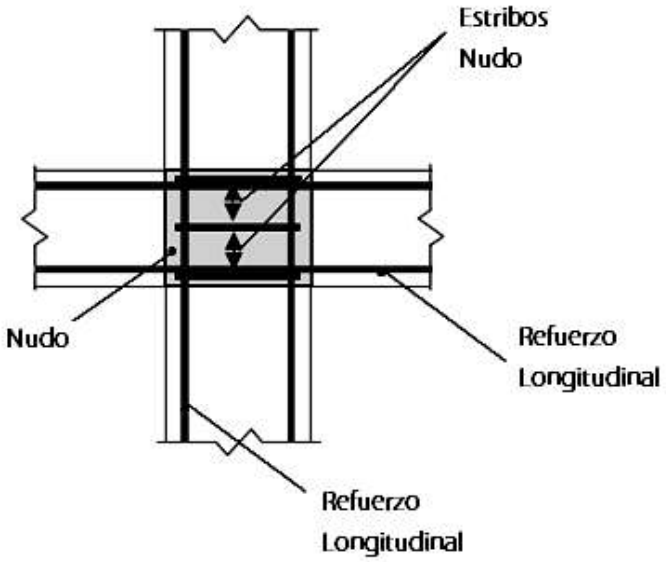


Figura 87. Diagrama de confinamiento con estribos y refuerzo longitudinal.

La resistencia cortante de un nudo se basa en las fuerzas sometidas enél, las cuales desarrollarán un patrón de agrietamiento diagonal, que resultan de los esfuerzos normales y cortantes, como:

- Grieta de ancho pequeño a medio 0.05 a0.15 mm.
- Situadas en dirección de una diagonal del nudo figura (a).
- Pueden haber más de una grieta, pero siempre serán paralelas.

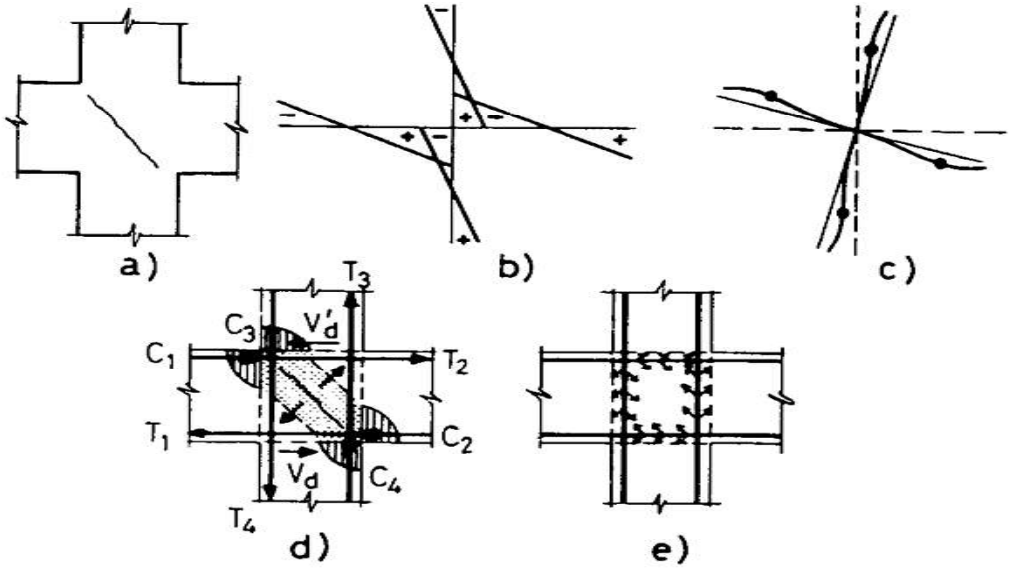


Figura 88. Diagramas de fisuras resultantes de esfuerzos normales y cortantes.

Causadas por:

- Tensión diagonal excesiva en el nudo o compresión excesiva como se detalla en la zona sombreada de la figura d
- Característica de la transmisión de esfuerzos al nudo por parte del sistema de marcos, figuras b & c
- Esfuerzos de tensión figura e
- Agrietamiento en general por falta de resistencia del concreto o poca sección.

Diseño de Nudo

El método usado por el ACI 352 ecuación 4.6 que consiste en limitar la fuerza cortante en un plano horizontal a través del nudo a un valor establecido mediante ensayos.

$$\phi V_n \geq V_u$$

Donde:

ϕ : Factor de Reducción de la Resistencia Nominal al Cortante

V_n : Resistencia Nominal al Cortante del Nudo

V_u : Fuerza Cortante Aplicada

El factor "**F**" reducción de la resistencia nominal al cortante se calcula según lo especificado en la sección 9.3.4 del ACI 318-05.

Sección 9.3.4: Para estructuras que resisten los efectos sísmicos E, por medio de pórticos especiales resistentes a momento o por medio de muros especiales de concreto reforzado, ***F debe modificarse de acuerdo con lo indicado en:***

a) En cualquier elemento estructural que se diseñe para resistir Sismo (E), **F** debe **ser 0.60** si la resistencia nominal a cortante del elementoes menor que el cortante correspondiente al desarrollo de laresistencia nominal a flexión del elemento. La resistencia nominal aflexión debe determinarse considerando las cargas axiales mayoradasmás críticas e incluyendo Sismo.

b) En diafragmas F para cortante no debe exceder el mínimo F paracortante usado para los elementos verticales del sistema primario resistente a fuerzas laterales.

En nudos y vigas de acople reforzadas **en forma diagonal F** para cortante debe ser **0.85**.

De ahí que el valor que se utilizará es **F =0.60**, debido a la distribución desproporcionada de los momentos alrededor de las uniones de viga-columnas durante los modos superiores de respuesta de un marco de plantas múltiples, podrían aparecer momentos flexionantes en las secciones críticas, apreciablemente mayores que los deducidos del análisis estático.

El procedimiento propuesto de diseño por capacidad da protección considerablemente mayor contra la cadencia de las columnas.

La resistencia nominal al cortante del nudo Vn, se determina según las ecuaciones determinadas por el comité 352 del ACI:

$$V_n = \gamma \sqrt{f'_c}\ b_j h_c \quad psi$$

$$V_n = 0.083\ \gamma \sqrt{f'_c}\ b_j h_c \quad Mpa$$

Los valores del coeficiente **g** depende del confinamiento del nudo proporcionado por las vigas que llegan hasta él. Los valores de **g** son:

Clasificación	Tipo de conexión	
	1	2
A. Juntas con una columna continua		
A.1 Junta efectiva confinada en las cuatro caras verticales.	24	20
A.2 Articulaciones efectivamente confinados en tres caras verticales o en dos caras verticales opuestas	20	15
A.3 Otros casos	15	12
B. Juntas con una columna discontinua		
B.1 Articulaciones efectivamente confinados en las cuatro caras verticales	20	15
B.2 Articulaciones efectivamente confinados en tres caras verticales o en dos caras verticales opuestas	15	12
B.3 Otros casos	12	8

Tabla 9. Valores para el coeficiente **g**

La fuerza cortante Vu, debe calcularse en un plano horizontal a la mitad de la altura de la unión, determinado en la siguiente figura por el ACI-352.

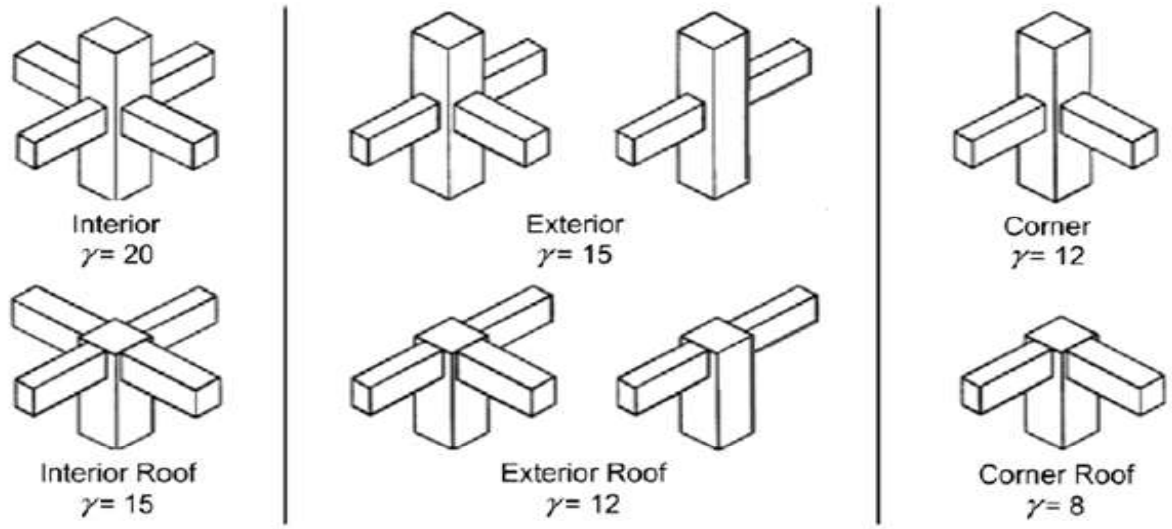


Figura 89. Refuerzo transversal en nudos no continuos

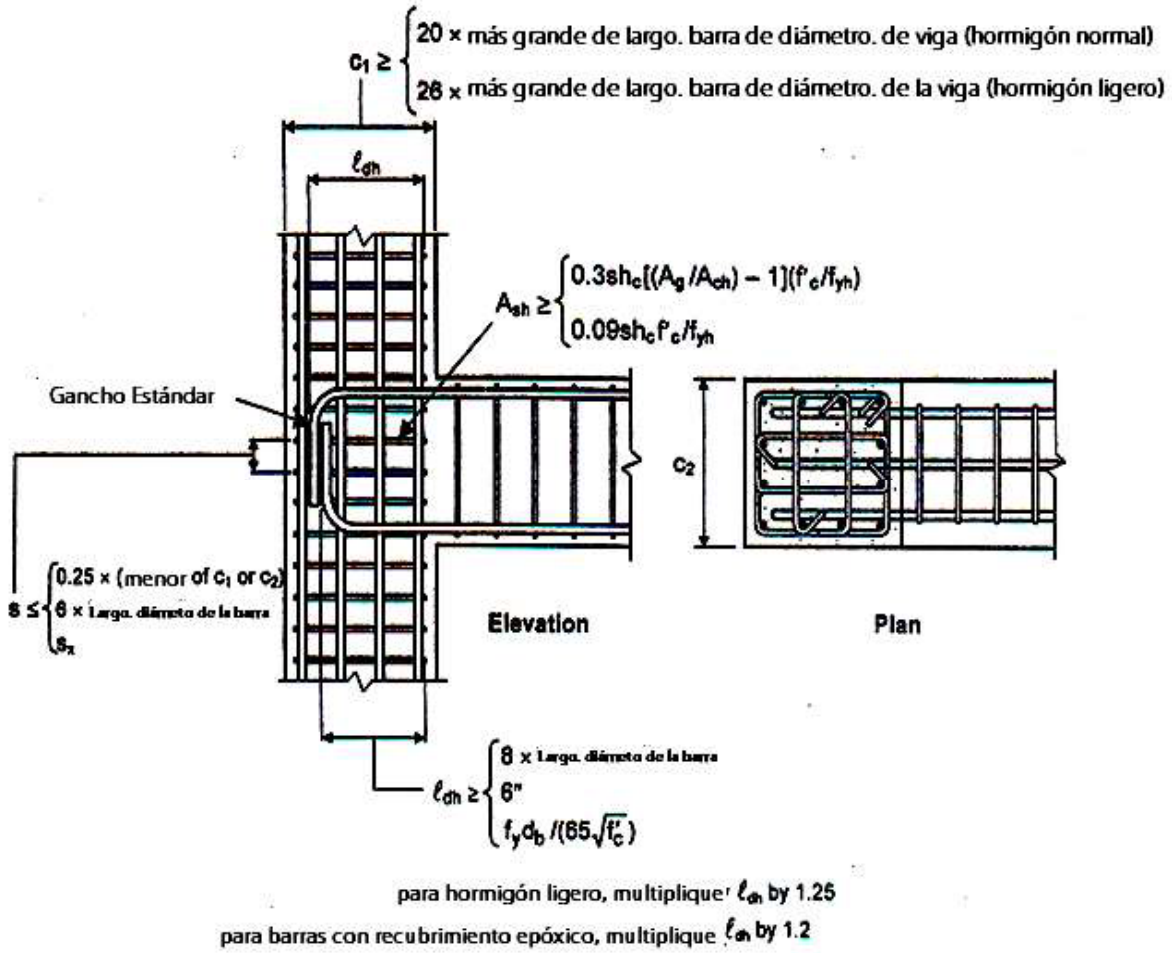


Figura 90. Requerimientos mínimos de ACI para armado.

Ver ACI 318-05: 21.5.2.1, 21.5.2.2, 21.5.2.3 para requerimientos de armado

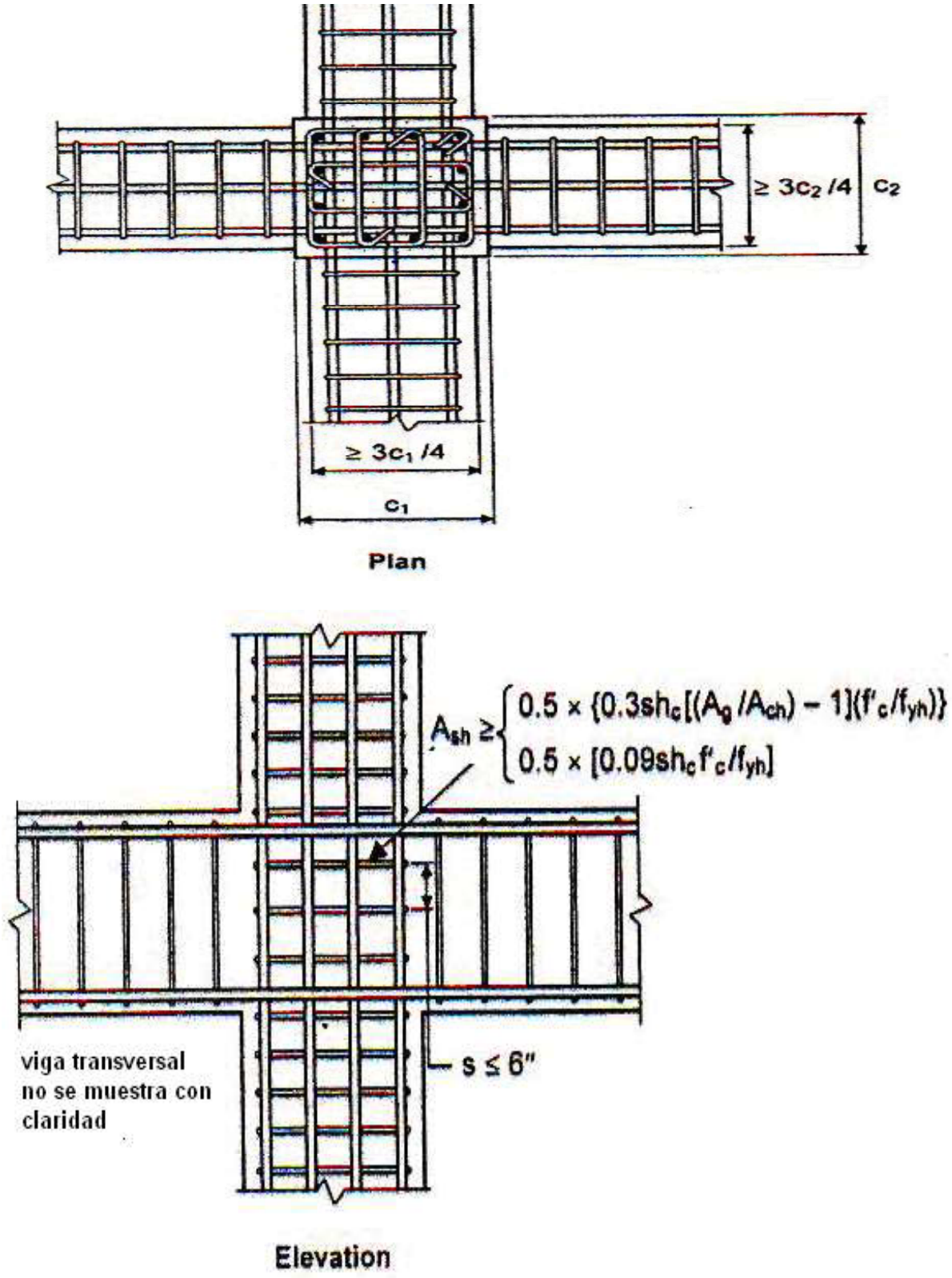


Figura 91. Planta y elevación de confinamiento resistente al cortante.

RESISTENCIA AL CORTANTE: VER ACI-318-05: 21.5.3

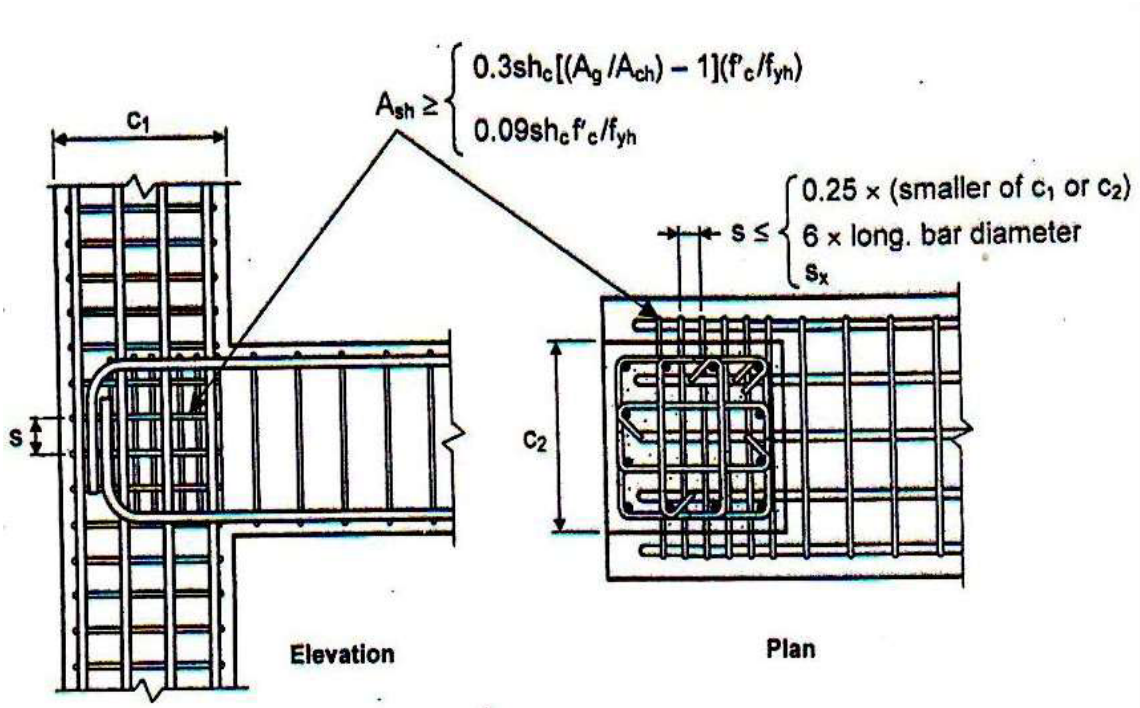


Figura 92. Planta y elevación de confinamiento mínimo requerido por ACI.

Figura 93. Longitud de Desarrollo en Barras a Tensión.

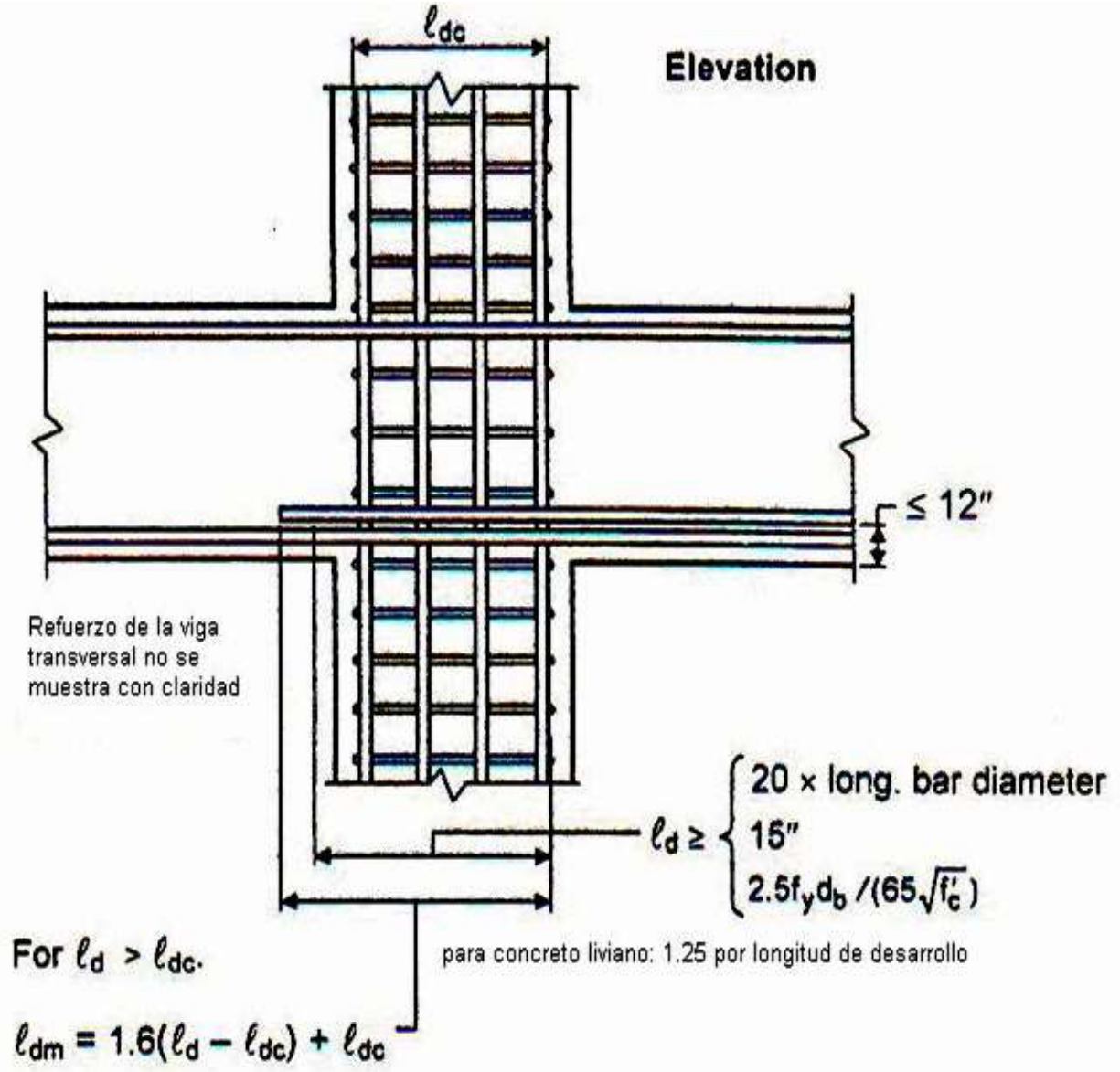


Figura 84. Longitud de desarrollo.

Para barras con recubrimiento epóxico, multiplicar ℓ_d por

- 1.5 para barras con recubrimiento$< 3d_b$ o la distancia de separación $< 6d_b$
- 1.2 para todas las otras barras.

Para la profundidad del hormigón fundido en una elevación de la barra >12 pulg., multiplicar $\ell_d$por 1.4

Ejemplo:

Diseño de Concreto Reforzado

ANALISIS DE COLUMNAS CORTAS

Una columna de 30" X 30" mostrada en la figura siguiente, esta armada con: 8 varillas No. 11. Asumir que es una columna corta y que va a girar en el eje Y. La resistencia de los materiales son f´c= 6,000 psi y fy= 60,000 psi.

1. Construir la curva de interacción de esfuerzos. Calcular por lo menos 5 puntos, incluyendo aquellos correspondientes a la carga axial pura y la falla balanceada.
2. Mostrar en el mismo dibujo la curva de esfuerzos de diseño obtenida aplicando los factores de ∅de ACI.
3. Diseñar el refuerzo lateral (estribo) para la columna. Incluir el diseño de eslabones si es requerido.

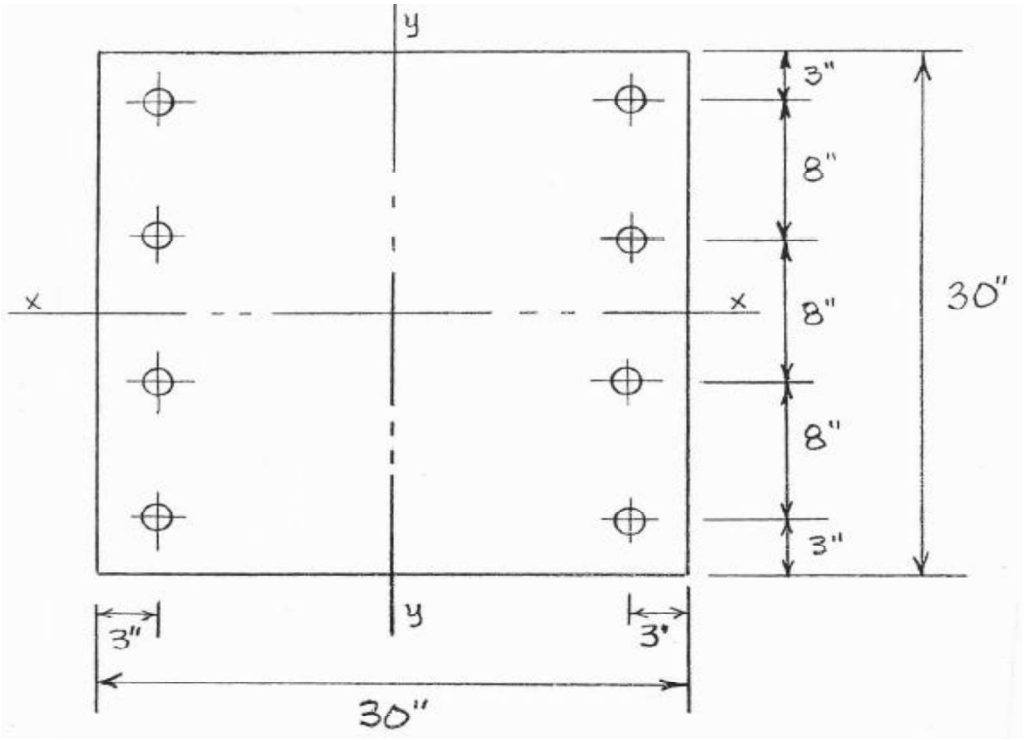


Figura 85. Diagrama del ejemplo "Diseño de concreto Reforzado"

Solución No.1:

1.- Construcción del diagrama de interacción carga-momento.

F'c= 6,000 psi 8 Varillas No. 11

Fy=60,000 psi 30 pulg.²

Según ACI 318-05 10.3.6.1 (10-1)

Po = Compresión Pura

$$Pn = Po = 0.85 * f'c * (A_g - A_{st}) + A_{st} * fy$$

$$Po = 0.85 * (6{,}000\,psi) * \left[(30" * 30") - (8" * 1.56")\right] + \left[(8" * 1.56") * (6{,}000\,psi)\right]$$

$$Po = 5{,}280\,kips$$

Mo=Flexión Pura

Se analiza como viga simplemente reforzada

Según ACI 318-05 Comentario Fig. R10.33

Tensión = Compresión

$$Tensión = A_s * fy$$

$$Compresión = 0.85 * f'c * a * b$$

$$A_s * fy = 0.85 * f'c * a * b$$

Dónde:

$$a = \frac{A_s * fy}{0.85 * f'c * b}$$

$$a = \frac{A_s * fy}{0.85 * f'c * b} = \frac{4"*(1.56") * (60{,}000\,psi)}{0.85 * (6{,}000\,psi * 30")} = 2.45"$$

Según ACI 318-05 10.2.7.1

$$a = \beta_1 * c$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{2.45"}{0.75} = 3.27"$$

Nota: El valor de β_1 depende delf'c

f'c = 6,000psi

$\frac{c}{d} = \frac{3.27"}{(30"-3")} = 0.12 < 0.375 \therefore \varepsilon_t > 0.005$ Ok ⇨ de ser trabajada como un elemento simplemente reforzado (solo Tensión)

Según ACI 318-05 10.3.3

$$Mn = T * \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$Mn = Mo = A_s * fy * \left(d - \frac{a}{2} \right) = 4"*(1.56") * (60{,}000\,psi) * \left(27" - \frac{2.45"}{2} \right)$$

$$Mo = 9650 in.kips = 804 ft.k$$

Punto de Balance: P_b y M_b

$$\frac{c}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y}$$

$$c_{bal} = d * \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y}$$

$$c_{bal} = (27'') * \left[\frac{0.003}{0.003 + (60/29000)} \right] \Longrightarrow c_{bal} = 16.0\, pu\,\text{lg}.$$

$\varepsilon_s = fy / E_s$

Compresión Acero

$$c_s = As' * \varepsilon_c * \frac{c - d'}{c}$$

Según ACI 318-05 10.2.7.1

$$a = \beta_1 * c = 0.75(16'')$$

$$a = 12.0''$$

$$fs = fy = 60{,}000\, psi = 60 ksi$$

$$fs' = \varepsilon_{cu} * E_s * \frac{c - d'}{c}$$

$$fs' = 0.003 * (29000) * \left(\frac{16'' - 3''}{16''} \right)$$

$$fs' = 70.7 ksi > fy \quad \therefore \quad fs' = 60 ksi$$

$$Pn = Pb = 0.85 * f'c * a * b + As' * fs' - As * fs$$

$$Pb = 0.85 * (6{,}000\, psi) * (12'') * (30'') + (4'' * 1.56'') * (60{,}000\, psi) - (4'' * 1.56'')(60{,}000\, psi)$$

$$Pb = 1{,}836 kips$$

$$Mn = Mb = 0.85 * f'c * a * b * \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + As' * fs' * \left(\frac{h}{2} - d' \right) + As * fs * \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

$$Mb = 1836 kips * \left(15'' - \frac{12''}{2} \right) + 374 kips * \left(\frac{15''}{2} - 3'' \right) + 374 kips * (27'' - 15'')$$

$$Mb = 25{,}500\, pu\,\text{lg}.kips$$

$$Mb = 2{,}125\, ft.k$$

Asumiendo c=5 pulgadas

Abajo del punto balanceado $\Longrightarrow \therefore fs = 60 ksi$

$$fs' = \varepsilon_{cu} * E_s * \frac{c - d'}{c}$$

$$fs' = 0.003 * 29000 * \left(\frac{5'' - 3''}{5''} \right)$$

$$fs' = 34.8 ksi$$

$$a = \beta_1 * c = 0.75 * (5'')$$

$$a = 3.75 pu\lg.$$

$$Pn = 0.85*(60ksi)*(3.75")*(30") + (6.24")*(34.8ksi) - (6.24")*(60ksi)$$

$$Pn = 417kips$$

$$Mn = 574kips*\left(15" - \frac{3.75"}{2}\right) + 217kips*(15" - 3") + 374kips*(27" - 15")$$

$$Mn = 14{,}600 pu\lg.kips$$

$$Mn = 1{,}220 pies.kips$$

Asumiendo c=25 pulgadas

$$a = \beta_1 * c = 0.75*(25")$$

$$a = 18.8"$$

$$fs = 0.003*(29000)*\left(\frac{27" - 25"}{25"}\right)$$

$$fs = 6.96ksi < fy$$

Se mantiene en Tensión

$$fs' = 0.003*(29000)*\left(\frac{25" - 3"}{25"}\right)$$

$$fs' = 76.6ksi > fy$$

$$\therefore fs' = 60ksi$$

$$Pn = 0.85*(6)*(18.8")*(30") + 6.24*(60) - 6.24*(6.96)$$

$$Pn = 3210kips$$

$$Mn = 2876kips*\left(15" - \frac{18.8"}{2}\right) + 374kips*(15" - 3") + 43kips*(27" - 15")$$

$$Mn = 21{,}100 pu\lg. - kips$$

$$Mn = 1760 pies.kips$$

$\Longrightarrow$ Ver la gráfica de Curva de Interacción

2.- Diseño de Curva según ACI

- Φ=0.65 para columna con estribos.
- Existe una transición desde el punto de balance Φ=0.65 a Φ=0.90.
- El corte vertical en $0.80*\phi*\ddot{P}o = 0.80*(0.65)*(5280)$

$$0.80*\phi*\ddot{P}o = 2746 kips$$

3.- Diseño de Estribos

- Con barras longitudinales No.11 ⟹ Usar estribos No.4
- Espaciamiento ≤ 16*(1.41) = 22 pulg. **Utilizar**

≤ 48*(0.5) = 24 pulg.
≤ 30in

$\therefore$ Utilizar estribos No.4 @ 22 pulg.

Además necesita eslabones a partir de la mitad de las barras a más de 6 in De las barras de las esquinas.

⟹ Ver el detalle de la Columna.

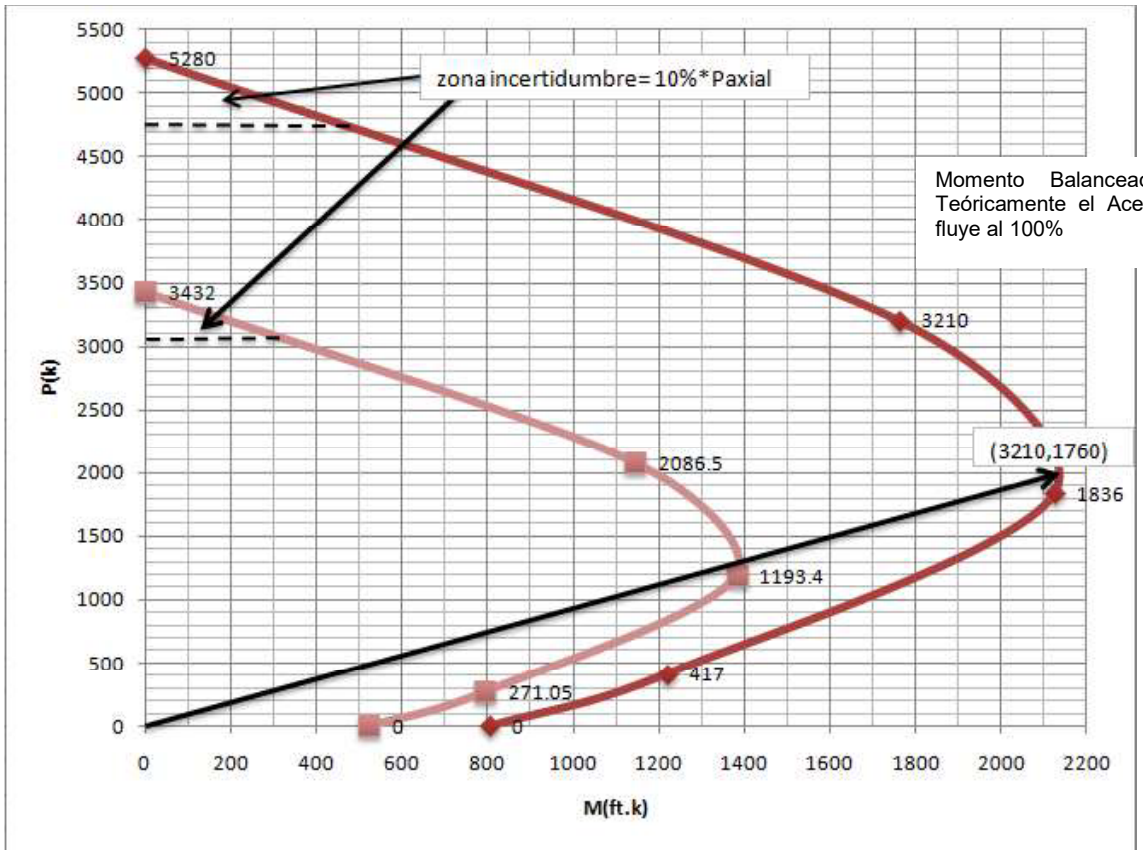


Figura 86. Gráfica Curva de Interacción Carga vrs. Momento.

Detalle Armado

Estribos No. 4 @ 22”

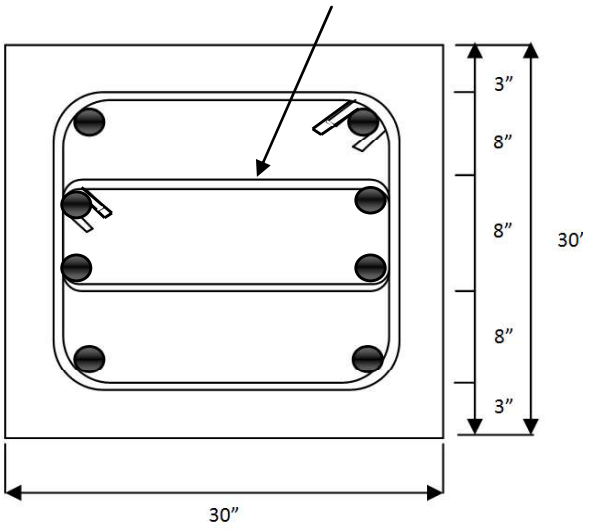


Figura 87. Detalle de armado del ejemplo.

Ejemplos

Diseño de Vigas a Flexión

1. Seleccionar el "b" permisible más grande así como: "d, As" correspondiente, (basados en el r_{min} estipulado en el ACI). También calcular el "b" práctico menor así como: "d, As" correspondiente (asociado con la deformación unitaria neta a tracción de 0.005); para que de un momento resistente de Mn= 500 ft-kips. Para ambos casos seleccionar una sección con "b" aproximadamente igual a 0.5 d. (Materiales: fy= 60000 psi., f'c= 4000 psi., concreto de peso normal).

Seleccionar "b" mayor permisible y determinar "d, As" con r_{min} estipulado en la ecuación 10-3 del ACI 318-05.

$$\rho_{min} = \frac{3\sqrt{f'c}}{fy} \geq \frac{200}{fy}$$

r_{min} = 0.00316 ≥ 0.0033 ⇨ r_{min} = 0.0033

$$Mn = \rho * b * d^2 * f_y * \left(1 - 0.59\rho \frac{f_y}{f'c}\right)$$

Dónde:

$$b = 0.5 * d$$

Mn= 500 ft-kips = 6000000 lb-in.

$$6000000 = (0.0033 * 0.5 * d * d^2 * 60000) * \left[\left(1 - \left[\left(0.59 * 0.0033 * {}^{60000}/_{4000}\right)\right]\right)\right]_{\Rightarrow}$$

$$6000000 = (99 * 0.970795 * d^3) \Rightarrow d = 39.67in. \cong \underline{40in.} \Rightarrow b = \underline{20.in}$$

$$As_{\min} = \left(\frac{200}{fy}\right) * b * d \Rightarrow As_{\min} = \left(\frac{200}{60000}\right) * (20) * (40) = \underline{2.667in^2}$$

Seleccionar "b" menor permisible y determinar "d, As" con ρ_{min} y $\varepsilon_t = 0.005$ estipulado en el ACI 318-05.

$$\rho_b = \left(\frac{0.85 * \beta_1 * f'c}{fy}\right) * \left(\frac{87000}{87000 + fy}\right) \equiv \left(\frac{0.85 * \beta_1 * f'c}{fy}\right) * \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}\right)$$

Con: $\varepsilon_c = 0.003$

$\varepsilon_s = 0.0021$

Nota:Según el comentario del ***artículo 10.3.3 del ACI 318-05***; nos indica que el límite de deformación unitaria neta de tracción es de 0.005 para las secciones controladas por tracción, se eligió de manera que fuera un valor único para todos los tipos de refuerzo de acero (pre-esforzado y no pre-esforzado).

Dado $\varepsilon_t = 0.005$ lo sustituimos por el valor de ε_s en la ecuación de ρ_b

$$\rho_b = \left(\frac{0.85 * 0.85 * 4000}{60000}\right) * \left(\frac{0.003}{0.003 + 0.005}\right) \Rightarrow \underline{\rho_b = 0.018}$$

$$6000000 = 0.018 * 0.5 * d^3 * 60000 * \left(1 - 0.59 * 0.018 * \frac{60000}{4000}\right)$$

$$d^3 = 13216.499in^3 \Rightarrow d = 23.64 \cong \underline{24.in} \Rightarrow b = \underline{12.in}$$

$$As = \rho * b * d = (0.018) * (12) * (24) \Rightarrow \underline{As = 5.18in^2}$$

2. Un proyecto arquitectónico de construcción, requiere una viga de concreto reforzado en la luz a lo largo de un auditórium. La viga debe ser diseñada para soportar un momento de carga sísmica de 1200 ft-kips y un momento de carga

muerta de 800 ft-kips (incluye el peso de la viga; ambos momentos están sin factorar). La arquitectura también requiere que la sección de la viga sea: b= 20 in. y h= 60 in. Diseñar la viga de concreto reforzado según los requerimientos del ACI.

fy= 60000 psi
f'c= 4000 psi
b= 20 in
h= 60 in

M_{viva}=1200 ft-kips = 14400 in-kips
M_{muerta}= 800 ft-kips = 9600 in-kips

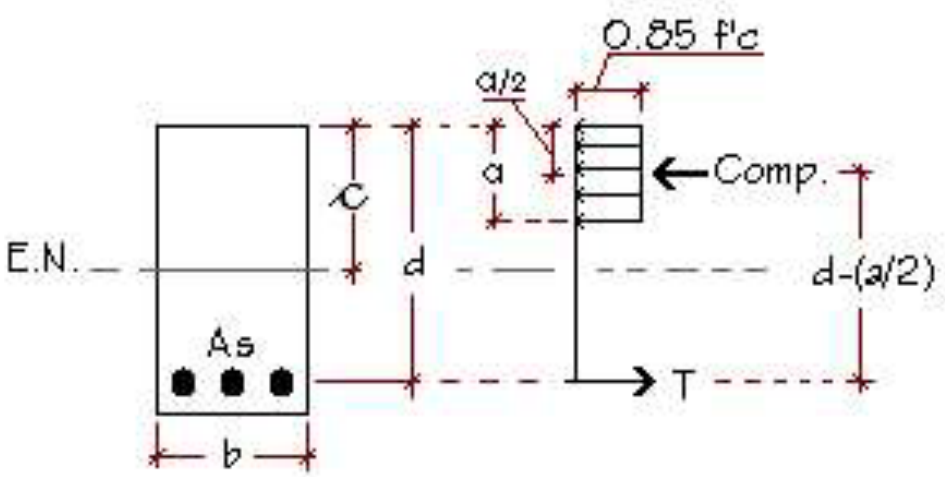


Figura 88. Diagrama ejemplo 2 "Diseño de vigas a flexión".

Dónde:

$$Comp. = 0.85 * f'c * a * b$$

$$T = As * fy$$

a= b_1*c

$$T = Comp. \Rightarrow As * fy = 0.85 * f'c * a * b \Rightarrow a = \frac{As * fy}{0.85 * f'c * b}$$

Con: $$As = \rho * b * d \Rightarrow a = \frac{\rho * d * fy}{0.85 * f'c}$$

$$Mn = T * \left(d - a/2\right) \Rightarrow Mn = As * fy * \left(d - a/2\right)$$

$$Mu = \phi * Mn \Rightarrow Mu = \phi * As * fy * \left(d - a/2\right) \Rightarrow$$ Despejamos As

$As = \dfrac{Mu}{\phi * fy * \left(d - a/2\right)}$ ⇨Donde: $\phi = 0.9$;***según el art. 9.3.2.1***

- ✓ Para el valor de "d", se asume el 90% de la altura.
- ✓ Para el valor de "a" se asume el 20% del valor de "d".

$d = 0.9 * h = 0.9 * 60in = 54.in$
$a = 0.2 * d = 0.2 * 54in. = 10.8in.$

$Mu = 1.6 * L + 1.2 * D$; **Ec. 9-2, ACI 318-05**

$Mu = (1.6 * 14400) + (1.2 * 9600) = 34560.$ Kips-in

$As = \dfrac{34560000.in - lb}{0.9 * 60000\,psi * \left(54 - 11/2\right)} = 13.19$ in^2

- ✓ Con el valor de As encontramos el valor de "a" y vamos chequeando la variación que puedan tener los valores de "a, As"

$a = \dfrac{As * fy}{0.85 * f'c * b} = \dfrac{13.19 * 60}{0.85 * 4 * 20} \Rightarrow a \cong 11.65$ In.

$As = \dfrac{34560000.in - lb}{0.9 * 60000\,psi * \left(54 - 11.65/2\right)} = 13.28$ in^2

$a = \dfrac{13.28 * 60}{0.85 * 4 * 20} = 11.72$ In.

$As = \dfrac{34560000.in - lb}{0.9 * 60000\,psi * \left(54 - 11.72/2\right)} = 13.29$ in^2

Ahora se observa que la variación del valor "As", es pequeño y casi despreciable, por lo tanto usaremos…

$As = 13.3$ in^2

$\rho = \dfrac{As}{b * d} \Rightarrow \rho = \dfrac{13.3}{20 * 54} = 0.012$

Se chequea que: $\rho \geq \rho_{\min}$ ⇨ $0.012 > 0.0033$ ⇨Si cumple.

También se chequea que: $\frac{c}{d} < \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$

Ya que $\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$ es la máxima fluencia que puede tener el acero.

Dónde: $\varepsilon_s = \varepsilon_t = 0.005$, que es el máximo límite de deformación unitaria neta de tracción, siendo éste un valor único según el comentario del ***artículo 10.3.3 del ACI 318-05.***

$$\frac{c}{d} < \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \Rightarrow \frac{13.8}{54} < \frac{0.003}{0.003 + 0.005}$$

$0.256 < 0.375$ ⇨ Si cumple.

Después de haber hecho los chequeos, se procede a diseñar el refuerzo. Para este caso utilizaremos varillas #9.

Varilla #9 ⇨ $\phi = 1.125$ in. ⇨ $Area_{varilla\#9} \cong 1$ in^2

$$\#\,varillas = \frac{As}{A_{varilla\#9}} = \frac{13.3}{1} \Rightarrow \#\,varillas \cong 14$$

En la viga colocamos 2 camas de 7 varillas #9, en cada cama.

- ✓ Según disposiciones del ***artículo 7.6 del ACI 318-05***, la separación mínima entre varillas es de 1 in. y la separación mínima entre camas es de 1 in. Entonces el armado quedaría de la siguiente manera:

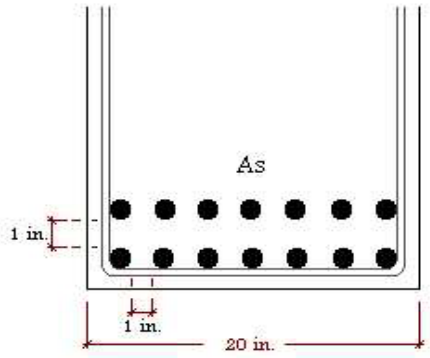


Figura 89. Diagrama de ejemplo 2 colocación de varillas y separación mínima según ACI.

3. Para la viga doblemente reforzada que se muestra abajo. Calcular la fuerza del Momento Nominal.

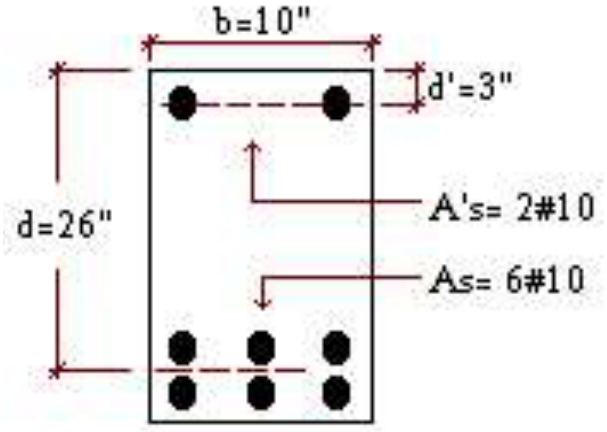


Figura 90. Diagrama ejemplo 3 "Diseño de vigas a flexión".

fy= 60000 psi.
f'c= 4000 psi.

Nota: El área de las varillas después de la #9 (es decir de la #10 en adelante), se toman como varillas cuadradas. Para esto nos basamos en los diámetros y áreas establecidas en la ***tabla del apéndice E del ACI 318-05.***

$\phi_{\#10} = 1.27$ in.
$A_{\#10} = 1.27$ in.
$A's = 2.54$ in^2.
$As = 7.62$ in^2.

Vamos a empezar sin considerar la compresión del acero. Y debemos hacer el chequeo de: $\frac{c}{d}$<0.375

Donde: **0.375** viene de calcular ⇨ $\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t}$

$$a = \frac{As * fy}{0.85 * f'c * b} = \frac{7.62 * 60}{0.85 * 4 * 10} \Rightarrow \quad a = 13.44 \text{ In.}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{13.44}{0.85} \Rightarrow c = 15.81 \text{ In.}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{15.81}{26} = 0.608 \Rightarrow \frac{c}{d} < 0.375 \quad \Rightarrow \quad 0.608 < 0.375 \quad \Rightarrow \text{No Cumple.}$$

Como $\frac{c}{d}$<0.375 no cumple; esto nos indica que se debe considerar la Compresión del Acero, y al hacer sumatoria de fuerzas nos quedaría.

$T = C_c + C_s$ ⇨Dónde: $T = As * fy$

$$C_s = A's * \varepsilon_c * \frac{c - d'}{c} * E_s$$

$$C_c = 0.85 * f'c * c * b$$

$$E_s = 28440000 \text{ psi.}$$

$$As * fy = \left(A's * \varepsilon_c * \frac{c - d'}{c} * E_s \right) + (0.85 * f'c * c * b) \Rightarrow$$ Despejamos "**C**"

$$457200 = (34000 * c) + \left(216712.8 * \frac{c - 3}{c} \right) \Rightarrow c = 9.16 \text{ in.}$$

Con el valor encontrado de "**C**" chequeamos: f_s<fy
Dónde:

$$f_s = \varepsilon_c * E_s * \frac{c - d'}{c}$$

$$f_s = 0.003 * 28440000 * \frac{9.16 - 3}{9.16} \Rightarrow f_s = 57376.76 \text{ psi.}$$

f_s<fy⇨ 57376.76 psi. < 60000 psi. ⇨ Si cumple.

Ahora, haciendo $A_s * fy = (A's * fy) + (0.85 * f'c * a * b)$, (donde a= b_1***C**), encontramos el valor de "**C**", para hacer el chequeo en:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c * \left(\frac{d - c}{c} \right);$$

Donde se espera que cumpla la siguiente expresión: $\varepsilon_s \leq \varepsilon_t$

$$(7.62 * 60000) = (2.54 * 60000) + (0.85 * 4000 * 10 * 0.85 * c)$$

$c = 10.54$ In.

$$\varepsilon_s = 0.003 * \left(\frac{26 - 10.54}{10.54} \right) \Rightarrow \varepsilon_s = 0.004$$

$\varepsilon_t = 0.005 \Rightarrow \varepsilon_s \leq \varepsilon_t \Rightarrow$ 0.0044 < 0.005 ⇨ Si cumple.

Entonces se procede a calcular Momento Nominal.

$$Mn = A's * fy * (d - d') + (0.85 * f'c * a * b) * \left(d - a/2\right)$$

$a = \beta_1 * c \Rightarrow a = 0.85 * c$

$$Mn = 2.54 * 60000 * (26 - 3) + (0.85 * 4000 * 0.85 * 10.54 * 10) * \left(26 - \frac{(0.85 * 10.54)}{2}\right)$$

$Mn = 10060473.42$ In-lb. ⇨ $Mn = 10060.47$ In-kips.

4. Calcular la fuerza del Momento Nominal para la sección transversal de la viga T (sistema monolítico de viga T – losa) mostrada abajo. También confirme que la viga T, reúne los requerimientos mínimos de refuerzo y la falla por esfuerzo de deformación del acero, según el ACI.

$f'c = 3000$ psi.
$fy = 60000$ psi.

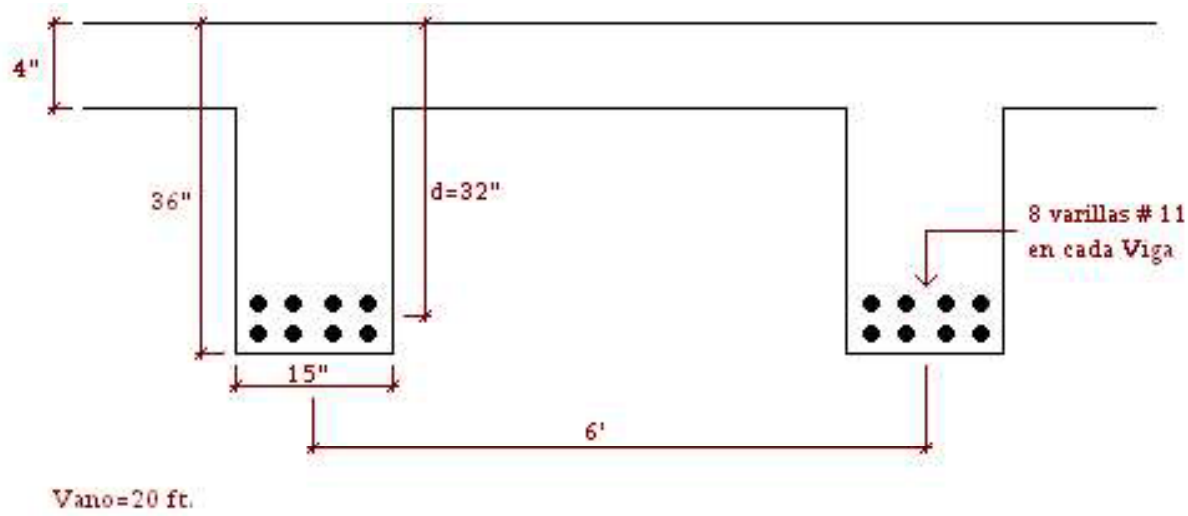


Figura 91. Diagrama de ejemplo 4 vigas T.

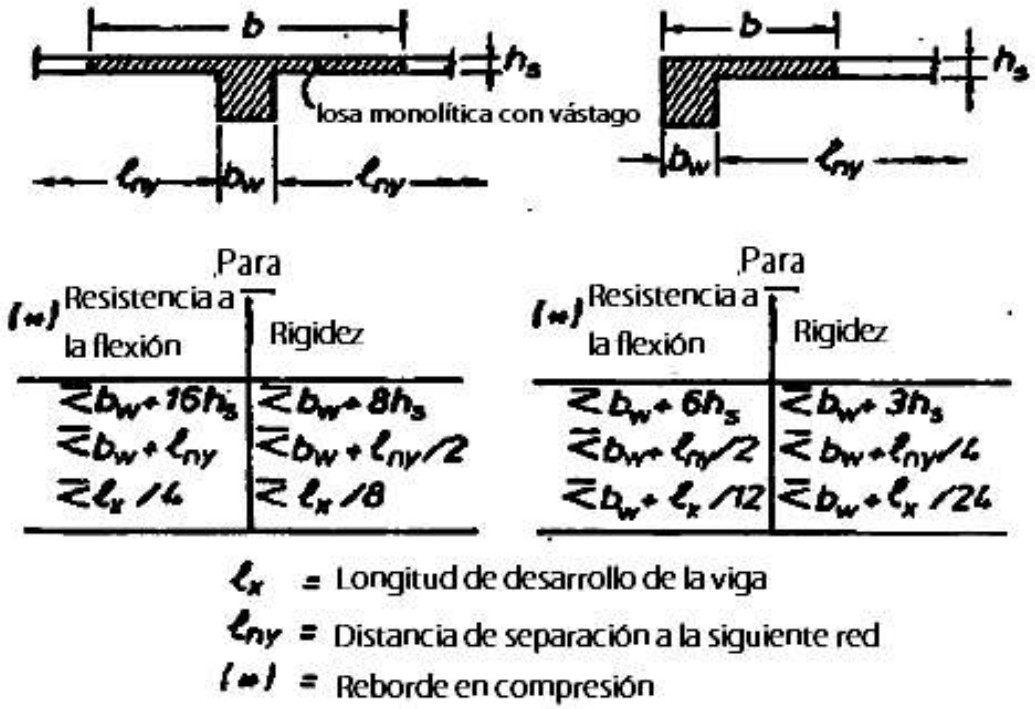


Figura 92. Diagramas y parámetros para vigas T, según ACI.

Nota: Según el artículo 8.10.2 encontramos el ancho efectivo que no debe exceder $1/4$ de la luz de la viga entre apoyos; y el ancho sobresaliente efectivo del ala a cada lado del alma, no debe exceder:

a). 8 veces el espesor de la losa, y
b). la mitad de la distancia libre a la siguiente alma.

- $AnchoEfectivo \leq \left(1/4\right) vano$
- $AnchoEfectivo \leq b_{viga} + 8t_{losa}$ ⇨a cada lado.
- $AnchoEfectivo \leq \frac{Luz_{entreVigas}}{2}$ ⇨ a cada lado.

$$b_{efectivo} \leq \frac{20' * 12''}{4} = 60''$$

$$b_{efectivo} \leq 15'' + (2 * 8 * 4'') = 79''$$

$b_{efectivo} \leq 6' * 12'' = 72''$ ⇨ Como es la mitad a cada lado, entonces se vuelve la luz total entre vigas.

Tomamos el menor valor de $b_{efectivo} = 60"$.

Chequeamos la localización del valor de "a".

$a = \dfrac{As * fy}{0.85 * f'c * b_{efectivo}}$ ⇨ 8 varillas # 11.

$\phi_{var.\#11} = 3.58cm. = 1.409"$

$As_T = \left(\pi/4\right) * (1.409") * (8) \cong 12.5in^2$

$a = \dfrac{12.5 * 60000}{0.85 * 3000 * 60} = 4.9$ in.

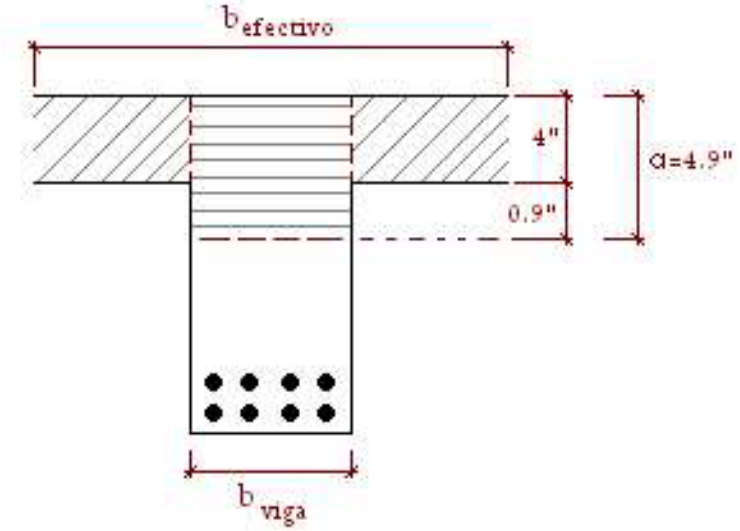


Figura 93. Diagrama del ejemplo 4, de viga T con sus valores a, $b_{efectivo}$ y b_{viga}.

Comp.= C_{alas} + C_{alma}⇨ C_{alas}= C_1= $0.85 * f'c * \left(b_{efectivo} - b_{viga\ o\ alma} \right) * t_{losa}$

$C_{alma} = C_2$

$T = As * fy$ ⇨ $Comp. = T$ ⇨ $T = C_1 + C_2$

$C_1 = 0.85 * 3000 * (60 - 15) * 4$ ⇨ $C_1 = 459000$ lb.

$T = 12.5 * 60000 \Rightarrow T = 750000$ lb.

$750000 = 459000 + C_2 \Rightarrow C_2 = 291000$ lb.

$$a = \frac{C_2}{0.85 * f'c * b_{viga}} = \frac{291000}{0.85 * 3000 * 15} \Rightarrow a = 7.61 \text{ in.}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{7.61}{0.85} \Rightarrow c = 8.95 \text{ in.}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{8.95}{32} = 0.279 \Rightarrow \frac{c}{d} \leq \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} \Rightarrow 0.279 \leq 0.375 \Rightarrow$$ Si cumple.

$$\rho = \frac{As}{b_{viga} * d} = \frac{12.5}{15 * 32} \Rightarrow \rho = 0.026 \Rightarrow \rho_{\min} = 0.0033$$

$\rho \geq \rho_{\min.} \Rightarrow 0.026 > 0.0033 \Rightarrow$ Si cumple.

Después de haber hecho los chequeos, calculamos el Momento Nominal.

$$Mn = C_1 * \left(d - \frac{t_{losa}}{2} \right) + C_2 * \left(d - \frac{a}{2} \right) = (459000) * \left(32 - \frac{4}{2} \right) + (291000) * \left(32 - \frac{7.61}{2} \right)$$

$Mn = 21974745$ Lb-in. $\cong 21974.745$ Kips-in.

Combinación De Cargas

Ejemplo

Una viga y la columna de una crujía interior, perteneciente a ***un marco especial resistente a momento (ACI-318-05: Artículos: 21.3, 21.4 & 21.5),*** como se muestra en la figura siguiente, tiene un claro de alto de 10 pies.

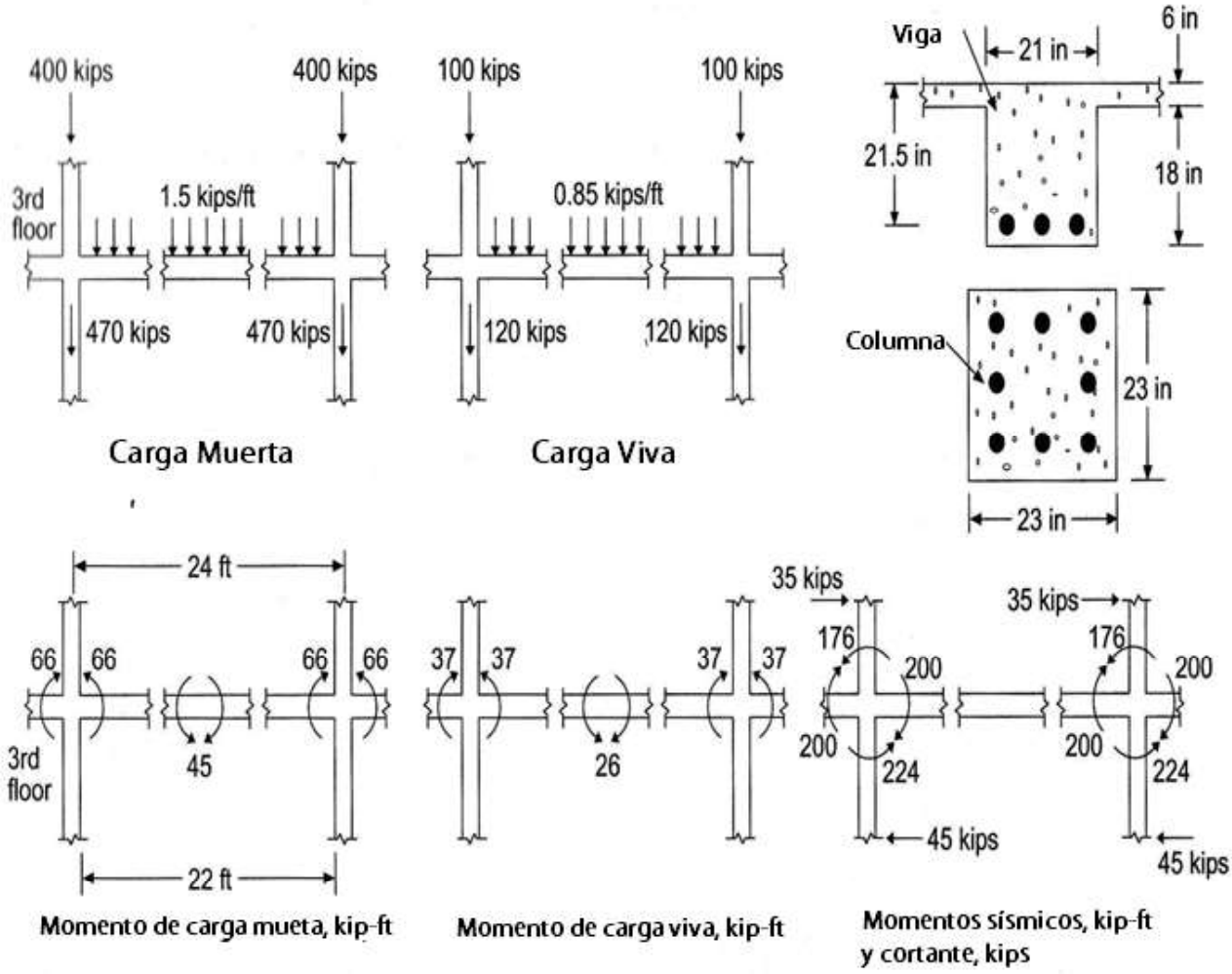


Figura 94. Diagrama del ejemplo "Marco especial resistente a momento"

La estructura tiene un factor de redundancia (r) de 1 y 5% de amortiguamiento. El espectro de respuesta de aceleración sísmica tiene un **período de 0.2 segundos**. Su espectro de aceleración del **suelo tipo D** es de $\mathbf{S_{DS} = 0.826g}$. Su nivel de servicio por cargas y momentos actuantes gravitacionales y de sismo, se indican en la figura, también la secciones de viga y columna. Los momentos están actuando en las caras de los nudos. Los efectos de momentos de segundo orden son despreciados, también la fuerza axial debida a sismo. Usar acero **grado 60** y la resistencia del concreto a compresión de **4 kilo-libras/pulga**^{2}.

Determine el refuerzo requerido para el tercer piso:

a) De la viga
b) De la columna
c) Del nudo

Combinación de Cargas

Para carga muerta y viva la combinación de cargas para columnas está dada por el ACI con la ecuación 9-1

$$U = 1.4\,D + 1.7\,L$$

De acuerdo a lo establecido en los códigos: ***UBC-97 sección 1612 & 1630 e IBC-2000, sección 1605 & 1617***, en lo referente a los efectos de carga muerta y a las fuerzas laterales mínimas de diseño y efectos relacionados, se procede de la forma siguiente:

TABLE 1613.5.6(1)
SEISMIC DESIGN CATEGORY BASED ON
SHORT-PERIOD RESPONSE ACCELERATIONS

VALUE OF S_{DS}	OCCUPANCY CATEGORY		
	I or II	III	IV
$S_{DS} < 0.167g$	A	A	A
$0.167g \le S_{DS} < 0.33g$	B	B	C
$0.33g \le S_{DS} < 0.50g$	C	C	D
$0.50g \le S_{DS}$	D	D	D

Tabla 10. Categoría de diseño sísmico basado en las aceleraciones de respuesta de período corto. Tabla 1613.5.6 (1).

TABLE 1613.5.6(2)
SEISMIC DESIGN CATEGORY BASED ON
1-SECOND PERIOD RESPONSE ACCELERATION

VALUE OF S_{D1}	OCCUPANCY CATEGORY		
	I or II	III	IV
$S_{D1} < 0.067g$	A	A	A
$0.067g \le S_{D1} < 0.133g$	B	B	C
$0.133g \le S_{D1} < 0.20g$	C	C	D
$0.20g \le S_{D1}$	D	D	D

Tabla 11. Categoría de diseño sísmico basado en 1 segundo aceleración de respuesta. Tabla 1613.5.6 (2).

Las edificaciones y otras estructuras y parte de ellas, deben diseñarse para resistir las combinaciones de cargas especificadas o las combinaciones especiales de cargas sísmicas.

El efecto más crítico puede ocurrir cuando una o más de las cargas contribuyentes no estén actuando (ver distribuciones de carga y cálculo de momentos para determinar la envolvente, presentadas en las páginas anteriores). Todas las

cargas correspondientes deben considerarse, incluyendo las símicas o de viento, dependiendo de la región.

De acuerdo con los códigos mencionados las combinaciones de carga utilizando el diseño por resistencia o diseño por factor de carga y de resistencia:

$$U = 1.2\ D + 1\ E + (f_1\ L + f_2\ S)$$

Dónde:

$f_1 = 1$ para pisos en lugares de reuniones públicas, para cargas vivas que excedan 100 psi y para cargas vivas en garajes.
= 0.5 para otras cargas vivas.
$f_2 = 0.7$ para configuraciones de techos que acumulen agua
= 0.2 para otras configuraciones de techos.

Adicionalmente, las estructuras deben diseñarse para movimientos del suelo que producen una respuesta estructural y fuerzas sísmicas en cualquier dirección horizontal. Por ello deben utilizarse los complementos siguientes:

$$E = \rho\ Q_E + 0.2\ S_{DS}\ D$$

Dónde:

D = acción de carga muerta
E = efecto combinado de carga horizontal y vertical inducido por acción de la fuerza de sismo.
ρ = factor de confiabilidad / redundancia
Q = efecto horizontal por fuerza sísmica.
S_{DS} = aceleración del espectro de respuesta para períodos cortos.

Diseño de Viga Interior

El momento negativo magnificado de la viga al rostro de la columna, es:

$$U = 1.4D + 1.7L = M_{U,\ D+L}$$

$M_{U,\ D+L}$ = 1.4(66) + 1.7(37) **= 155 Kip-pie.**

La carga correspondiente a la combinación de carga gravitacional + sismo:

$$U = 1.2\ D + 1\ E + (f_1\ L + f_2\ S)$$

$$= (1.2 + 0.2S_{DS})\ D + \rho\ Q_E + (f_1\ L + f_2\ S)$$

Entonces: $M_u = (1.2 + 0.2 * 0.826)\ 66 + 1 * 200 + 0.5 * 37 + 0$

$$M_U = 309\ \text{Kip-pie}$$

Cuando se combinan los efectos de la carga muerta y el sismo, se debe aplicar la combinación de cargas mayoradas dada en el IBC formula 16-6:

$$M_u = (0.9 - 0.2\ S_{DS})D + \rho\ Q_E$$

$$M_U = (0.9 - 0.2 \times 0.826) \times 66 - 1 \times 200$$

$$M_U = -152\ \text{Kip-pie}.$$

Ver figura anterior que resulta ser el momento en la parte superior de la viga.

El momento positivo mayorado para la viga (en la parte inferior), ubicado entre los puntos de inflexión será el provocado por la acción de las cargas gravitacionales: muerta y viva.

$$U = 1.4D + 1.7L = M_{U,\ D+L}$$

$$\mathbf{M_{U,\ D+L}} = 1.4(45) + 1.7(26) = \mathbf{107\ Kip\text{-}pie.}$$

Requisitos de Diseño para Momentos de Acuerdo a ACI 318Articulo 21.3.2:

- Momento último negativo a rostro de columna: M^-_u

$$M^-_u = 309\ \text{Kip-pie}$$

- Momento último positivo a rostro de columna: M^+_u

$$Controla\quad el\quad mayor\begin{bmatrix} 152 & kilolibra-pie \\ \frac{309}{2} & = 155 kilolibra-pie \end{bmatrix}$$

$$M^+_u = 155\ \text{Kip-pie}$$

- Momento último positivo entre puntos de inflexión: M^+_u

$$Controla\quad el\quad mayor\begin{bmatrix} 107 & kilolibra-pie \\ \frac{309}{4} & = 77.3 kilolibra-pie \end{bmatrix}$$

$$M^+_u = 107\ \text{Kip-pie}$$

- Momento último negativo entre puntos de inflexión: M^-_u

$$M_{u\ neg} = \frac{mayor\ en\ la\ viga}{4} = \frac{309}{4} = 77.3\, kilolibra - pie$$

Refuerzo Longitudinal

1. ***El refuerzo correspondiente en la parte superior de la viga, a rostro externo de la columna***, se colocaran 2 varillas #8 + 3 #7, que proporcionara un área de acero:

$$\mathbf{A_s = 3.38\ plg^2}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

Donde $$\rho_{\min} \le \rho = \frac{3.38}{21*21.5} = 0.0075 \le \rho_{\max}$$

Satisface la condición que establece el ACI318, Artículo 21.3.2:

$$\rho_{\min} = \frac{3*\sqrt{f_c}}{f_y} = \frac{3*\sqrt{4000}}{60000} = 0.0032$$

O

$$\rho_{\min} = \frac{200}{f_y} = \frac{200}{60000} = 0.0033$$

Y

$$\rho_{\max} = 0.025$$

El momento último a flexión resistente es:

$$M_u = \phi A_s f_y d\left[1 - \frac{0.59\rho f_y}{f'_c}\right]$$

$$M_u = 0.9*3.38*60*21.5\left[1 - \frac{0.59*0.0075*60}{4}\right]$$

M_u = 3663.713 Kilo libra - pulgada

M_u =305.31 Kilo libra – pie

Al comparar el momento actuante (309 Kilo libra-pie) con el resistente (305.31 Kilo libra-pie), observamos que son aproximadamente iguales (diferencia del orden del 1%)

2. ***Refuerzo en la parte inferior de la viga, a rostro externo de la columna***, se propone colocar 2 varillas # 7 más 1#6

El momento positivo resistente en la parte inferior de la viga, a rostro externo de la columna es:

A_s = 1.64 pul^2

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

$$\rho_{\min} \le \rho = \frac{1.64}{21*21.5} = 0.0036 \le \rho_{\max}$$

$$M_u = \phi A_s f_y d\left[1 - \frac{0.59\rho f_y}{f'_c}\right]$$

$$M_u = 0.9 * 1.64 * 60 * 21.5\left[1 - \frac{0.59 * 0.0036 * 60}{4}\right]$$

M_u =1843.377 Kilo libra - pulgada

M_u =153.62 Kilo libra – pie

Al comparar el momento positivo actuante (155 Kilo libra-pie) con el momento positivo resistente (153.62 Kilo libra-pie), observamos que este último es menor (en un 1%) que es satisfactorio.

3. ***Refuerzo inferior de la viga al centro de la luz libre*** (entre puntos de inflexión), para cubrir el momento positivo, se propone colocar:

2 varillas #7 (A_s= 1.2"^{2}) + 1 #5(A_s= 0.31"^{2})

A_s = 1.51 pul^2

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

$$\rho_{\min} = \rho = \frac{1.51}{21 * 21.5} = 0.0033 \leq \rho_{\max}$$

El momento positivo resistente es:

$$M_u = \phi A_s f_y d\left[1 - \frac{0.59\rho f_y}{f'_c}\right]$$

$$M_u = 0.9 * 1.51 * 60 * 21.5\left[1 - \frac{0.59 * 0.0033 * 60}{4}\right]$$

M_u =1701.91 Kilo libra - pulgada

M_u = 141.83 Kilo libra – pie

Al comparar el momento positivo actuante (107 Kilo libra-pie) con el momento positivo resistente (141.83 Kilo libra-pie), observamos que este último es mayor (en un 33%) que se acepta por cuestiones de armado, ya que nos permite colocar 2#7 corridas en la cama inferior.

4. ***Refuerzo superior de la viga al centro de la luz libre*** (entre puntos de inflexión), para cubrir el momento negativo, se propone colocar: 2 varillas #7 (A_s= 1.2"^{2})

La idea es tener continuidad de armado en la cama superior.

A_s = 1.20 pul^2

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

$$\rho_{\min} > \rho = \frac{1.20}{21*21.5} = 0.0027 < \rho_{\max}$$

El momento positivo resistente es:

$$M_u = \phi A_s f_y d\left[1 - \frac{0.59\rho f_y}{f'_c}\right]$$

$$M_u = 0.9*1.20*60*21.5\left[1 - \frac{0.59*0.0027*60}{4}\right]$$

Mu = 1359.91 Kilo libra - pulgada

Mu = 113.33 Kilo libra – pie

De acuerdo al ACI318-05 en el Artículo 10.5.3 como lo recomienda el Artículo 21.3.2.1, en cuanto a que:

Si la cuantía mínima es mayor en 1/3 de la cuantía requerida, estas podrán aplicar, de la forma siguiente:

El momento actuante: 1.33 X 77 Kilo libra-pie = 102.41 Kilo libra-pie

El momento resistente = 113.33 Kilo libra-pie >102.41 Kilo libra-pie

De ello, la cuantía propuesta de 0.0027 < a la cuantía mínima de 0.0033 es satisfactoria.

Control de la Fisuración

El espaciamiento máximo de las barras longitudinales se establece en forma directa para el control de la fisuración, de acuerdo a lo estipulado en el Artículo 10.6.4 del ACI 318-05

$$s = \frac{600}{f_s} - 2.5\,c_c \le \frac{480}{f_s}$$

Aunque el código permite usar:

- un valor de la fluencia de trabajo = (2/3)f_y recomendamos usar : 0.6 f_y
- una constante de 600, un valor practico recomendable será 540
- un recubrimiento máximo de 2 pulgadas; usar 1.5” ver artículo 7.7.1.c

$$s = \frac{540}{f_s} - 2.5c_c = \frac{540}{0.6f_y} - 2.5[recubrimiento + diametro\ estribo]$$

$$s = \frac{540}{f_s} - 2.5c_c = \frac{540}{0.6*60} - 2.5[1.5 + 0.375] = 10.31\ pu\lg adas$$

$$s = 10.31'' \le \frac{480}{0.6*60} = 13.33''$$

Donde el valor de 10.31" es el que controla

Para el refuerzo inferior de la viga al centro de la luz libre (entre puntos de inflexión), con 2 varillas #7 (A_s= 1.2"^{2}) + 1 #5(A_s= 0.31"^{2})

$$s_a = \frac{b - 2c_c - d_b}{2} = \frac{21 - 2*1.88 - 0.875}{2} = \frac{16.365}{2} = 8.18$$

Es satisfactorio, ya que s = 10.31 > 8.18

NOTA: ACI 318-05: R10.6.3 "varias barras con un espaciamiento moderado son mucho más efectivas para controlar el agrietamiento que uno o dos barras de gran diámetro de área equivalente."

Diseño a Corte de Vigas

En la determinación de las fuerzas laterales equivalentes que representan los efectos del sismo para estos tipos de marcos, se espera que los elementos del marcodisipenla energía en forma dúctil, en el rango no lineal de respuesta. A menos que un elemento delmarco tenga una resistencia del orden de 3 a 4 veces las fuerzas de diseño, esta llegará a la fluencia en el caso de un sismo grande. La fuerza de diseño a corte ***Ve*** debe ser el máximo que se puede desarrollar en el elemento en la parte del elemento comprendida entre las caras de la columna.

La resistencia al cortante requerida en elementos de marcos está relacionada con la resistencia a flexión por los momentos de signo opuesto correspondientes a la resistencia probable, ***Mpr*** en los extremos de dicho elemento, más que con las fuerzas cortantes mayoradas obtenidas del análisis de cargas laterales.

Debido a que la resistencia de fluencia real del refuerzo longitudinal puede exceder la resistencia de fluencia especificada y debido a que es probable que ocurra endurecimiento por deformación del refuerzo en un nudo sometido a grandes rotaciones, la resistencia al corte requerida se calcula usando una **fluencia de1.25$f_y$para el refuerzo longitudinal y el factor de reducción ∅= 1**.

$$M_{pr} = \phi A_s f_y d\left[1 - \frac{0.59\rho f_y}{f'_c}\right]$$

$$M_{pr} = (1)A_s(1.25f_y)d\left[1 - \frac{0.59\rho(1.25f_y)}{f'_c}\right]$$

$$M_{pr} = A_s f_y d\left[1.25 - \frac{0.922\rho f_y}{f'_c}\right]$$

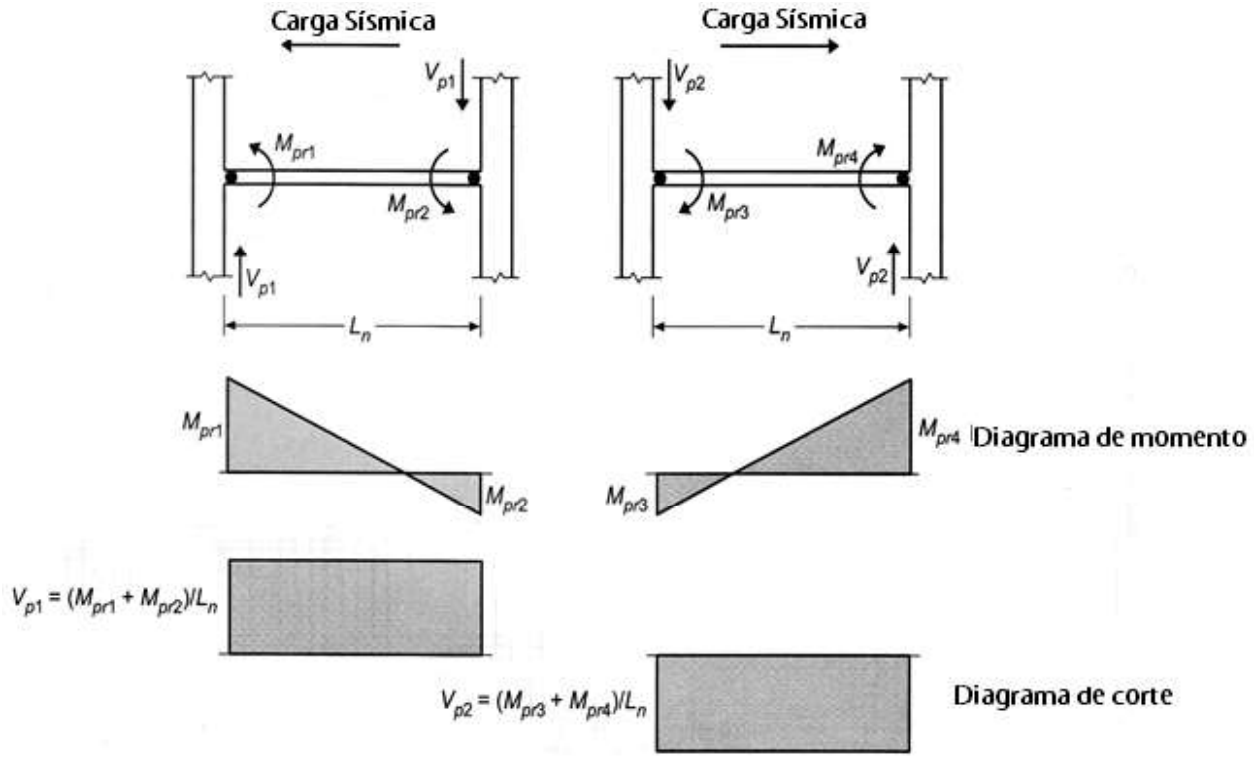


Figura 95. Diagramas de Corte y momento para carga sísmica direcciones opuestas.

Los momentos de signo cambiado en los extremos de la viga, nos indican la formación de la doble curvatura, tanto en la acción del sismo de ida como de vuelta. La dirección de la flecha indica la cara del elemento que esta sufriendo tensión.

Ambos momentos probables en los extremos de la viga (a rostro de la columna) nos determinan los cortantes críticos $\mathbf{V_e}$ a ser evaluados:

$$V_e = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} + V_{gl}$$

$$V_e = \frac{M_{pr3} + M_{pr4}}{L_n} + V_{gr}$$

Dónde:

$L_n = longitud\ de\ viga\ de\ rostro\ a\ rostro\ entre\ columnas$

$V_{gl} = corte\ en\ el\ rostro\ izquierdo\ debido\ c\,\text{arg}\,as\ gravitacionales\ mayorada$

$V_{gr} = corte\ en\ el\ rostro\ derecho\ debido\ c\,\text{arg}\,as\ gravitacionales\ mayoradas$

El diseño a corte de la viga está dada por las ecuaciones 11-1 & 11-2 del ACI

$$\varnothing V_n = \varnothing V_c + \varnothing V_s$$

Dónde:

$\varnothing V_c = 2\ \varnothing b_w d\ (f'_c)^{0.5}$ ACI ecuación 11-3

$\varnothing\ V_s = \varnothing A_v f_y\ d / s$ ACI ecuación 11-15

A_v = área del estribo

s = espaciamiento de estribos

De acuerdo a lo estipulado por el ACI en 21.3.4.2:

La resistencia del concreto a corte no se incluye, cuando se cumplan las dos condiciones siguientes:

- la fuerza de corte inducida por sismo, representa la mitad o más del corte total aplicado.
- La fuerza axial de compresión mayorada $P_u < \frac{A_g f'_c}{20}$

Cálculo del Refuerzo Transversal

Momento negativo en rostro con la columna

$$M_{pr1} = A_s f_y d\left[1.25 - \frac{0.922\rho f_y}{f'_c}\right]$$

$$M_{pr1} = 3.38 * 60 * 21.5\left[1.25 - \frac{0.922 * 0.0075 * 60}{4}\right] = 4997.99\ kip - pul$$

$M_{pr\ 1}$= 416.5 kip-pie

Momento positivo en rostro con la columna

$$M_{pr2} = A_s f_y d\left[1.25 - \frac{0.922\rho f_y}{f'_c}\right]$$

$$M_{pr2} = 1.64 * 60 * 21.5\left[1.25 - \frac{0.922 * 0.0036 * 60}{4}\right] = 2539.17\ kip - pul$$

$M_{pr\,2}$= 211.6 kip-pie

La carga distribuida gravitacional mayorada sobre la viga de acuerdo al IBC-2006 de la ecuación 16-5

$$\omega_u = (1.2 + 0.2\,S_{DS})D + f_1 L$$

$$\omega_u = (1.2 + 0.2 * 0.826)1.5 + 0.5 * 0.85 = 2.473$$

El corte correspondiente a esa carga mayorada gravitacional, será:

$$V_{gl} = \frac{\omega_u L_n}{2} = \frac{2.473 * 22}{2} = 27.2\ kilolibra$$

El esfuerzo de corte en la viga por la acción del sismo actuando de ida, será:

$$V_e = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} + V_{gl} \Rightarrow V_e = \frac{416.5 + 211.6}{22} + 27.2 = 55.75\ kilolibra$$

De acuerdo al límite máximo resistente por el acero (ACI artículo 11.5.7.9)

$$V_e \le 8\phi b d \sqrt{f'_c}$$

Si satisface: $V_e = 55.75 \le 8 * 0.85 * 21 * 21.5 \frac{\sqrt{4000}}{1000} = 194.18\ kilolibra$

Si la fuerza de corte inducida por el sismo representa más de la mitad del corte total y la fuerza axial a compresión $P_u < \frac{A_g f'_c}{20}$, el concreto a corte no se incluirá en el cálculo. Ver comentario en ACI Artículo 21.3.4.2.

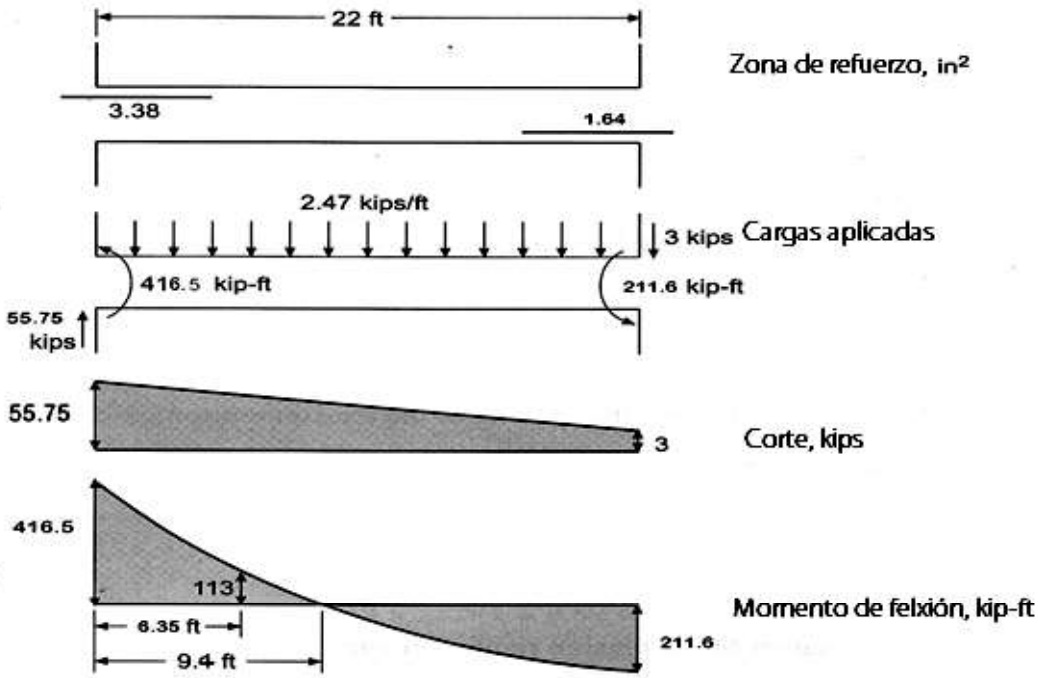


Figura 96. Diagramas de: zona de refuerzo, Cargas aplicadas, Corte, Momento de flexión, para el ejemplo.

Con relación a los espaciamientos máximos de los estribos será en base al artículo 21.3.3.2 del ACI, donde el primer estribo se colocara a una distancia no mayor a 2" del rostro de la columna.
Se tomará el menor de:

- 0.25d 0.25*21.5 = 5.4" chequea, usar 5"
- $8d_b$ 8*0.75 = 6"
- $24d_{estribo}$ 24*0.50 = 12"
- 12" = 12"

La capacidad al corte provista por el estribo, basado en el ACI artículo 11.5.7.2

Nota: Se tomó una varilla #3 con área igual 0.11 y se calculó con el espaciamiento máximo calculado anteriormente5", pero se verifico que no cubría con el cortante actuante.

$$\phi V_s = \frac{\phi A_s f_y d}{s} = \frac{0.85*(2*0.11)60*21.5}{4} = 60.31 kilolibras$$

Estos estribos se prolongaran hasta una distancia desde los extremos:

2h = 2(18"+6")= 48"= 4 pies

El siguiente espaciamiento será: $V_u = V_e - 4'(w_u)$ = 55.75 – 4*2.473 = 45.86 k#

$$s = \frac{\phi A_s f_y d}{\phi V_s} = \frac{0.85*(2*0.11)60*21.5}{45.86} = 5.26\ pulgadas$$

Usar **5 pulgadas**

Se repite el proceso.

Resumen de Estribos

Cuantificación de estribos de rostro de columna hasta la mitad de luz de viga

Cantidadde estribos	1	12	10	4	**S=27**
@	2”	4”	5”	6”	
Distancia	2”	48”	50”	24”	
S distancia	**2”**	**50”**	**100”**	**124”**	**=10.3 pies**

Tabla 12. Resumen de estribos y su distancia de separación, para el ejemplo.

Reducción del Refuerzo Longitudinal

El momento negativo en el apoyo, provisto por el A_s (3#7+2#8), puede ser reducida a usar 2#7 (A_s = 1.20 pul^2) a todo lo largo de la viga en la cama superior. De acuerdo a lo calculado anteriormente:

$$\mathbf{A_s = 1.20\ pul^2}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

$$\rho_{\min} > \rho = \frac{1.20}{21*21.5} = 0.0027 < \rho_{\max}$$

$$M_u = 0.9*1.20*60*21.5\left[1-\frac{0.59*0.0027*60}{4}\right]$$

$$M_u = \text{ 113.33 Kilo libra – pie}$$

Que para esta condición al momento le llamaremos momento base M_b

$$M_b = M_u = 113.33\ \text{k\#-pie}$$

Como:
$$V_e = \frac{M_{pr1} - M_b}{x} + \frac{\omega x}{2}$$

Entonces:
$$M_b = M_{pr1} - V_e x + \frac{\omega x 2}{2}$$

Despejando
$$113.33 = 416.5 - 55.75x + \frac{2.473x2}{2}$$

Las “x” son:

$$\boldsymbol{X_1 = 6.35\ pies}$$
$$\boldsymbol{X_2 = 9.45\ pies}$$

El artículo 12.10.3 del ACI dice:

El refuerzo debe extenderse más allá del punto en que ya no es necesario para resistir flexión a una distancia, que será la mayor de las dos condiciones siguientes:

d = 21.5 pulgadas = 1.79´

$12d_b = 12*1 = 12$ pulgadas

Como la varilla a cortar es la número 8.

De allí que la distancia de la varilla medida desde el rostro con la columna será:

$$\mathbf{L_c = X + d}$$

$L_c = 6.35´ + 1.79´ = 8.14$ pies

Usar 8 pies.

Adicionalmente el ACI en 21.5.4.2 se especifica la longitud de desarrollo en tracciónmínima para barras rectas como un múltiplo de la longitudindicada en 21.5.4.1. El caso (b) de 21.5.4.2 usar como mínimo **3.25**.

Cuando la longitud recta embebida requerida para una barrade refuerzo se extiende más allá del volumen confinado deconcreto (como lo definen 21.3.3, 21.4.4 ó 21.5.2), la longitudde desarrollo requerida se incrementa bajo la premisa de queel esfuerzo límite de adherencia fuera de la región confinada,es menor que en el interior.

$$\ell_{dm} = 1.6(\ell_d - \ell_{dcc}) + \ell_{dcc}$$

ó

$$\ell_{dm} = 1.6\ell_d - 0.6\ell_{dcc}$$

Dónde:

L_{dm} = Longitud de desarrollo requerida cuando la barra no está completamente embebida en concreto confinado.

L_d = Longitud de desarrollo en tracción requerida para barras rectas embebidas en concreto confinado (21.5.4.3).

L_{dcc}= Longitud de la barra embebida en concreto confinado usar:

L_{dcc}=2h = 2*24" = 4 pies

$L_d = 3.5\ L_{dh}$

$$L_d = \frac{3.5 * f_y d_d}{65 * \sqrt{f'_c}} = \frac{3.5 * 60000 * 1}{65 * \sqrt{4000}} = 51.08\ pu\lg adas$$

L_d = 4.26 pies

$$L_{dm} = 1.6L_d - 0.6 * L_{dcc} \quad = 1.6 * 4.26 + 0.6 * 4 = 4.416\ pies$$

Como $L_{dm} < L_c$ las varillas correspondientes se podrán cortar a una distancia de 8 pies, medido a partir del rostro con la columna.

Ahora solo falta chequear que la longitud de desarrollo requerida, cubra hasta el punto de inflexión, es decir ***donde el momento sea igual a cero.***

$$0 = M_{pr1} - V_e\, y + \frac{\omega\, y2}{2} = 416.5 - 55.75y + \frac{2.473y2}{2} = 9.45\, pies$$

De lo anterior y en base a lo estipulado por el ACI en Artículo 12.10.5 en el que se recomienda no terminar la longitud de las varillas en puntos de tracción, a menos que se satisfaga:

$$V_u \le \frac{2}{3}\phi V_n = \frac{2 * 60.31}{3} = 40.21 kilolibra$$

Por lo que hay que determinar el valor del cortante a la distancia de 8 pies.

$$V_u = V_e - 8\omega_u = 55.75 - 8 * 2.473 = 35.97$$ ***Satisface la condición***

Empalme del Refuerzo Longitudinal

Las varillas pasadas (arriba y abajo) corresponden a las #7, las que tienen una longitud de 20 pies, nos obliga a realizar empalmes; los estribos utilizados son #3. El procedimiento para determinar la longitud del empalme se da en el ACI 12.2.3.

$$\ell_d = \frac{3 f_y}{40\sqrt{f'_c}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b}\right)} d_b$$

C: es un factor querepresenta el menor valor entre:

- El recubrimiento lateral, elrecubrimiento de la barra o alambre (en ambos casos medidohasta el centro de la barra o alambre) y
- La mitad delespaciamiento medido entre los centros de las barras oalambres.

C= recubrimiento + diámetro del estribo + la mitad de la varilla longitudinal

C= 1.5” + 0.375 + 0.875/2 **= 2.31”**

ó

C=(21” – 2*1.5” – 2*0.375”–0.875”)/2 **= 8.19”**

C= como la base de la viga = 21”, recubrimiento 1.5”, estribo #3 y 2#7 las corridas, es divido 2

K_{tr}:es un factor que representa la contribución delrefuerzo de confinamiento que atraviesa los planospotenciales de hendimiento.

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{1500 sn}$$

A_{tr}= área de la sección transversal del refuerzo por donde cruza el plano de empalme.

A_{tr}= 1#3 entonces como lo corta dos veces: **2*0.11 pul^2=0.22 p^2**

f_{yt} = fluencia del estribo = **60000 psi**

s= 5" ya que el empalme se hará a la altura del punto de inflexión 9 pies aprox.

n = es el numero de barras a desarrollar en el plano de empalme, = **2**

$$K_{tr} = 0.88 < \frac{c + K_{tr}}{d_b} = \frac{2.31 + 0.88}{0.875} = 3.646 \leq 2.5$$

$\psi_t$es el factor tradicional de ubicación del refuerzo, que refleja los efectos adversos de la posición de las barras de la parte superior de la sección con respecto a la altura de concreto fresco colocado debajo de ellas.

ψ_t=ubicación del refuerzo en la parte inferior = 1.

***ψ_e*=** es un factor de revestimiento, que refleja los efectos del revestimiento epóxico.

ψ_e =1.

ψ_s= es un factor por tamaño del refuerzo = 1 para varillas mayores o igual al #7.

1=1es un factor que refleja la menor resistencia a la tracción del concreto liviano y la reducción resultante en la resistencia a hendimiento, lo cual incrementa la longitud de desarrollo en el concreto liviano.

$$L_d = \frac{3 * 60000 * 1 * 1 * 1 * 1 * 0.875}{40 * 2.5 * \sqrt{4000}} = 24.90\ pu\lg adas$$

NOTA:Todos los empalmes a mitad de la luz serán realizados como empalme tipo B

L_{dB} = 1.3L_d = 1.3*24.9"= 32.37"

Usar 33 "

Diseño de Columna Interior

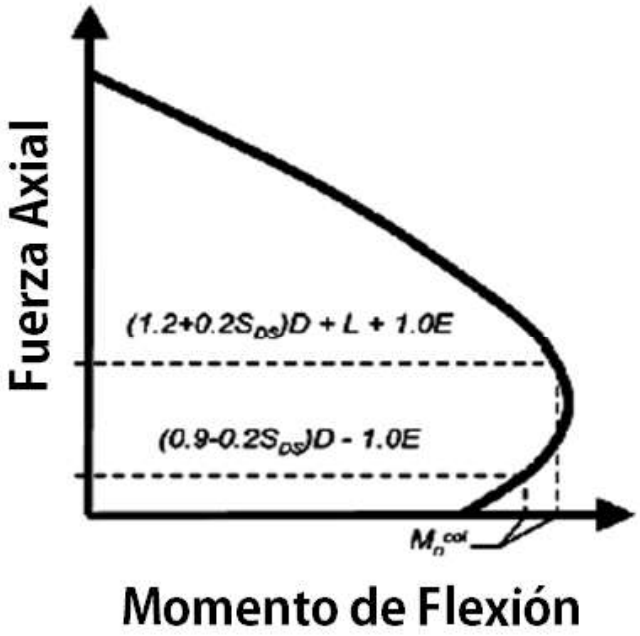


Figura 97. Diagrama Nominal de Carga Momento Momentos Máximos y Mínimos

$$U = 1.4D + 1.7L = P_{U,\ D+L}$$
$$P_{U,\ D+L} = 1.4(400) + 1.7(100) = 730 \text{ Kips.}$$

La carga correspondiente a la combinación de carga gravitacional + sismo:

$$U = 1.2\ D + 1\ E + (f_1\ L + f_2\ S)$$
$$= (1.2 + 0.2S_{DS})\ D + \rho\ Q_E + (f_1\ L + f_2\ S)$$

Entonces: $P_u = (1.2 + 0.2 * 0.826)\ 400 + 1*0 + 0.5 * 100 + 0$

P_U = 596 Kips.

El momento provocado por la acción del sismo, será:

$$M_U = [(1.2 + 0.2(0.826)) * 0] + 1(176) + 0.5(0)$$

M_U = 176 Kip-pie.***Ver figura del planteamiento del problema***

Para la columna inferior del tercer nivel, la combinación de carga factorizada muerta más la de sismo es:

P_{U2}=1.2D + E+ (f_1 L + f_2 S)

$$= (1.2 + 0.2S_{DS})\ D + \rho\ Q_E + (f_1\ L + f_2\ S)$$

$$=[(1.2 + 0.2(0.825)) * 470] + 1(0) + 0.5(120 + 0)$$

P_{U2}= 702 Kips

El memento factorizado de la columna es:

$$M_{U2} = (1.2 + 0.2S_{DS})\, D + \rho\, Q_E + (f_1\, L + f_2\, S)$$

$$= [(1.2 + 0.2(0.826)) * 0] + 1(224) + 0.5(0)$$

M_{U2} = 224 Kips

Refuerzo de la Columna

Se propone el siguiente armado, pero el estudiante podrá probar con 4No10.

Área de acero:

Se colocaran 8 varillas número 8, de donde A_s = 6.32 pul^2

Área gruesa:

La sección propuesta de la columna es de 23" X 23",
de donde A_g=529 pul^2

Cuantía de columna:

$$\rho = \frac{A_s}{A_g} = \frac{6.32}{529} = 0.012$$

Que satisface lo requerido por el ACI Sección 21.4.3**r_{min}=0.01 &r_{max}=0.06**

Capacidad Ante Flexión y Carga Axial

La capacidad de la columna del tercer nivel ante carga axial a compresión pura

RESISTENCIA MAXIMA CON MU = 0

$\varnothing Pn = 0.80\, \varnothing \{0.85\, f'_c\, (Ag - A_{st}) + f_y A_{st}\}$ Ec. 10-2

Dónde:
A_g = área gruesa del elemento
A_{st} = área total de acero longitudinal
$\varnothing$ = 0.65 de acuerdo articulo 9.2

$$\varnothing Pn = 0.80\ X\ 0.65\ \{0.85X4\ X(529 - 6.32) + 60X6.32\}$$

$\varnothing$Pn = 1121.28 Kips (resistente)> 596 Kips (actuante)

En sistema métrico: $\varnothing$Pn = 509.67 Ton > 270.29 Ton

Pn = 784.11 Ton > 415.83 Ton

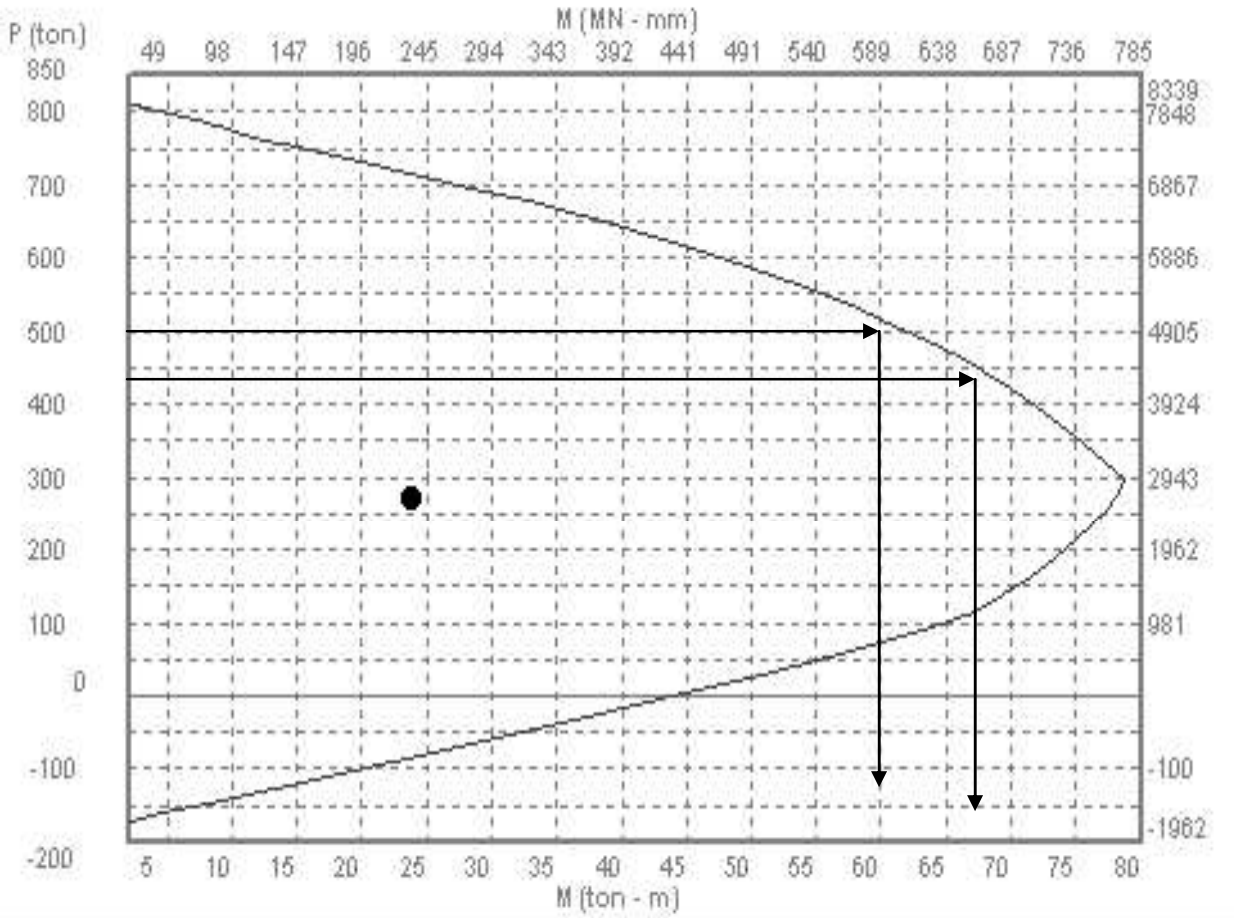


Figura 98. Gráfico de interacción Carga-Momento del ejemplo

Se puede observar en la curva de interacción CARGA MOMENTO que el momento y la carga actuante del tercer nivel están dentro del rango o límite.Ahora hay que determinar cual es la capacidad que tiene la columna de cada nivel para soportar momentos a las condiciones de carga axial actuante.Primero entramos con la carga 415.83 ton hasta el límite de la curva y luego leemos en el eje de momentos el cual corresponde a 72 ton-m y facturado:

0.65*72= 46.80 ton-m = **337.71 kip-pie**.

El mismo procedimiento se hace con la carga axial del 2do nivel de 702 kipscon el cual obtenemos un momento resistente de **300.19 kip-pie**

Viga Flexible- Columna Rígida:

En la determinación del momento negativo de la viga y la columna dentro del marco, el refuerzo con el ancho efectivo del ala (flange) se asume que éste contribuye en los esfuerzos flexionantes negativos. El ancho efectivo del flange o del ala es el definido por el ACI artículo 8.10.2, en el cual tomaremos el menor de:

$$b_e = 16 * h_f + b_w$$

$$b_e = (16 * 0.5) + {}^{21}\!/_{12} = 9.75 \text{ ft.}$$

Ó

$$b_e = s + b_w \quad b_e = 12 \text{ ft.}$$

Ó

$$b_e = {}^{l}\!/_{4} \quad b_e = {}^{24}\!/_{4} = 6 \text{ ft.}$$

Dónde:

l : Vano de la viga

h_f : Espesor del ala o del flange

b_w : Ancho del alma de la viga

s : Distancia libre entre almas de las vigas

La distribución de refuerzo en el ala de la viga es:

$$A_{sf} = 0.0018 \times 6 \times 72 \Rightarrow A_{sf} = 0.78 \text{ in}^2.$$

De allí, que el área total de refuerzo en la parte superior de la viga a rostro de la columna es:

$$A_s = 3.38 + 0.78 = 4.16 \text{ in}^2.$$

El momento nominal negativo de la viga dentro de la estructura a la derecha del nudo, es determinado por:

$$M_{nR} = A_s f_y d \left[1 - \frac{0.59 \rho f_y}{f'_c} \right]$$

$$M_{nR} = 4.16 * 60 * 21.5 \left[1 - \frac{0.59 * 0.0092 * 60}{4} \right]$$

M_{nR}= 4932 klib-pul = 411 klib-pie

El momento nominal positivo de la viga dentro de la estructura a la izquierda del nudo, es determinado por:

$$M_{nL} = \frac{153.62}{\phi} = \frac{153.62}{0.9} = 170.7 kip - pie$$

Por lo tanto: $$1.2 \sum M_g = 1.2(411 + 171) = 698 kip - pie$$

Y para los momentos que llegan al nudo por parte de las columnas, tenemos:

$$\sum M_c = \frac{\phi M_{c3} + \phi M_{c2}}{\phi} = \frac{337.71 + 300.19}{0.65} = 981.39$$

De donde:

$$1.2\sum M_g \leq \sum M_c \Rightarrow 698 \leq 981.39 \quad ok$$

Corte de Columna

El esfuerzo de corte dado en el dibujo del problema, se procede a factorarlo de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$V_u = 1.2D + 1.0E + f_1 L + f_2 S$$

$$V_u = (1.2 * 0) + (1.0 * 35) + (0.5 * 0) + 0$$

$$V_u = 35 \text{ kips}$$

De acuerdo con ACI 318-05:

Sección 21.4.5.1:La fuerza de corte de diseño se toma las máximas fuerzas que se generan en las caras de unión de las vigas con las columnas.

Sección 21.3.4.1:Las fuerzas de diseño a partir del análisis estático de los elementos; se supone que los momentos máximos probables M_{pr} van actuar con signos opuestos en los extremos del elemento, y se considera la fluencia real del refuerzo longitudinal debido a que puede ocurrir endurecimiento por deformación del acero en el nudo que está siendo solicitado a grandes rotacionesplásticas, de ahí que la resistencia de la fluencia de trabajo del acero será igual a 1.25fy.

$$\phi M_n = 337.71 \text{ Kip-ft.}$$

El factor de reducción para elementos controlados por aplastamientoes de 0.65.
De ahí que el momento máximo probable va a estar dado por la siguiente relación:

$$M_{pr} = \phi M_n \times {}^{1.25}\!/_{0.65} = 649.44 \text{ kip-ft}$$

La altura libre de la columna AB es: $H_n = 10$ ft.

La fuerza de corte va a ser entonces: $V_e = \frac{2M_{pr}}{H_n}$

$$V_e = \frac{2 * 649.44}{10} \quad = \quad V_e = 129.89 \text{ kips} \textbf{\textit{Es el cortante resistente.}}$$

Por lo tanto, haciendo referencia con los momentos obtenidos en el cálculo del refuerzo transversal y de acuerdo a lo establecido en el artículo 21.4.5.1, tenemos:

$$M_{pr1} = M_{pr3} = 416.5 \text{ Kip-ft}$$

$$M_{pr2} = M_{pr4} = 211.6 \text{ Kip-ft}$$

Para la determinación de la fuerza cortante en la columna, ésta se basará en la rigidez y su altura nominal o a rostro de la columna y del promedio de los momentos de las vigas que llegan al nudo

$$V_e = \frac{M_{pr1} + M_{pr2} + M_{pr3} + M_{pr4}}{2H_n} \quad = \quad V_e = \frac{2*(416.5+211.6)}{2*10}$$

$V_e = 62.81$ kips. Es el cortante actuante que va a llegar a la columna

62.81 < 129.89 kips.

Entonces: $V_e = 62.81$ kips. Es la que controla, es decir con el que se va a diseñar.

El refuerzo transversal (21.5.4.2) en la longitud de la columna se diseñará para resistir el cortante, y se supondrá que la resistencia a corte provista por el concreto será igual a cero cuando ***se cumpla simultáneamente las siguientes condiciones:***

a. El esfuerzo de corte sísmico representa la mitad o más de la resistencia máxima al cortante requerido dentro de la altura de la columna.
   Ó con la siguiente ecuación que es el cortante que resiste el concreto:

$$\phi V_c = 0.6 * 2bd * \sqrt{f'c}$$ ***Ecuación 11-3***

$$= \phi V_c = \frac{0.6*2*23*(23-1.5-0.5-0.5)*\sqrt{4000}}{1000} = 17.89 \text{kips}$$

17.89kips < 31.41 kips = $0.5V_e$=0.5*62.81⇨si cumple

NOTA:
∅ = 0.60 de acuerdo al artículo 9.3.4 a.
A_v = el refuerzo utilizado para el calculo es #4

b. La fuerza axial de compresión mayorada Pu incluyendo los efectos de sismo es menor a:

$$\frac{A_g f'_c}{20} = \frac{529 * 4}{20}$$ **= 106 kips.< 596 kips= Pu⇨ no cumple**

Como no cumple con las dos condiciones, el esfuerzo de corte que va a resistir el acero será:

$$\phi V_s = V_e - \varphi V_c \quad \phi V_s = 62.81 - 17.89 = 44.92\, kips$$

Si :

$$\phi V_s > 4V_c \rightarrow las\ separaciones\ se\ reducen\ a\ la\ mitad$$

$$\phi V_s = 44.92 > 4 * 17.89 = 71.56 \quad \rightarrow NO\ CUMPLE$$

El máximo espaciamiento de los estribos no deberá exceder al menor de las siguientes condiciones:

$S = 6d_b$ = (6) (1.0) = 6 plg.

Ó

$S = 6$ plg.

De ahí que esta separación de 6 pulgadas es la apropiada a utilizar con excepción de los extremos de la columna que deben de ser confinados a $s/2$.

El área de acero a utilizar según la ecuación 11-15 del ACI es:

$$A_v = \frac{\phi V_s * s}{\phi d * f_y} \quad A_v = \frac{44.92 * 6}{0.65 * 21.5 * 60} = 0.32\ pul2$$

De acuerdo al ACI-318-05:

i.- 7.10.5 el estribo para hierros longitudinales #9 y menores será el #3

ii.- 21.4.4.3 se puede adicionar eslabones suplementarios a los estribos

iii.- 11.5.6.3 el área de acero mínima para corte, se calculara con la ecuación

11-13 $$A_{v(\min)} = \frac{50 * b_w * s}{f_y} \Rightarrow A_{v(\min)} = \frac{50 * 23 * 6}{60000} = 0.115\ pu\lg adas2$$

Opciones de estribo:

- #3 : $\frac{0.32}{0.11} \approx 3$ 1 estribo + 1 eslabón en los dos sentidos

- #4: $\frac{0.32}{0.20} \approx 2$ 1 estribo

Longitud de Confinamiento

La longitud deconfinamiento del refuerzo transversal (estribos) será de acuerdo al ACI en su articulado 21.4.4.4 el cual es medido a cada lado del nudo y a ambos lados de cualquier sección donde pueda ocurrir fluencia por flexión, como resultado de desplazamientos laterales inelásticos del marco, y dicha longitud no será menor a la mayor de las siguientes condiciones:

- Altura del elemento hacia donde se está generando el corte
  h = 23”⇨ ok
- Un sexto de la luz libre del elemento
  $$\frac{H_n}{6} = \frac{10' * 12''}{6} = 20''$$
- No menor a 18”

La separación de los estribos no será mayor a la menor de las siguientes condiciones, de acuerdo al ACI : 21.4.4.2 (ver comentario del ACI)

- La cuarta parte del lado menor de la columna
  $$\frac{h}{4} = \frac{23''}{4} = 5.75''$$
- Seis veces el diámetro del refuerzo longitudinal
  6*1” = 6”
- $$s_o = 4 + \frac{14 - h_x}{3} = 4 + \frac{14 - \frac{23 - 1.5 - 1.5 - 0.375}{2}}{3} = 5.4'' \approx 5''$$

Pero s_o deberá cumplir con:

$$4'' \le s_o \le 6'' \text{ ⇨usar5”}$$

Refuerzo Transversal Mínimo

ACI-318-05: 21.4.4El área total de la sección transversal del refuerzo de los estribos A_{sh} no deberá ser menor que lo propuesto por el ACI 318-05, en las ecuaciones 21-3 & 21-4

$$A_{sh} = 0.3 * \frac{s\, b_c\, f'_c}{f_{yt}} \left[\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right] \text{ \& } A_{sh} = 0.09 * \frac{s\, b_c\, f'_c}{f_{yt}}$$

Dónde:
b_c= distancia centro a centro de estribo = 23-(1.5+1.5+0.375) = **19.625”**

A_{ch}= área del núcleo confinado incluyendo estribo:

$$(23-(1.5+1.5))^2 = (\mathbf{20"})^2 = \mathbf{400"^2}$$

Entonces:

$$A_{sh} = 0.3 * \frac{5*19.625*4}{60}\left[\frac{529}{400}-1\right] = 0.63\ pu\lg ada\ cuadrada$$

&

$$A_{sh} = 0.09 * \frac{5*19.625*4}{60} = 0.589$$

Nota: Como el espaciamiento de 5" y un estribo #4 no cumplen con la condición de dar un área de acero horizontal mayor, se propondrá el siguiente refuerzo:

Espaciamiento 4"
Armado: 1 estribo #4 + 1 eslabón #4 en los dos sentidos.⇨A_v= 0.60"²

⇨b_c= 23-(1.5+1.5+0.5) =**19.5"**

A_{ch}= **400"²**

$$A_{sh} = 0.3 * \frac{4*19.5*4}{60}\left[\frac{529}{400}-1\right] = 0.5\ pu\lg ada\ cuadrada$$

$$A_{sh} = 0.09 * \frac{4*19.5*4}{60} = 0.468\ pl2$$

Aquí el armado es satisfactorio.

Empalmes SegúnACI: Artículo 21.4.3.2

De ser necesario realizar empalmes por traslapo, estos deben estar ubicados cerca de la mitad de la altura, donde las inversiones de esfuerzos tienden a estar limitados a un valor menor que en los lugares cercanos a los nudos.Artículo 12.15.1Se recomienda que sea el requerido para clase B y de acuerdo a la ecuación 12-1

$$\ell_d = \frac{3f_y}{40\sqrt{f'_c}}\frac{\psi_t\psi_e\psi_s\lambda}{\left(\frac{c_b+K_{tr}}{d_b}\right)}d_b$$

$$1.3L_d = \frac{1.3*3*60000*1*1*1*1*1}{40*2.5*\sqrt{4000}} = 37\ pu\lg adas$$

Armado de Columna

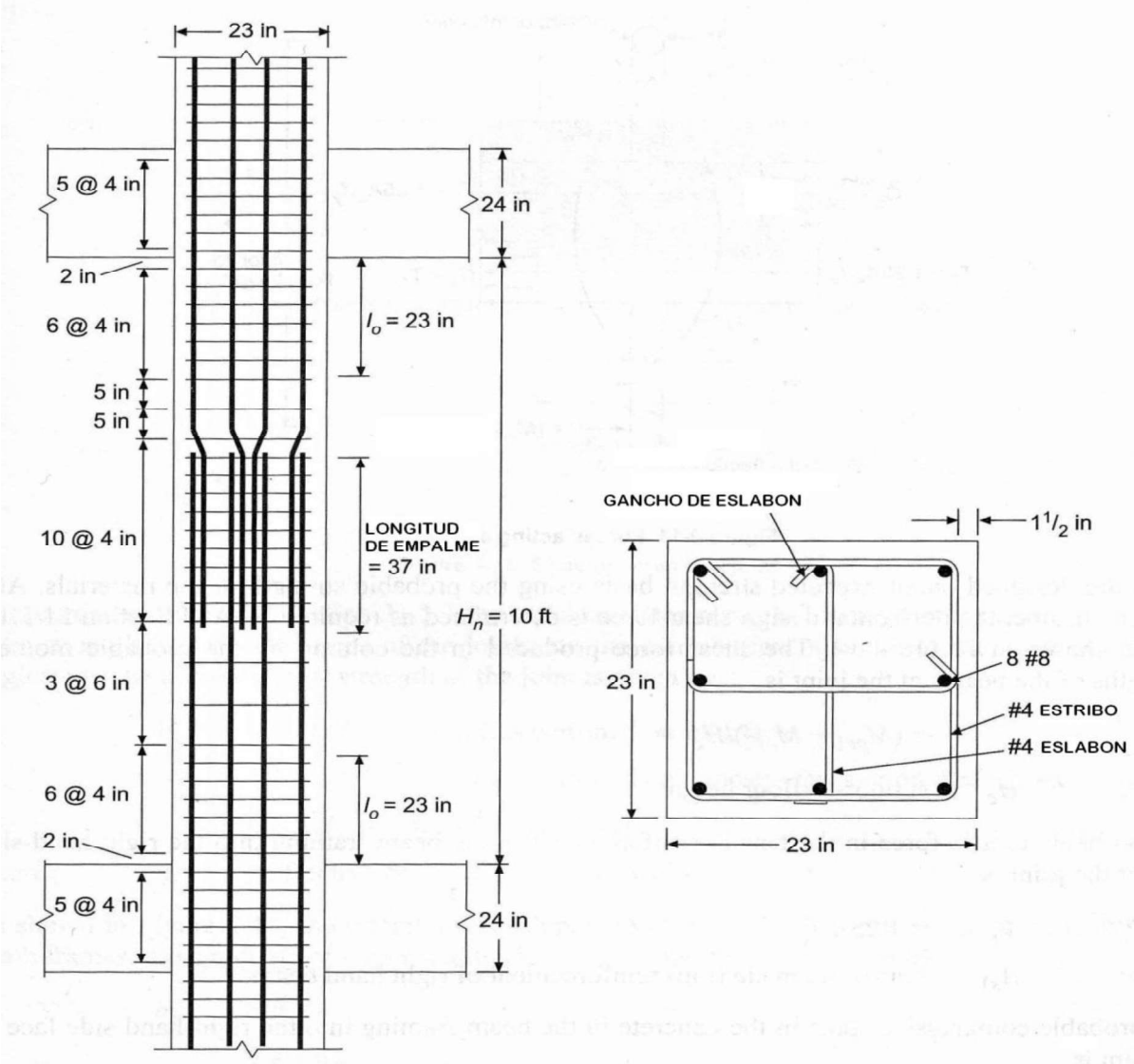


Figura 99. Diseño del armado de columna del ejemplo.

Diseño del Nudo

El refuerzo longitudinal de la viga que llega al nudo se muestra en la figura siguiente, donde el área de acero correspondiente a la parte superior es A_{s1} y el de la inferior es A_{s2}, como se calculóanteriormente en el refuerzo longitudinal de vigas para: 1)& 2).

A_{s1} = 3.38 “2

A_{s2} = 1.64 “2

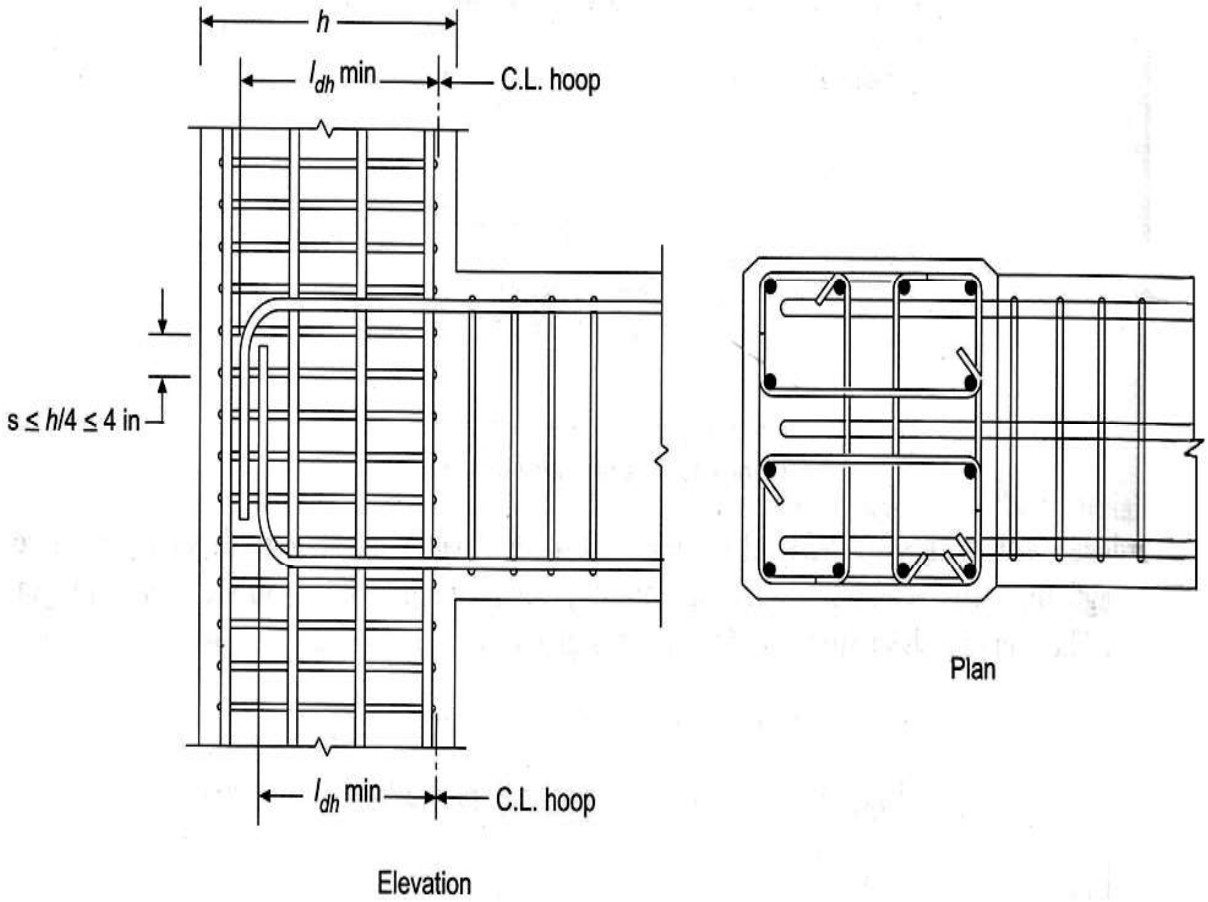


Figura 100. Diseño y armado del nudo.

Armado de Nudo

El refuerzo a tensión probable a resistir es:

$$T_1 = 1.25 * A_{s1} * f_y$$

$$T_1 = 1.25 * 3.38 * 60 = 253.5 \text{ kips} = 254 \text{ kips}$$

$$T_2 = C_2$$

$$T_2 = 1.25 * A_{s2} * f_y$$

$$T_2 = 1.25 * 1.64 * 60 = 123 \text{ kips}$$

Los momentos máximos probables son:

$$M_{pr1} = 416.5 \text{ kip - ft}$$

$$M_{pr2} = 211.6 \text{ kip - ft}$$

Los cortantes de la columna de acuerdo a los momentos provenientes de las vigas son:

$$V = \frac{(M_{pr1} + M_{pr2})}{H_c} \quad V = \frac{(416.5 + 211.6)}{12} = 52.34 \text{ kips}$$

El cortante neto que se presenta en el nudo es:

$$V_e = T_1 + T_2 - V \qquad V_e = 254 + 123 - 52.34 = 324.66 \text{ kips}$$

El ancho efectivo en el nudo es el menor de:

$$b_e = b + h \qquad b_e = 21 + 23 = 44 \text{ pulg.}$$

Ó

$$b_e = b + 2x \qquad b_e = 21 + 2 \times 1 = 23 \text{ pulg.}$$

El área efectiva del nudo es:

$$A_j = h * b_e \qquad A_j = 23 * 23 = 529 \text{ pulg}^2$$

La fuerza de corte del nudo será el que genere el confinamiento en las dos caras y esté de acuerdo a lo establecido por el ACI-318 Artículo 21.5.3, (que sea mayor que el cortante del concreto V_c):

$$\phi_n V_n = \phi * 15 A_j (f'c)^{0.5} \qquad \phi_n V_n = 0.6 * 15 * 529 * (4000)^{0.5}$$

$$\phi_n V_n = \frac{301112.08}{1000} = 301.11 \text{ kips}$$

$301.11 > V_c = 17.89 \text{ kips}$ ⇨ **Cumple.** En los nudos se le proveerá estribos #4.

Apéndice A

Detalles de Armados

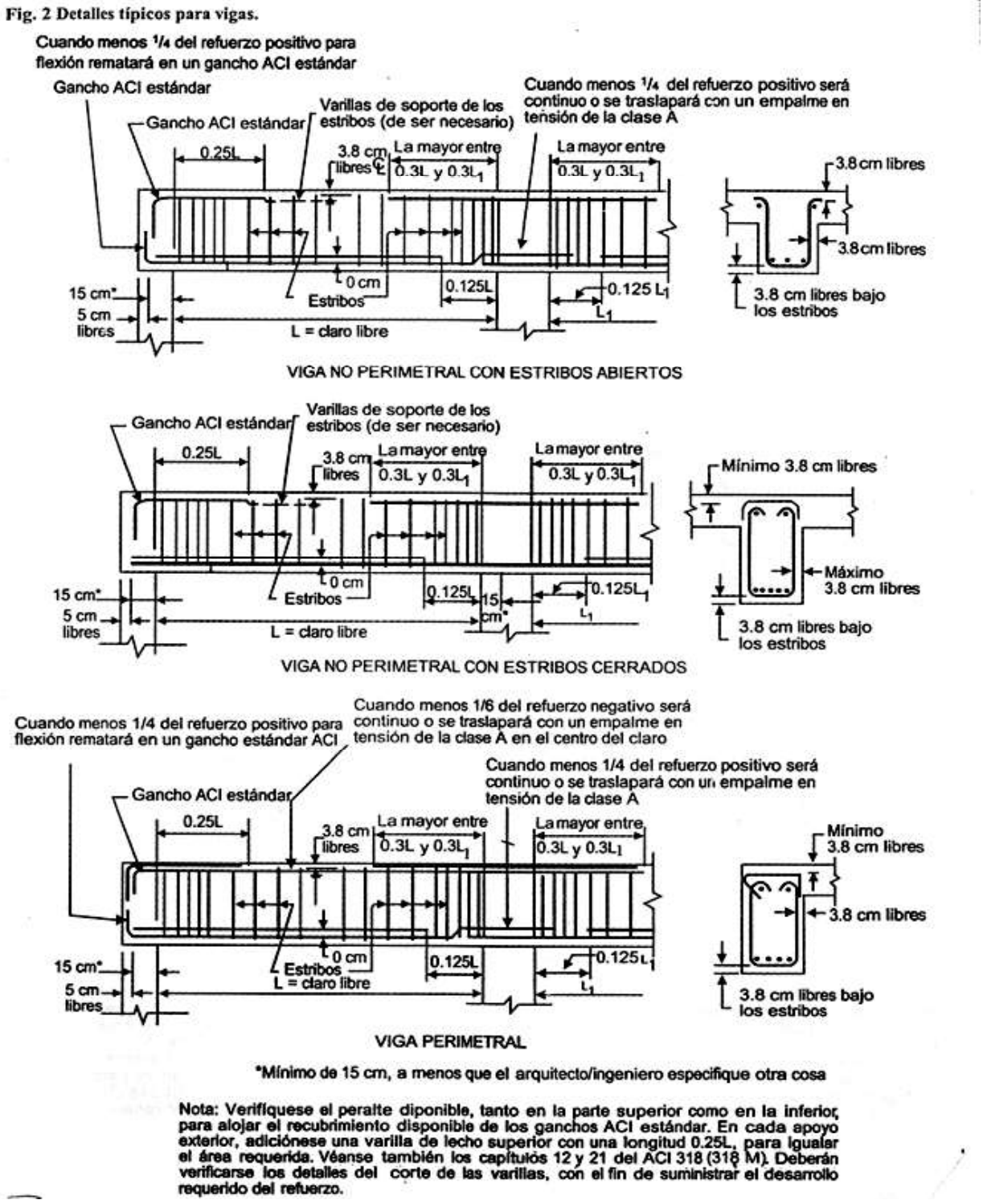


Figura 101. Detalles típicos paravigas.

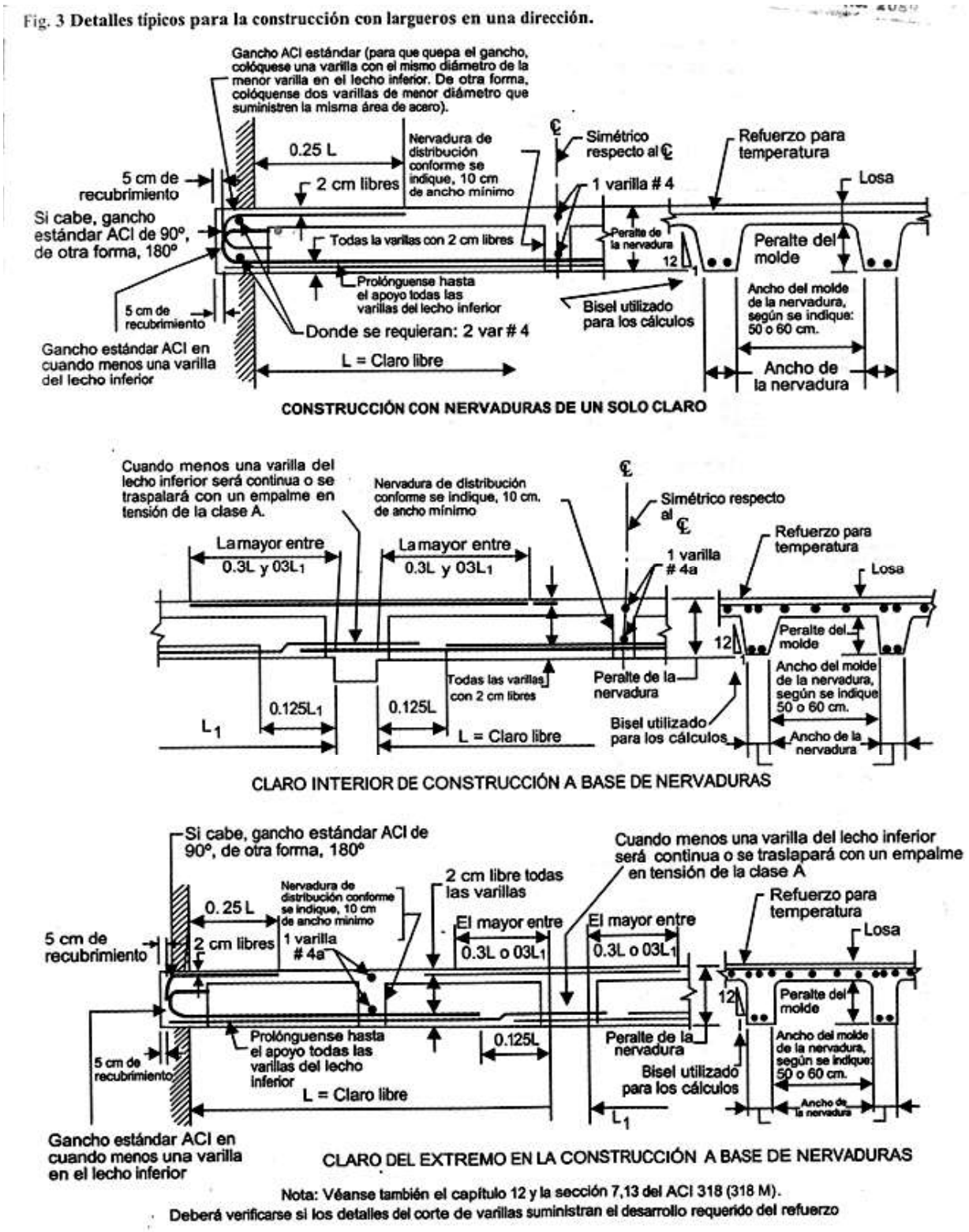


Figura 102. Detalles típicos para la construcción con largueros en una dirección

Fig. 4. Detalles de empalmes para columnas.

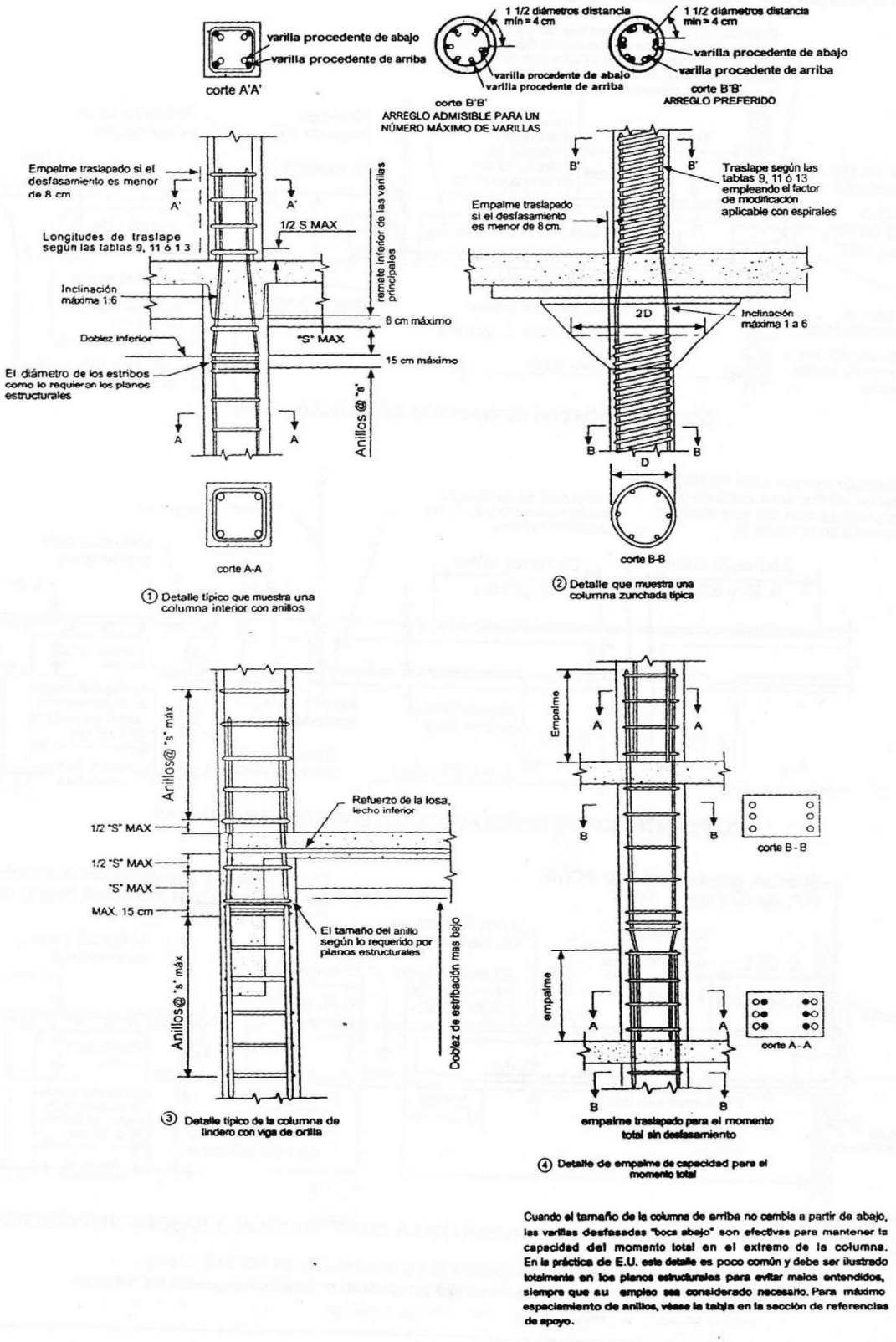


Figura 103. Detalles de empalmes para columnas.

ig. 5 Detalles típicos sismo resistentes para elementos en flexión .

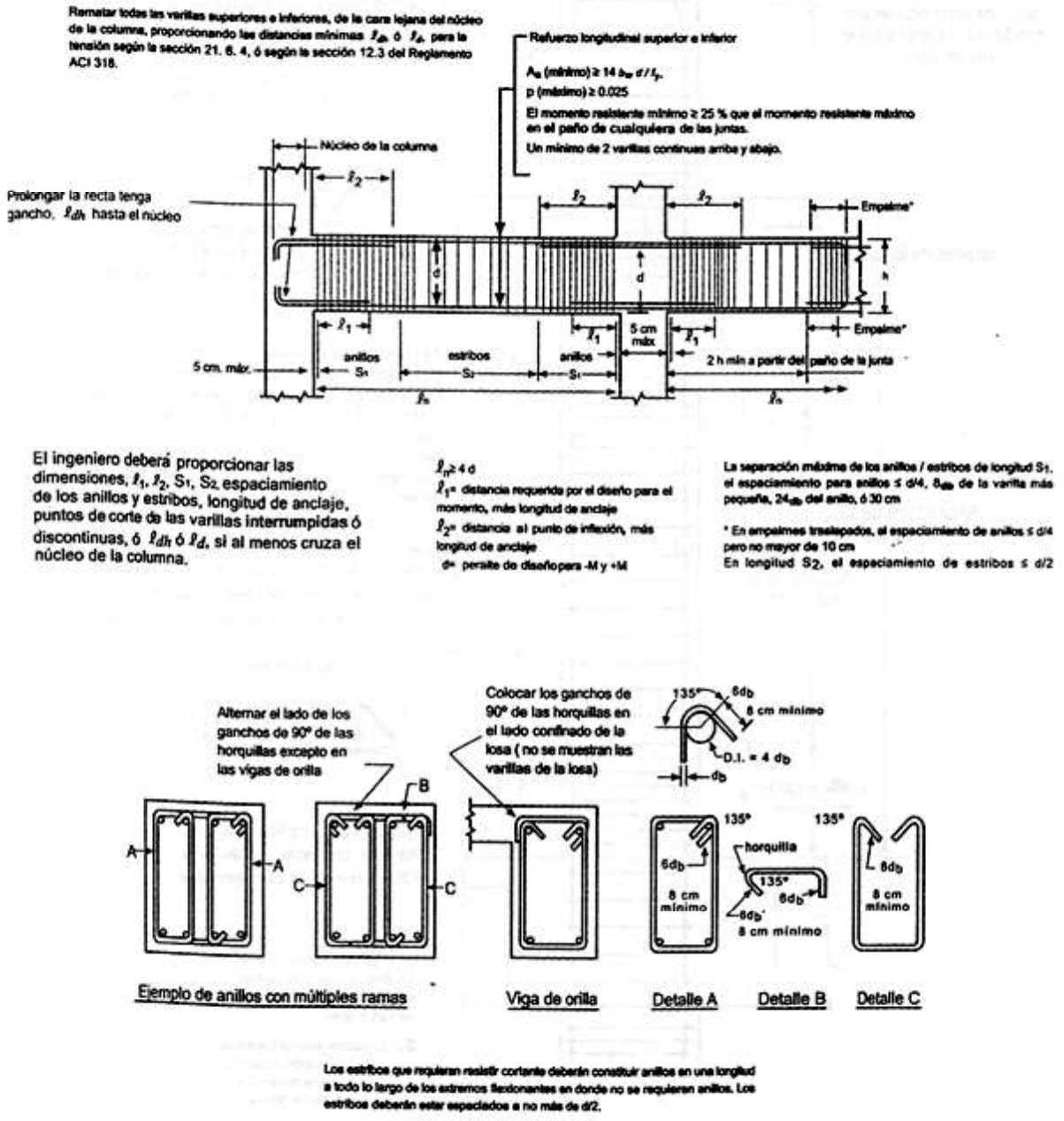


Figura 104. Detalles típicos sismo resistentes para elementos en flexión.

Fig. 6 Detalles típicos sismo resistentes para columnas.

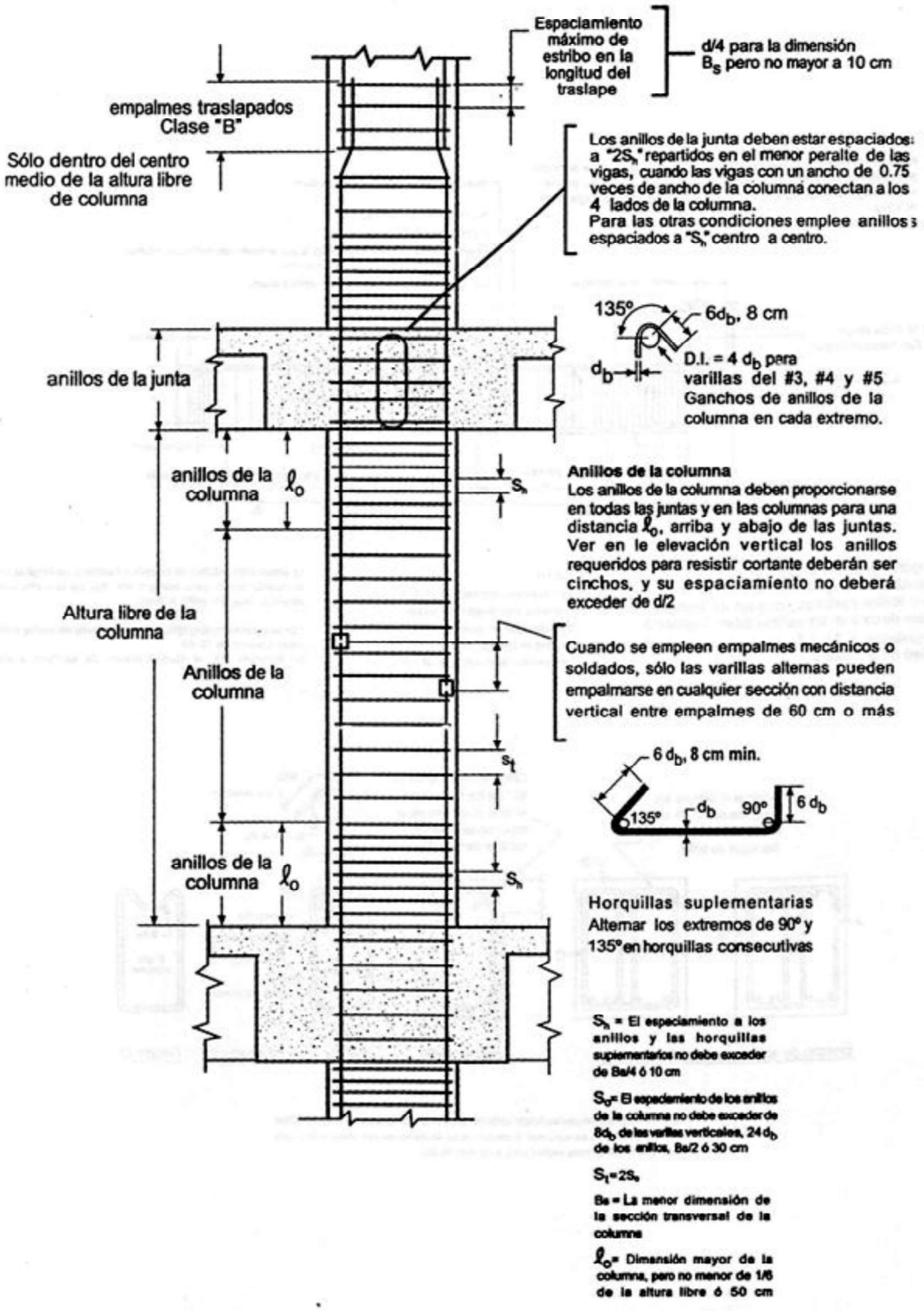
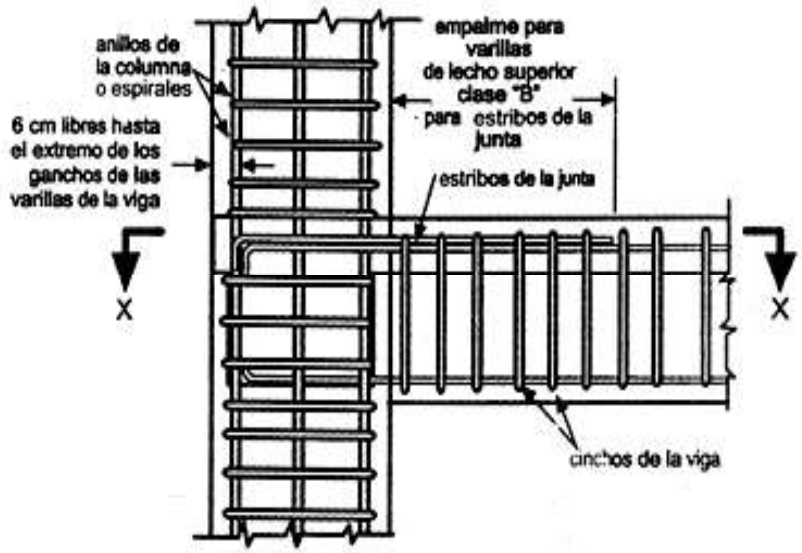
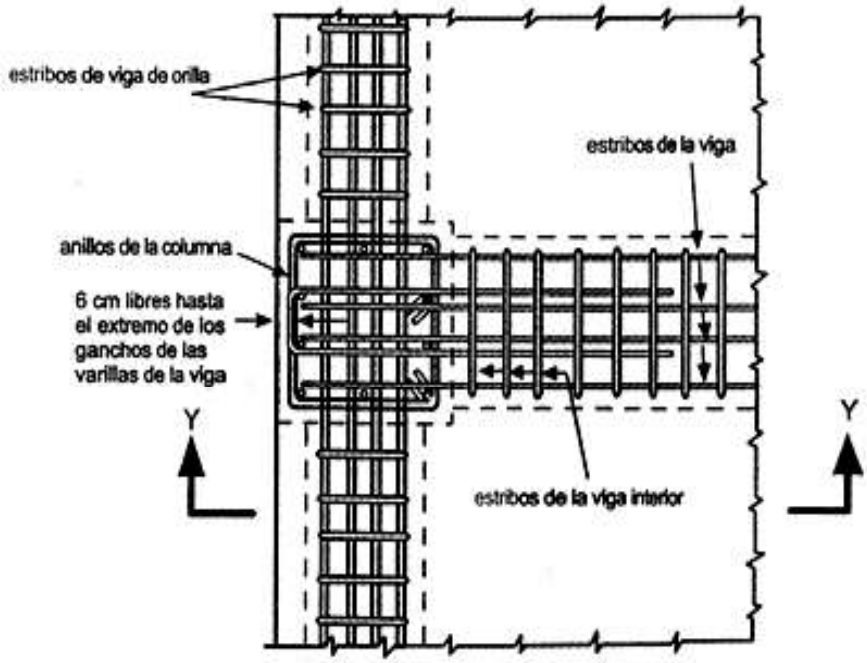


Figura 105. Detalles típicos sismo resistentes para columnas.

Fig. 7a.- Detalles típicos de juntas sismo resistentes. Caso 1: Para regiones de riesgo sísmico alto. Viga interior y de orilla de menor ancho que la columna .



corte vertical Y-Y

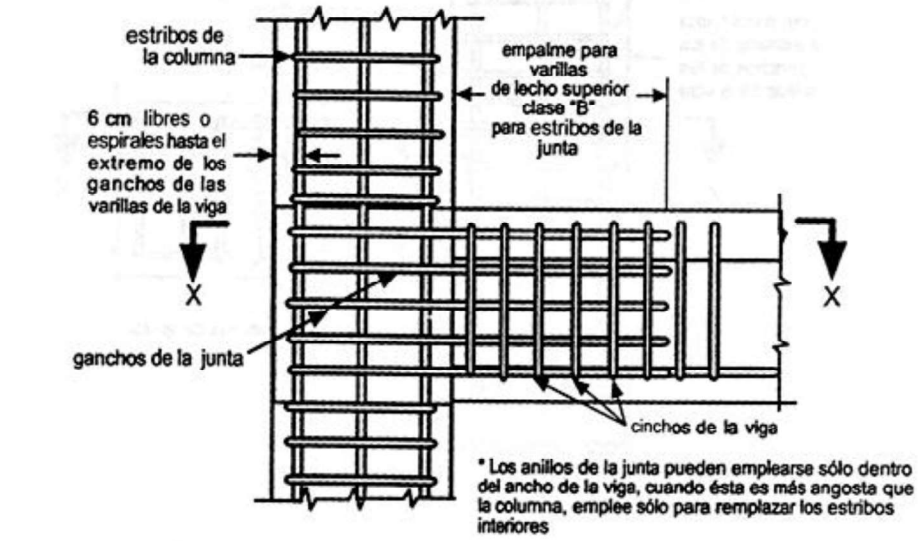


corte en planta X-X

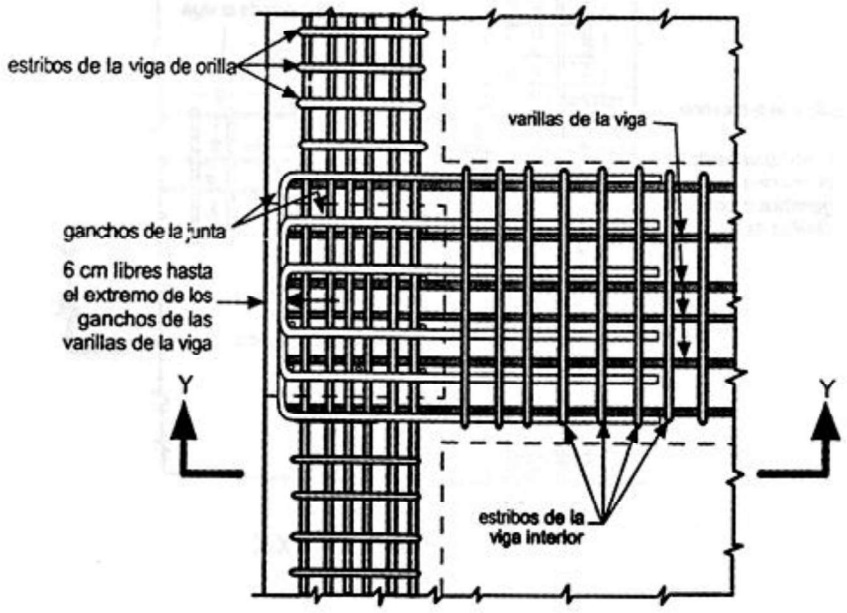
Nota: Las columnas redondas pueden tener ganchos o espirales.

Figura 106. Detalles típicos de juntas sismo resistentes. Caso 1: para regiones de riesgo sísmico alto. Viga interior y de orilla de menor ancho que la columna.

Fig. 7*b* Detalles típicos de juntas sismo resistentes. Caso 2: Para regiones de riesgo sísmico moderado. La viga interior mas an cha que la columna. Viga de orilla de menor ancho que la columna.



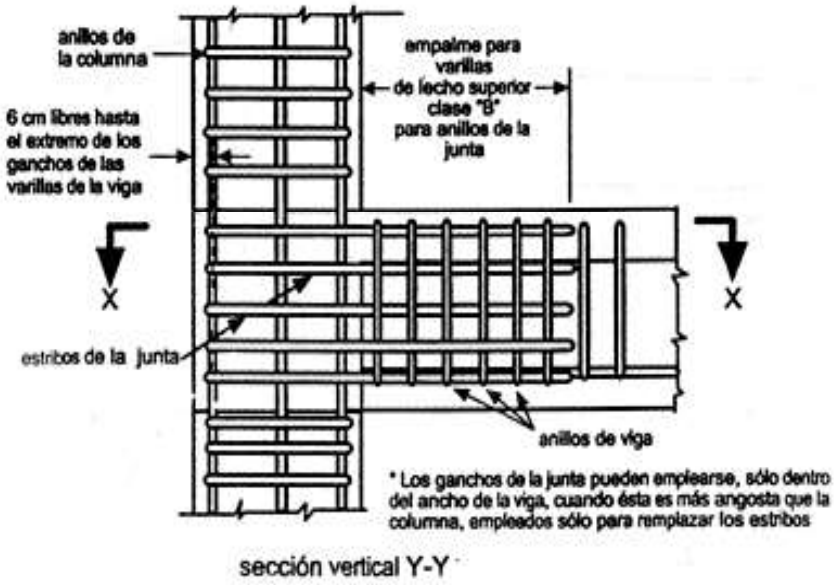
sección vertical Y-Y



corte en planta X-X

Figura 107. Detalles típicos de juntas sismo resistentes. Caso 2: para regiones de riesgo sísmico moderado. La viga interior más ancha que la columna. Viga de orilla de menor ancho que la columna.

Fig. 7c Detalles típicos de juntas sismo resistentes. Caso3: Para regiones de riesgo sísmico moderado. La viga interior mas ancha que la columna. Viga de orilla del mismo ancho que la columna.



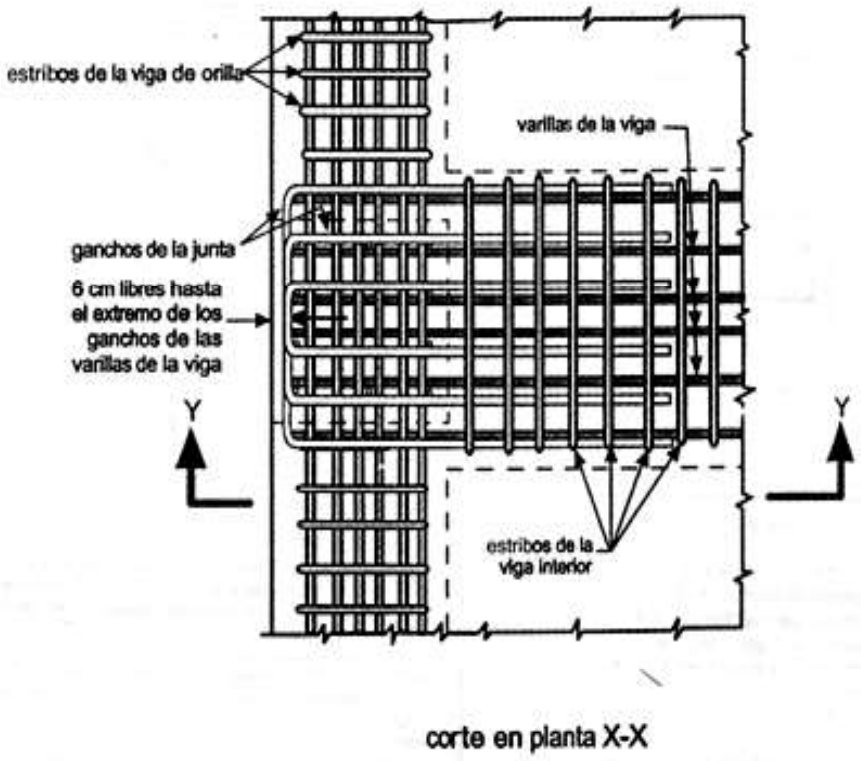
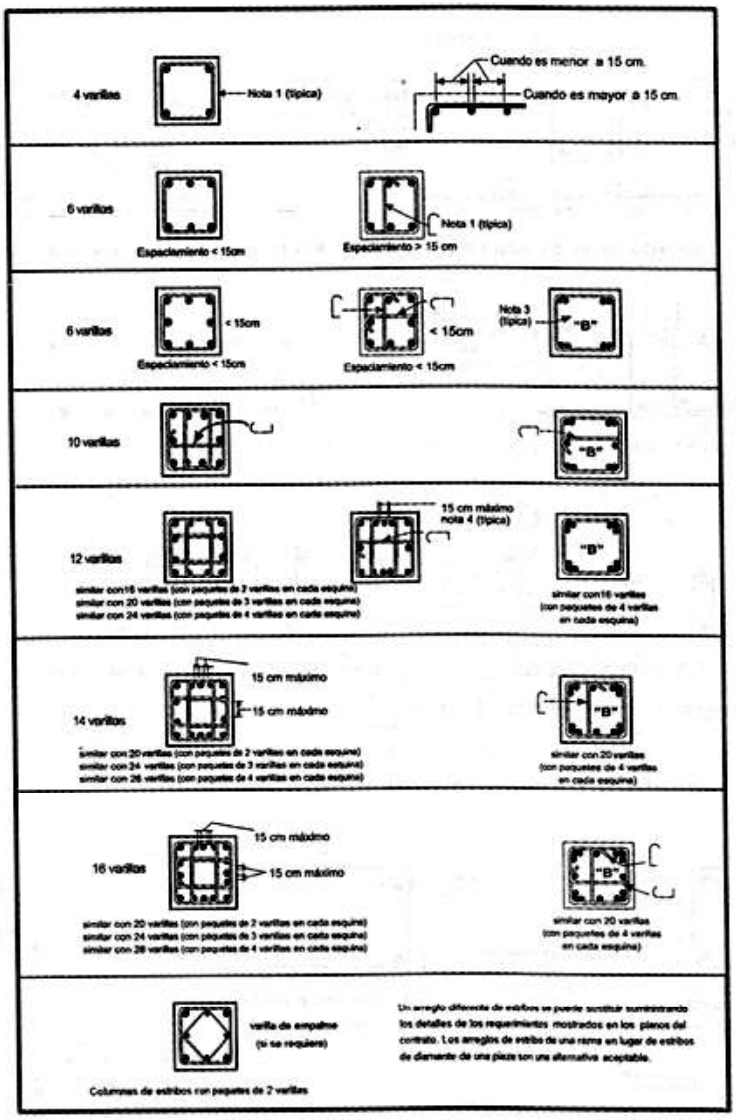


Figura 108. Detalles típicos de juntas sismo resistentes. Caso 3: para regiones de riesgo sísmico moderado. La viga interior más ancha que la columna. Viga de orilla del mismo ancho que la columna.

Fig. 13 Estribos estándar para columnas aplicables, ya sea para rejillas prearmadas, o para montaje en campo.



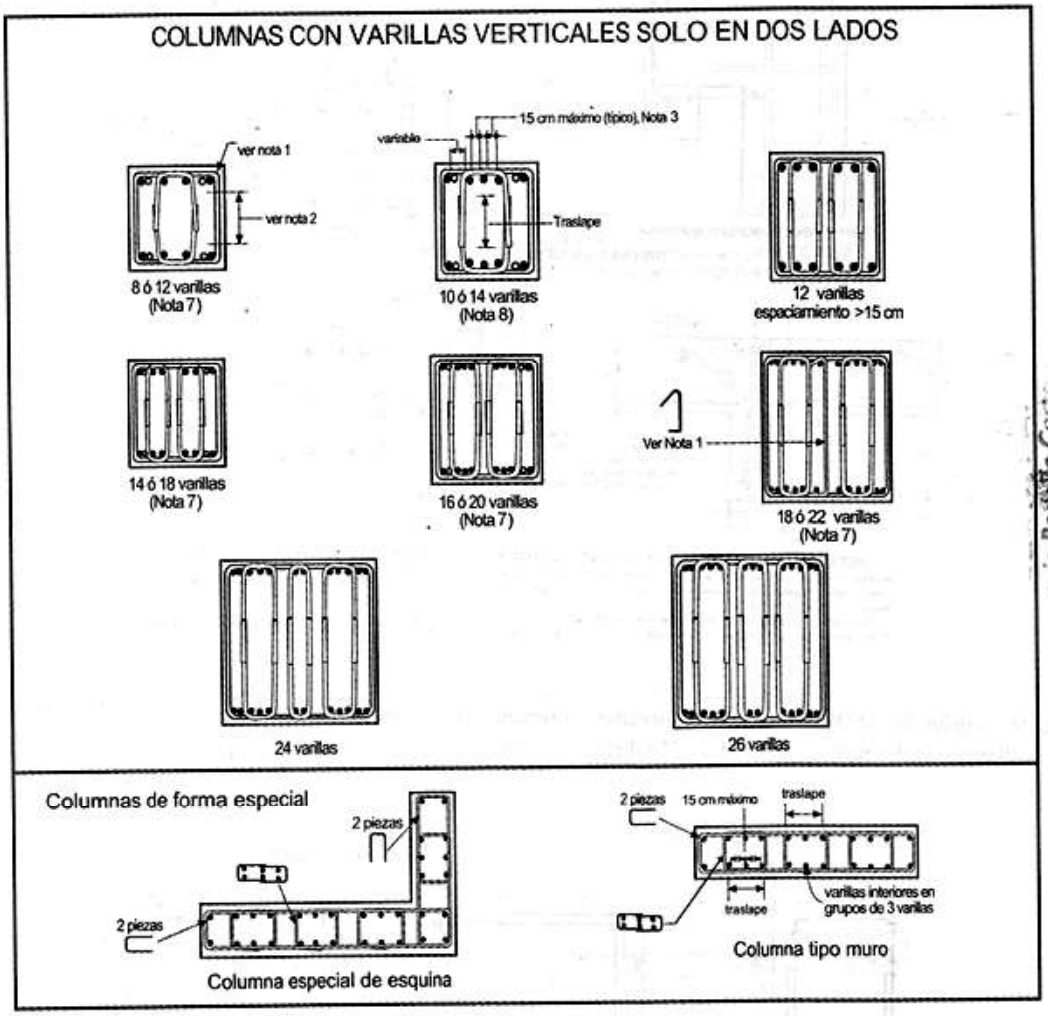
Rodolfo Corzo
INGENIERO CIVIL
No. 2085
Colegiado

Notas:

1.- Alternar la posición de los ganchos al colocarse sucesivamente los juegos de estribos.
2.- El traslape mínimo deberá ser de 30 cm
3.- "B" indica varillas en paquete. Los paquetes no deberán exceder de 4 varillas.
4.- La eliminación del anillo para la varilla del centro en grupos de tres limita el espaciamiento libre a 15 cm máximo. A menos que se especifique otra cosa, las varillas deberán agruparse de esta manera.
5.- Nota para el arquitecto/ingeniero: la práctica aceptada requiere que los planos de diseño muestren todos los requerimientos para empalmado de las varillas verticales de columnas, por ejemplo: tipo de empalme, longitud de traslape si es traslapado, ubicación en elevación y distribución en sección transversal.
6.- Nota para el dibujante: Se requieren los detalles de la colocación de las espigas para cualquier diseño que emplee grandes varillas verticales varillas verticales en paquete, empalmes alternados o varillas verticales especialmente agrupadas, como se muestre.
7.- Las varillas deben estar sujetas firmemente para evitar desplazamientos durante el colado.
8.- Las varillas mostradas como círculos abiertos pueden ser acomodadas, siempre que el espacio libre entre varillas no exceda de 15 cm.
9.- La distribución de los anillos mostrada puede dar cabida a varillas solas adicionales entre los grupos de anillos confinados, siempre que los espacios libres entre las varillas no excedan de 15 cm.
10.- El recubrimiento mínimo a los anillos, es de 4 cm para concreto no preforzado colado en obra.
11.- Los espacios entre varillas de esquina y grupos interiores de 3 y entre grupos interiores que pueden variar para dar acomodo a un espaciamiento promedio > 15 cm.
12.- Para un espaciamiento promedio < 15 cm, una varilla sin confinar con anillos puede ubicarse entre cada grupo de 3 y entre un grupo confinado con estribos y una varilla de esquina.

Figura 109. Estribos estándar para columnas aplicables, ya sea para rejillas prearmadas, o para montaje en campo.

Fig. 14 Anillos universales para columnas aplicables, ya sea para rejillas prearmadas o para montaje en campo, en columnas de forma especial y columnas con varillas en dos caras.



Notas:

1.- Alternar la posición de los ganchos al colocarse sucesivamente los juegos de anillos.

2.- El traslape mínimo deberá ser de 30 cm

3.- "B" indica varillas en paquete. Los paquetes no deberán exceder de 4 varillas.

4.- La eliminación del anillo para la varilla del centro en grupos de tres limita el espaciamiento libre a 15 cm máximo. A menos que se especifique otra cosa las varillas deberán agruparse de esta manera.

5.- Nota para el ingeniero: la práctica aceptada requiere que los planos de diseño muestren todos los requerimientos para empalmado de las varillas verticales de columnas, por ejemplo: tipo de empalme, longitud de traslape si es traslapado, ubicación en elevación y distribución en sección transversal.

6.- Nota para el dibujante: Se requieren los detalles de la colocación de las espigas para cualquier diseño que emplee grandes varillas verticales, varillas verticales en paquete, empalmes alternados o varillas verticales especialmente agrupadas, como se muestre.

7.- Las varillas deben estar sujetas firmemente para evitar desplazamientos durante el colado.

8.- Las varillas mostradas como círculos abiertos pueden ser acomodadas siempre que el espacio libre entre varillas no exceda 15 cm.

9.- La distribución de los estribos puede dar cabida a varillas solas adicionales entre los grupos de estribos, siempre que los espacios libres entre varillas no excedan de 15 cm.

10.- El recubrimiento mínimo para los anillos, 4 cm para concreto no presforzado colado en obra

11.- Los espacios entre varillas de esquina y grupos interiores de 3 y entre grupos interiores pueden variar para dar acomodo a un espaciamiento promedio > 15 cm.

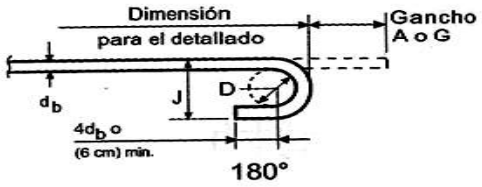
12.- Para un espaciamiento promedio < 15 cm, una varilla sin confinar con anillos puede ubicarse entre cada grupo de 3 y entre un grupo confinado con estribos y una varilla de esquina.

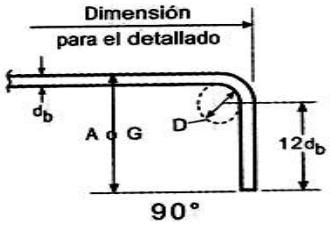
Figura 110. Anillos universales para columnas aplicables, ya sea para rejillas prearmadas o para montaje en campo, en columnas de forma especial y columnas con varillas en dos caras.

Apéndice B

Tablas

Tabla 1 Ganchos estándar. Todos los diámetros específicos recomendados reunen los requisitos mínimos del ACI 318.





GANCHOS DE EXTREMO RECOMENDADOS
Todos los grados
D= Diámetros de doblez terminados

Diámetro de varilla No.	D, * in (mm)	Gancho 180°		Gancho 90°
		A o G, ft-in. (mm)	J, ft-in. (mm)	A or G, ft-in. (mm)
3(10)	2 1/4 (60)	5 (125)	3 (80)	6" (155)
4(13)	3 (80)	6 (155)	4 (105)	8" (205)
5(16)	3 3/4 (95)	7 (180)	5 (130)	10" (250)
6(19)	4 1/2 (115)	8 (205)	6 (155)	1'-0" (300)
7(22)	5 1/4 (135)	10 (250)	7 (180)	1'-2" (355)
8(25)	6 (155)	11 (280)	8 (205)	1'-4" (405)
9(29)	9 1/2 (240)	1-3(375)	11 3/4(300)	1'-7" (480)
10(32)	10 3/4 (275)	1-5(425)	1' 1/4 (335)	1'-10" (560)
11(36)	12 (305)	1-7(475)	1'-2 3/4" (375)	2'-0" (600)
14(43)	18 1/4 (465)	2-3(675)	1'-9 3/4" (550)	2'-7" (790)
18(57)	24 (610)	3-0(925)	2'-4 1/2" (725)	3'-5" (1050)

*Los diámetros de doblez terminado incluyen el efecto "rebote" cuando las varillas se enderezan ligeramente después del doblez y son ligeramente mayores que los diámetros mínimos de doblez según 3.7.2.

Tabla 13. Para ganchos estándar. Todos los diámetros específicos recomendados que reúnen los requisitos mínimos del ACI 318.

Distancia libre entre barras o paquetes de barras		
Barras corrugadas	Elementos sometidos a flexión	$d_b \geq 1\ in$
	compresión de los miembros, atados o en espiral reforzado	$1.5d_b \geq 1\,^1/_2\ in$

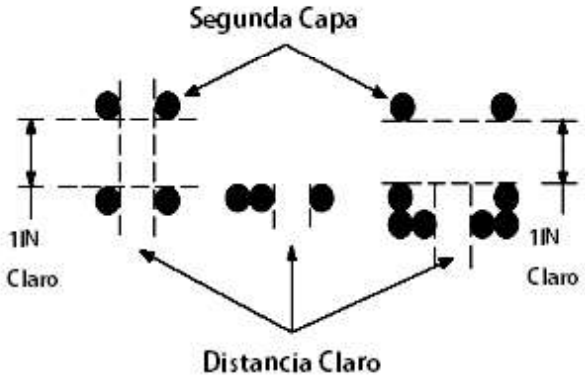


Tabla 14. Distancia libre entre barras o paquetes de barras.

Tablas para Dibujar la Gráfica Carga-Momento

Bars Grade 60		SQUARE TIED COLUMNS 10″ × 10″ Short columns; no sidesway (1) Bars symmetrical in 4 faces												$0.10f'_cA_g$ = 40 kips (2) For P_u at (2)				
Concrete f'_c = 4,000 psi		P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity												OT (3)	Balance		40 k (2)	O (2)
		M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70)												e	e	P_u	e	M_u
Bars	p %	0	0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	(in.)	(in.)	(k)	(in.)	(k-ft.)
4-#5	1.24	287	226	174	131	101	60	0	0	0	0	0	0	1.83	4.75	86	7.89	21
4-#6	1.76	308	241	186	141	110	73	49	0	0	0	0	0	1.89	5.60	81	9.28	28
4-#7	2.40	333	259	201	152	120	83	60	0	0	0	0	0	1.95	6.77	75	10.98	36
4-#8	3.16	363	280	217	165	130	91	70	43	0	0	0	0	2.00	8.46	67	12.85	44
4-#9	4.00	396	303	234	177	141	99	76	51	0	0	0	0	2.04	10.93	57	14.82	53
4-#10	5.08	439	332	254	193	153	108	83	57	43	0	0	0	2.07	15.82	44	17.30	65
4-#11	6.24	485	361	265	198	157	110	85	58	44	0	0	0	2.07	36.44	20	17.96	73
8-#6	3.52	377	284	215	161	127	88	67	42	0	0	0	0	1.82	7.67	70	12.58	48
8-#7	4.80	428	317	239	179	142	99	76	51	0	0	0	0	1.84	10.51	59	15.06	58
8-#8	6.32	488	356	265	198	158	110	85	58	44	0	0	0	1.86	16.04	44	17.69	70
SQUARE TIED COLUMNS 12″ × 12″ $0.10f'_cA_g$ = 57 kips																		
4-#6	1.22	412	327	277	223	181	122	78	0	0	0	0	0	2.09	5.61	134	9.78	37
4-#7	1.66	438	345	294	238	195	138	95	0	0	0	0	0	2.18	6.42	129	11.36	48
4-#8	2.19	468	367	313	255	210	150	113	65	0	0	0	0	2.27	7.44	124	13.20	60
4-#9	2.77	501	391	334	274	226	163	126	77	0	0	0	0	2.35	8.67	118	15.18	73
4-#10	3.52	544	422	360	296	245	177	138	92	65	0	0	0	2.42	10.46	109	17.65	89
4-#11	4.33	590	453	385	315	257	186	145	100	73	0	0	0	2.49	13.25	91	19.70	103
4-#14	6.25	699	529	449	363	296	214	167	116	89	72	60	0	2.57	23.58	62	25.21	139
8-#7	3.33	533	406	341	274	225	161	124	78	0	0	0	0	2.12	8.24	121	15.76	86
8-#8	4.38	593	447	375	303	249	179	139	92	67	0	0	0	2.18	10.16	112	18.50	103
8-#9	5.55	660	492	412	333	274	198	154	107	78	61	0	0	2.22	12.76	101	21.44	122
8-#10	7.05	745	550	458	370	304	220	172	119	91	72	59	0	2.26	17.25	85	24.86	144
SQUARE TIED COLUMNS 14″ × 14″ $0.10f'_cA_g$ = 78 kips																		
4-#7	1.22	561	447	404	338	282	206	142	0	0	0	0	0	2.36	6.51	191	11.73	59
4-#8	1.61	592	469	425	357	301	223	166	92	0	0	0	0	2.46	7.32	188	13.48	75
4-#9	2.04	625	494	448	378	320	240	188	110	0	0	0	0	2.56	8.24	183	15.37	92
4-#10	2.59	668	526	477	404	344	261	205	130	89	0	0	0	2.67	9.47	177	17.77	114
4-#11	3.18	714	558	506	428	365	274	216	147	102	0	0	0	2.78	11.00	164	19.91	133
4-#14	4.59	823	636	577	489	420	317	251	177	134	103	83	0	2.94	15.17	143	25.32	182
8-#7	2.44	656	509	457	380	318	236	183	112	80	0	0	0	2.34	7.82	188	16.24	110
8-#8	3.22	717	551	495	412	347	260	205	132	95	0	0	0	2.43	9.12	182	18.93	140
8-#9	4.08	783	598	536	448	378	286	226	153	110	86	0	0	2.50	10.66	175	21.78	166
8-#10	5.18	869	658	589	492	417	315	251	176	129	101	83	0	2.57	12.86	165	25.31	197
8-#11	6.36	961	718	641	533	451	338	268	187	144	113	93	79	2.63	16.24	142	28.24	222

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11, page 3-18.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 15. Columnas cuadradas unidas 10"x10", 12"x12" y 14"x14", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, barras simétricas en 4 caras.

SQUARE TIED COLUMNS 16″ × 16″
Short columns; no sidesway (1) Bars symmetrical in 4 faces

Bars Grade 60 — Concrete f'_c = 4,000 psi — P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity — M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70)

$0.10f'_cA_g$ = 102 kips (2) — For P_u at (2)

Bars	p %	0	0.1f	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	OT (3) e (in.)	Balance e (in.)	Balance P_u (k)	102 k (2) e (in.)	O (2) M_u (k-ft.)
4-#8	1.23	734	586	553	476	408	307	235	126	0	0	0	0	2.63	7.45	257	13.78	91
4-#9	1.56	768	612	578	499	430	327	261	150	0	0	0	0	2.74	8.23	255	15.53	112
4-#10	1.98	810	644	609	527	456	351	283	177	118	0	0	0	2.87	9.23	252	17.79	138
4-#11	2.43	856	677	640	554	481	372	300	199	135	0	0	0	3.00	10.37	241	19.84	163
4-#14	3.51	966	758	717	623	543	425	346	246	179	135	108	0	3.21	13.25	226	25.15	225
4-#18	6.25	1243	958	907	789	691	547	444	318	248	203	170	142	3.54	23.04	178	37.76	367
8-#6	1.37	749	589	554	472	400	296	220	128	0	0	0	0	2.43	6.95	261	14.35	101
8-#7	1.87	799	626	589	503	429	322	253	153	107	0	0	0	2.53	7.84	259	16.66	133
8-#8	2.46	860	669	630	538	461	350	280	179	127	0	0	0	2.63	8.90	256	19.35	170
8-#9	3.12	926	717	674	577	496	379	305	207	147	114	0	0	2.72	10.09	253	22.10	209
8-#10	3.96	1012	778	732	627	540	415	337	240	172	134	109	0	2.82	11.65	248	25.57	255
8-#11	4.87	1104	840	789	675	581	448	364	259	193	150	123	104	2.91	13.67	231	28.52	288
8-#14	7.03	1322	993	931	795	685	531	435	310	240	194	159	135	3.04	18.98	205	36.46	376
12-#10	5.95	1213	922	865	739	636	492	399	289	222	175	144	123	2.88	15.01	238	33.40	344
12-#11	7.31	1351	1015	950	809	696	538	436	314	243	196	162	138	2.95	18.52	213	37.27	393

SQUARE TIED COLUMNS 18″ × 18″ — $0.10f'_cA_g$ = 129 kips

4-#9	1.23	929	744	726	637	557	430	344	199	0	0	0	0	2.89	8.39	330	15.75	131
4-#10	1.56	972	777	758	667	586	457	369	233	152	0	0	0	3.03	9.30	328	17.87	162
4-#11	1.92	1018	811	791	697	613	481	391	262	175	0	0	0	3.18	10.24	322	19.89	193
4-#18	2.77	1128	893	872	771	681	541	445	326	230	171	136	0	3.43	12.55	314	24.96	267
4-#18	4.93	1405	1098	1072	951	844	680	565	419	329	267	215	179	3.85	19.28	279	37.13	442
8-#6	1.08	910	721	702	610	526	395	298	172	0	0	0	0	2.59	7.20	338	14.64	118
8-#7	1.48	961	758	738	643	557	424	336	203	140	0	0	0	2.69	8.00	336	17.10	156
8-#8	1.95	1021	802	781	681	593	456	366	236	165	0	0	0	2.80	8.95	334	19.62	200
8-#9	2.46	1088	850	828	723	631	489	396	270	191	147	0	0	2.91	10.00	331	22.37	247
8-#10	3.13	1173	912	888	776	679	531	433	308	222	171	139	0	3.02	11.36	327	25.66	306
8-#11	3.85	1265	976	950	829	725	568	465	338	249	193	157	133	3.14	12.83	319	28.62	361
8-#14	5.55	1484	1132	1101	961	841	664	544	401	315	247	203	171	3.32	16.52	306	36.33	470
12-#10	4.70	1375	1059	1030	898	786	618	504	368	282	223	183	156	3.12	14.12	321	33.43	416
12-#11	5.77	1513	1154	1122	976	853	671	549	401	316	251	206	175	3.23	16.39	309	37.48	485
16-#10	6.27	1576	1208	1175	1023	896	706	579	425	335	270	224	191	3.23	16.18	321	40.78	527

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11, page 3-18.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 16. Columnas cuadradas unidas 16”x16” y 18”x18”, Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, barras simétricas en 4 caras.

Bars Grade 60		SQUARE TIED COLUMNS 20″ × 20″ Short columns; no sidesway (1) Bars symmetrical in 4 faces												0.10$f'_c A_g$ = 160 kips (2) For P_u at (2)				
Concrete f'_c = 4,000 psi		P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity												OT (3)	Balance		160 k (2)	O (2)
		M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70)												e	e	P_u	e	M_u
Bars	p %	0	0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	(in.)	(in.)	(k)	(in.)	(k-ft.)
4-#9	1.00	1110	891	891	793	703	551	442	260	160	0	0	0	3.04	8.61	416	16.02	150
4-#10	1.27	1153	925	925	825	733	581	471	302	192	0	0	0	3.17	9.44	413	18.02	187
4-#11	1.56	1199	960	960	857	763	608	496	338	221	0	0	0	3.34	10.32	407	19.92	223
4-#14	2.25	1308	1043	1043	935	836	674	557	411	289	213	166	0	3.61	12.40	400	24.73	310
4-#18	4.00	1586	1251	1251	1125	1011	827	693	521	417	331	264	218	4.11	17.73	383	36.39	517
8-#7	1.20	1142	905	905	800	704	544	433	263	179	0	0	0	2.84	8.23	422	17.29	179
8-#8	1.58	1202	949	949	841	742	580	467	302	210	0	0	0	2.96	9.09	420	19.95	231
8-#9	2.00	1269	998	998	885	783	617	501	341	241	184	0	0	3.07	10.04	418	22.55	286
8-#10	2.54	1354	1061	1061	942	834	662	541	387	279	214	173	0	3.20	11.26	415	25.80	355
8-#11	3.12	1446	1126	1126	999	885	704	578	423	313	241	195	164	3.34	12.58	407	28.72	421
8-#14	4.50	1665	1284	1284	1139	1011	810	670	497	392	308	251	211	3.56	15.73	399	36.19	571
8-#18	8.00	2220	1680	1680	1486	1320	1064	885	665	530	440	376	319	3.88	24.26	372	53.58	876
12-#10	3.81	1556	1209	1209	1072	950	758	624	457	349	276	228	193	3.33	13.67	411	33.23	491
12-#11	4.68	1694	1307	1307	1156	1024	819	675	497	390	310	256	217	3.46	15.61	400	37.38	574
12-#14	6.75	2022	1544	1544	1364	1209	971	804	596	473	392	327	279	3.66	20.34	387	47.74	780
16-#10	5.08	1757	1360	1360	1205	1069	856	707	523	414	330	274	234	3.46	16.02	413	40.21	628
16-#11	6.24	1941	1491	1491	1318	1168	935	773	573	455	372	309	265	3.58	18.56	401	45.72	728
SQUARE TIED COLUMNS 22″ × 22″														0.10$f'_c A_g$ = 193 kips				
4-#10	1.04	1353	1088	1088	1001	899	722	589	382	241	0	0	0	3.31	9.63	507	18.25	211
4-#11	1.28	1399	1123	1123	1034	930	752	617	423	275	194	0	0	3.49	10.45	501	20.07	253
4-#14	1.85	1508	1208	1208	1115	1007	823	685	506	357	259	200	0	3.77	12.38	494	24.62	353
4-#18	3.30	1786	1419	1419	1315	1193	989	835	632	507	402	319	262	4.31	17.25	478	35.70	592
8-#8	1.30	1402	1112	1112	1019	909	722	584	380	262	194	0	0	3.11	9.30	516	20.10	261
8-#9	1.65	1469	1161	1161	1065	952	762	621	424	299	226	0	0	3.23	10.16	514	22.78	324
8-#10	2.09	1554	1225	1225	1124	1007	811	666	477	342	262	211	0	3.36	11.28	511	25.93	403
8-#11	2.57	1646	1290	1290	1184	1061	857	708	520	381	294	238	199	3.52	12.48	504	28.82	481
8-#14	3.71	1865	1451	1451	1331	1195	972	809	604	474	372	304	255	3.76	15.32	496	35.99	668
8-#18	6.61	2420	1852	1852	1698	1526	1249	1048	789	636	530	450	383	4.16	22.73	476	52.97	1039
12-#10	3.14	1756	1374	1374	1261	1130	915	758	558	424	334	275	232	3.51	13.43	509	32.69	569
12-#11	3.86	1893	1472	1472	1350	1210	982	815	603	473	374	309	262	3.67	15.16	500	37.20	666
12-#14	5.57	2221	1714	1714	1569	1407	1146	958	716	570	471	391	334	3.91	19.31	488	47.48	905
16-#10	4.19	1957	1525	1525	1401	1257	1021	849	632	499	397	329	281	3.66	15.54	514	39.41	729
16-#11	5.15	2141	1658	1658	1520	1363	1108	924	690	549	447	371	317	3.81	17.77	503	44.90	852
20-#10	5.24	2158	1673	1673	1537	1384	1128	943	704	560	457	381	326	3.80	17.86	512	46.06	878

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11, page 3-18.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 17. Columnas cuadradas unidas 20"x20" y 22"x22", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, barras simétricas en 4 caras.

Bars Grade 60		SQUARE TIED COLUMNS 24″ × 24″ Short columns; no sidesway (1) Bars symmetrical in 4 faces												$0.10f'_cA_g$ = 230 kips (2) For P_u at (2)				
Concrete f'_c = 4,000 psi		P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity												OT (3)	Balance		230 k (2)	O (2)
		M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70)																
Bars	p %	0	0.1f	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
4-#11	1.08	1618	1301	1301	1230	1116	941	755	522	340	235	0	0	3.62	10.64	604	20.26	283
4-#14	1.56	1727	1388	1388	1314	1196	990	828	614	436	313	238	0	3.91	12.42	597	24.58	395
4-#18	2.77	2005	1602	1602	1520	1390	1167	992	754	607	480	378	308	4.49	16.94	581	35.14	667
8-#8	1.09	1621	1289	1289	1214	1094	883	718	471	322	234	0	0	3.25	9.55	622	20.25	291
8-#9	1.38	1688	1339	1339	1262	1140	925	759	522	364	275	0	0	3.37	10.35	620	22.86	361
8-#10	1.76	1773	1403	1403	1323	1197	977	808	582	414	317	254	0	3.52	11.37	617	26.05	451
8-#11	2.16	1865	1470	1470	1386	1254	1027	854	630	460	355	285	238	3.68	12.48	610	28.86	540
8-#14	3.12	2084	1631	1631	1539	1395	1151	965	723	566	443	362	304	3.94	15.09	603	35.87	753
8-#18	5.55	2639	2037	2037	1921	1743	1447	1225	929	751	627	528	449	4.40	21.77	585	52.32	1213
12-#10	2.64	1975	1554	1554	1466	1326	1089	908	671	508	399	327	273	3.68	13.34	617	32.26	650
12-#11	3.25	2112	1653	1653	1559	1411	1160	971	723	565	446	367	312	3.85	14.91	608	36.59	762
12-#14	4.68	2440	1898	1898	1787	1619	1337	1127	848	678	557	461	394	4.12	18.64	598	47.11	1034
16-#10	3.52	2176	1705	1705	1611	1460	1202	1007	753	594	472	390	330	3.84	15.27	622	38.77	825
16-#11	4.33	2360	1839	1839	1736	1572	1297	1089	818	653	529	439	374	4.01	17.28	613	44.10	978
16-#14	6.25	2797	2163	2163	2041	1849	1530	1291	976	786	656	555	476	4.29	22.05	604	57.26	1319
20-#10	4.40	2377	1853	1853	1750	1591	1316	1107	833	665	540	449	384	3.99	17.36	622	45.11	1001
20-#11	5.41	2607	2021	2021	1906	1732	1434	1207	911	730	608	507	434	4.16	19.88	611	51.58	1177
		SQUARE TIED COLUMNS 26″ × 26″												$0.10f'_cA_g$ = 270 kips				
4-#14	1.33	1965	1582	1582	1529	1402	1174	989	735	523	373	281	0	4.05	12.53	710	24.63	438
4-#18	2.36	2243	1799	1799	1742	1604	1361	1165	891	718	564	444	360	4.65	16.74	693	34.70	742
8-#9	1.18	1926	1532	1532	1477	1345	1107	915	635	439	329	0	0	3.52	10.58	734	22.95	399
8-#10	1.50	2011	1596	1596	1540	1404	1162	967	701	496	377	301	0	3.66	11.53	732	26.09	499
8-#11	1.84	2103	1664	1664	1605	1465	1215	1017	752	549	421	338	281	3.83	12.56	725	29.01	599
8-#14	2.66	2322	1826	1826	1763	1611	1346	1136	855	669	521	424	357	4.11	14.97	719	35.75	838
8-#18	4.73	2877	2237	2237	2158	1975	1660	1415	1081	876	734	613	521	4.62	21.10	703	51.73	1395
12-#10	2.25	2213	1748	1748	1687	1539	1280	1074	798	603	471	384	317	3.83	13.34	733	31.98	727
12-#11	2.76	2350	1849	1849	1784	1628	1356	1143	855	667	525	431	365	4.02	14.79	724	36.08	860
12-#14	3.99	2678	2093	2093	2020	1845	1544	1310	992	795	651	538	459	4.31	18.21	717	46.27	1166
12-#18	7.10	3510	2710	2710	2610	2385	2002	1712	1312	1061	890	767	670	4.80	27.06	693	68.80	1898
16-#10	3.00	2414	1901	1901	1836	1678	1400	1181	888	699	554	457	383	4.01	15.13	740	38.16	923
16-#11	3.69	2598	2035	2035	1966	1796	1501	1270	958	767	619	512	437	4.20	16.98	732	43.39	1095
16-#14	5.32	3035	2362	2362	2280	2085	1748	1487	1133	914	765	644	551	4.51	21.32	725	55.87	1499
20-#10	3.75	2615	2049	2049	1979	1813	1521	1288	974	780	632	524	445	4.17	17.05	741	44.35	1127
20-#11	4.61	2845	2216	2216	2141	1960	1646	1397	1061	852	707	590	504	4.36	19.34	731	50.53	1326

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11, page 3-18.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 18. Columnas cuadradas unidas 24"x24" y 26"x26", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, barras simétricas en 4 caras.

RECTANGULAR TIED COLUMNS

Bars Grade 60 — Concrete $f'_c = 4{,}000$ psi

Short columns (1)—no sidesway — Bending on major or minor axis — MI, MA — 12″ × 14″

$0.10 f'_c A_g = 67$ kips (2)

Bars (4)	p %	P_u at e = 0 (kips)	Axis	P_u (kips) ULTIMATE USABLE CAPACITY $\phi = 0.70$ (2) — Eccentricity, $e = M_u/P_u$											OT (3)	Balance		67k (2)	O (3)
				0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
6-#7	2.14	542	MA	430	390	330	281	212	168	100	67	0	0	0	2.56	8.43	161	16.10	84
2L-3S			MI	416	346	274	219	152	107	0	0	0	0	0	1.99	6.12	149	11.93	69
6-#8	2.82	587	MA	464	421	358	307	234	187	123	84	0	0	0	2.69	9.92	156	19.18	107
2L-3S			MI	446	370	294	236	166	123	77	0	0	0	0	2.03	7.08	142	13.50	86
6-#9	3.57	637	MA	500	455	388	334	257	207	145	102	77	0	0	2.82	11.67	150	22.46	132
2L-3S			MI	478	396	315	253	179	138	87	0	0	0	0	2.06	8.28	133	15.21	99
6-#10	4.53	702	MA	548	499	426	368	286	231	164	122	94	75	0	2.95	14.14	142	26.67	163
2L-3S			MI	520	430	341	274	195	150	100	73	0	0	0	2.09	10.09	121	17.35	114
6-#5	1.10	473	MA	371	332	272	222	151	102	0	0	0	0	0	2.10	5.51	168	10.97	47
3L-2S			MI	376	319	256	207	136	86	0	0	0	0	0	2.06	5.40	158	9.39	39
6-#6	1.57	504	MA	392	351	288	237	170	119	71	0	0	0	0	2.17	6.16	166	12.66	64
3L-2S			MI	399	339	275	226	159	108	0	0	0	0	0	2.15	6.23	154	11.09	53
6-#7	2.14	542	MA	418	374	308	255	185	137	84	0	0	0	0	2.23	6.97	162	14.63	84
3L-2S			MI	427	364	297	246	176	131	75	0	0	0	0	2.25	7.32	148	13.16	69
6-#8	2.82	587	MA	450	401	331	276	203	157	98	70	0	0	0	2.29	7.97	158	16.75	105
3L-2S			MI	459	393	323	269	194	151	93	0	0	0	0	2.34	8.71	140	15.54	87
6-#9	3.57	637	MA	483	431	356	297	221	172	112	81	0	0	0	2.34	9.14	153	19.06	124
3L-2S			MI	495	424	350	292	212	166	110	77	0	0	0	2.43	10.44	131	18.06	106
6-#10	4.53	702	MA	527	469	387	324	242	190	129	93	73	0	0	2.40	10.78	145	21.78	144
3L-2S			MI	541	464	383	321	234	183	128	93	72	0	0	2.51	13.09	118	21.24	130
6-#11	5.57	771	MA	571	506	416	348	257	201	140	104	81	0	0	2.45	13.21	128	24.05	161
3L-2S			MI	588	501	413	338	246	192	134	103	81	0	0	2.56	17.84	93	23.77	151
8-#5	1.47	498	MA	397	359	302	255	189	140	76	0	0	0	0	2.39	7.02	166	13.08	61
2L-4S			MI	384	318	247	194	125	88	0	0	0	0	0	1.86	5.00	156	9.89	51
8-#6	2.09	539	MA	428	388	329	280	212	169	99	0	0	0	0	2.54	8.32	163	15.98	83
2L-4S			MI	411	339	264	209	142	102	0	0	0	0	0	1.89	5.70	151	11.59	65
8-#7	2.85	590	MA	466	424	361	309	237	191	125	86	0	0	0	2.69	9.97	159	19.51	109
2L-4S			MI	443	364	285	226	157	116	74	0	0	0	0	1.92	6.63	143	13.16	81
8-#5	1.47	498	MA	390	351	290	240	174	122	72	0	0	0	0	2.20	6.26	167	12.69	61
3E			MI	389	326	259	208	138	94	0	0	0	0	0	1.97	5.44	157	10.44	51
8-#6	2.09	539	MA	420	377	313	262	193	145	88	0	0	0	0	2.29	7.24	164	15.02	83
3E			MI	417	350	280	227	159	113	69	0	0	0	0	2.04	6.32	152	12.26	68
8-#7	2.85	590	MA	456	409	341	287	214	168	106	75	0	0	0	2.38	8.48	160	17.82	108
3E			MI	452	379	304	248	176	133	82	0	0	0	0	2.10	7.49	144	14.39	88
8-#8	3.76	650	MA	498	447	374	315	238	188	126	90	70	0	0	2.47	10.03	155	20.96	135
3E			MI	493	413	332	273	195	151	97	70	0	0	0	2.15	9.04	135	16.75	108
8-#9	4.76	717	MA	545	489	409	346	262	209	146	105	82	67	0	2.54	11.90	148	24.32	160
3E			MI	538	450	363	297	214	166	113	82	0	0	0	2.20	11.06	124	19.23	126
8-#10	6.04	802	MA	604	541	453	384	292	233	164	124	97	80	68	2.61	14.60	138	28.30	190
3E			MI	595	497	401	328	236	184	127	96	75	0	0	2.24	14.37	108	22.35	149
8-#5	1.47	498	MA	386	344	279	227	157	111	0	0	0	0	0	2.07	5.71	166	11.87	61
4L-2S			MI	394	336	272	223	157	105	0	0	0	0	0	2.12	6.05	156	10.81	51
8-#6	2.09	539	MA	413	368	299	245	175	127	80	0	0	0	0	2.11	6.46	163	13.99	79
4L-2S			MI	425	363	297	246	177	131	75	0	0	0	0	2.23	7.20	151	13.08	68
8-#7	2.85	590	MA	447	397	323	266	192	146	93	68	0	0	0	2.16	7.43	159	16.33	99
4L-2S			MI	462	395	325	272	198	154	95	0	0	0	0	2.34	8.74	143	15.84	89
8-#8	3.76	650	MA	487	431	351	290	211	164	107	79	0	0	0	2.19	8.65	153	18.67	121
4L-2S			MI	506	434	359	302	221	173	117	82	0	0	0	2.44	10.78	133	18.95	113
8-#9	4.76	717	MA	530	468	381	316	231	180	121	89	71	0	0	2.23	10.13	145	21.05	144
4L-2S			MI	554	475	394	333	244	192	134	99	76	0	0	2.53	13.46	121	22.37	138

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.
(4) L = long face, S = short face, E = each face; 3E = 3 bars each face; 2L-3S = 2 bars each long face and 3 each short face.

Tabla 19. Columnas rectangulares unidas 12"x14", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, flexión en el eje mayor o menor.

RECTANGULAR TIED COLUMNS

Bars Grade 60 — Concrete f'_c = 4,000 psi

Short columns (1)—no sidesway — Bending on major or minor axis — MI. MA. — 12″ × 16″

$0.10f'_c A_g$ = 77 kips (2)

(4) Bars	p %	P_u at e = 0 (kips)	AXIS	P_u (kips) ULTIMATE USABLE CAPACITY ϕ = 0.70 (2) — Eccentricity, e = M_u/P_u											OT (3)	Balance		77k (2)	O (2)
				0.1f	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
8-#9	4.16	774	MA	595	560	481	415	320	260	188	136	105	86	0	2.83	11.99	188	26.82	201
3E			MI	584	488	393	321	230	178	117	85	0	0	0	2.18	9.90	146	17.62	131
8-#10	5.29	859	MA	656	617	530	458	355	290	211	159	124	102	86	2.93	14.14	183	31.35	239
3E			MI	641	535	430	351	252	196	135	99	77	0	0	2.22	12.50	130	20.26	154
8-#5	1.29	555	MA	433	406	341	284	203	146	86	0	0	0	0	2.25	6.21	197	13.03	72
4L-2S			MI	440	374	302	246	169	109	0	0	0	0	0	2.09	5.72	180	10.08	52
8-#6	1.83	596	MA	461	432	363	304	221	167	104	0	0	0	0	2.31	6.94	195	15.33	96
4L-2S			MI	471	401	327	270	192	137	77	0	0	0	0	2.19	6.71	174	12.08	69
8-#7	2.50	647	MA	496	464	390	328	242	189	120	88	0	0	0	2.37	7.84	193	18.11	121
4L-2S			MI	508	434	356	297	214	166	98	0	0	0	0	2.30	8.01	166	14.47	90
8-#8	3.29	707	MA	537	501	421	356	264	209	138	101	80	0	0	2.43	8.94	190	20.76	148
4L-2S			MI	551	472	389	326	237	185	120	84	0	0	0	2.40	9.72	156	17.25	114
8-#9	4.16	774	MA	581	543	455	385	288	228	156	115	91	0	0	2.48	10.19	186	23.52	177
4L-2S			MI	599	514	425	358	261	205	142	101	77	0	0	2.48	11.89	144	20.26	140
8-#10	5.29	859	MA	639	595	499	422	317	253	179	132	104	86	0	2.53	11.89	180	26.93	213
4L-2S			MI	661	567	470	395	289	228	159	121	93	0	0	2.56	15.34	127	23.93	171
8-#11	6.50	951	MA	698	648	540	456	343	273	192	145	115	95	81	2.57	14.32	163	29.72	237
4L-2S			MI	723	617	510	419	306	240	167	128	104	87	0	2.61	22.30	94	26.91	198
10-#10	6.61	960	MA	721	674	572	489	376	304	219	169	133	110	94	2.78	15.31	177	34.20	270
4L-3S			MI	716	601	488	403	293	229	159	122	96	79	0	2.33	16.73	117	24.69	189
COLUMN SIZE 12″ × 18″																	$0.10f'_c A_g$ = 86 kips		
4-#7	1.11	609	MA	488	476	418	365	281	224	125	0	0	0	0	2.81	8.06	222	15.07	80
2E			MI	483	409	328	262	172	109	0	0	0	0	0	2.09	5.42	199	9.26	51
4-#8	1.46	639	MA	512	499	440	386	301	243	151	97	0	0	0	2.96	9.02	221	17.37	103
2E			MI	505	428	345	279	195	129	0	0	0	0	0	2.16	6.06	193	10.51	64
4-#9	1.85	672	MA	538	525	463	408	322	262	177	117	0	0	0	3.11	10.09	219	19.88	127
2E			MI	528	449	364	296	209	149	0	0	0	0	0	2.23	6.80	186	11.86	77
4-#10	2.35	715	MA	571	557	493	436	347	284	205	141	104	0	0	3.27	11.46	216	23.04	158
2E			MI	559	476	387	316	225	172	100	0	0	0	0	2.31	7.83	177	13.50	94
4-#11	2.88	761	MA	604	590	522	463	370	305	224	161	120	95	0	3.44	12.88	212	26.05	187
2E			MI	590	500	404	327	233	180	113	0	0	0	0	2.38	9.20	158	14.91	109
4-#14	4.16	870	MA	686	670	595	529	426	355	264	210	162	129	107	3.73	16.47	205	33.63	260
2E			MI	666	564	452	367	262	204	141	102	0	0	0	2.47	13.33	127	18.65	146
4-#18	7.40	1148	MA	891	870	775	691	562	471	355	282	233	198	172	4.17	27.96	172	51.90	433
2E			MI	853	712	553	447	320	249	172	131	106	89	0	2.53	66.44	33	24.83	227
6-#6	1.22	619	MA	496	484	425	373	289	231	135	0	0	0	0	2.84	8.36	223	15.91	87
2L-3S			MI	482	402	315	247	156	106	0	0	0	0	0	1.93	4.95	201	9.42	55
6-#7	1.66	657	MA	526	513	453	399	313	254	167	109	0	0	0	3.01	9.59	221	18.86	116
2L-3S			MI	507	422	332	263	176	122	0	0	0	0	0	1.97	5.51	196	10.62	72
6-#8	2.19	702	MA	561	548	485	429	341	280	199	136	99	0	0	3.20	11.05	219	22.33	149
2L-3S			MI	537	447	352	281	195	138	0	0	0	0	0	2.01	6.22	188	11.93	90
6-#9	2.77	752	MA	600	586	520	462	370	306	226	163	121	96	0	3.38	12.67	216	26.10	186
2L-3S			MI	569	473	374	299	209	155	96	0	0	0	0	2.04	7.08	179	13.27	108
6-#10	3.52	816	MA	649	634	564	502	405	337	251	195	148	118	97	3.58	14.77	213	30.88	231
2L-3S			MI	611	506	400	320	225	173	110	0	0	0	0	2.07	8.32	167	14.95	124
6-#6	1.22	619	MA	486	473	410	352	263	199	118	0	0	0	0	2.55	7.18	226	15.33	88
3L-2S			MI	490	416	335	271	182	117	0	0	0	0	0	2.09	5.61	200	9.75	55
6-#7	1.66	657	MA	514	500	433	374	283	224	137	96	0	0	0	2.64	7.98	225	17.63	116
3L-2S			MI	518	441	358	293	206	143	0	0	0	0	0	2.18	6.42	194	11.36	71

(Continued)

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.
(4) L = long face, S = short face, E = each face; 3E = 3 bars each face; 2L-3S = 2 bars each long face and 3 each short face.

Tabla 20. Columnas rectangulares unidas 12"x16" y 12"x18", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, flexión en el eje mayor o menor.

RECTANGULAR TIED COLUMNS

Bars Grade 60 — Concrete f'_c = 4,000 psi

Short columns (1)—no sidesway — Bending on major or minor axis — MI, MA — **12″ × 18″**

$0.10f'_c A_g$ = 86 kips (2)

Bars	p %	P_u at e = 0 (kips)	AXIS	P_u (kips) ULTIMATE USABLE CAPACITY ϕ = 0.70 (2) Eccentricity, e = M_u/P_u											OT (3)	Balance		86k (2)	O (2)
				0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
6-#8	2.19	702	MA	546	531	461	399	305	244	159	113	87	0	0	2.73	8.92	223	20.22	148
3L-2S			MI	551	470	383	316	226	169	98	0	0	0	0	2.27	7.44	186	13.20	90
6-#9	2.77	752	MA	581	565	491	426	328	265	180	129	100	0	0	2.82	9.96	221	22.95	182
3L-2S			MI	587	501	411	339	244	190	116	0	0	0	0	2.35	8.67	177	15.18	110
6-#10	3.52	816	MA	626	609	529	460	356	290	205	150	116	95	0	2.91	11.31	219	26.23	222
3L-2S			MI	633	541	445	368	266	208	138	97	0	0	0	2.42	10.46	164	17.65	134
6-#11	4.33	885	MA	673	654	567	493	383	312	225	167	130	106	90	3.01	12.81	213	29.20	250
3L-2S			MI	679	578	473	386	278	217	150	110	0	0	0	2.49	13.25	137	19.70	155
6-#14	6.25	1049	MA	787	764	661	575	449	366	268	210	165	136	115	3.15	16.54	204	36.89	323
3L-2S			MI	793	674	545	444	321	251	174	134	108	91	0	2.57	23.58	93	25.21	208
8-#7	2.22	704	MA	552	538	470	410	318	256	171	121	93	0	0	2.84	9.49	223	21.29	151
3E			MI	543	455	364	294	206	148	90	0	0	0	0	2.06	6.53	191	12.56	92
8-#8	2.92	764	MA	596	581	508	445	348	283	200	144	111	90	0	2.97	10.92	221	24.98	194
3E			MI	584	489	392	319	226	172	106	0	0	0	0	2.11	7.65	181	14.44	115
8-#9	3.70	831	MA	645	628	550	482	379	310	227	168	130	106	89	3.09	12.51	219	28.93	240
3E			MI	629	526	423	344	245	189	122	88	0	0	0	2.16	9.05	169	16.38	135
8-#10	4.70	916	MA	707	688	603	530	419	344	253	196	153	125	106	3.22	14.58	216	33.91	290
3E			MI	687	573	461	374	268	208	141	102	0	0	0	2.20	11.18	153	18.80	158
8-#8	2.92	764	MA	585	569	489	421	319	254	171	126	99	0	0	2.65	9.38	222	22.75	177
4L-2S			MI	597	511	420	351	254	197	123	0	0	0	0	2.36	8.93	179	15.93	116
8-#9	3.70	831	MA	631	613	527	454	346	277	192	143	113	93	0	2.71	10.58	219	25.85	211
4L-2S			MI	645	553	456	382	277	217	146	103	0	0	0	2.44	10.76	167	18.53	141
8-#10	4.70	916	MA	690	670	575	495	380	305	218	163	129	107	91	2.78	12.15	216	29.62	255
4L-2S			MI	707	605	501	420	306	240	168	123	95	0	0	2.52	13.57	150	21.78	173
8-#11	5.77	1008	MA	750	727	622	535	410	330	237	181	143	118	101	2.85	14.02	207	32.73	293
4L-2S			MI	768	656	541	443	322	252	176	135	108	88	0	2.57	18.74	116	24.47	200
COLUMN SIZE ' 12″ × 20″																		**$0.10f'_c A_g$ = 96 kips**	
4-#8	1.31	696	MA	559	559	500	444	353	288	188	121	0	0	0	3.16	9.59	249	18.56	117
2E			MI	550	466	375	302	206	134	0	0	0	0	0	2.14	5.79	216	10.00	65
4-#9	1.66	730	MA	585	585	524	468	375	309	215	144	104	0	0	3.32	10.67	247	21.18	145
2E			MI	574	487	394	318	224	155	0	0	0	0	0	2.21	6.45	209	11.19	78
4-#10	2.11	772	MA	619	619	555	497	402	333	246	173	127	98	0	3.51	12.07	245	24.51	180
2E			MI	605	514	417	339	240	178	103	0	0	0	0	2.28	7.35	200	12.70	95
4-#11	2.60	818	MA	653	653	587	526	428	356	264	198	147	115	0	3.70	13.53	241	27.70	216
2E			MI	635	539	434	350	248	191	116	0	0	0	0	2.35	8.52	181	13.93	111
4-#14	3.75	928	MA	736	736	663	597	490	411	310	248	196	156	129	4.04	17.08	236	35.82	301
2E			MI	711	603	482	390	278	215	148	105	0	0	0	2.44	11.92	149	17.33	148
4-#18	6.66	1205	MA	944	944	853	770	637	540	413	333	280	241	208	4.59	26.46	222	55.15	505
2E			MI	899	750	583	470	336	261	180	137	111	0	0	2.51	41.92	54	23.36	230
6-#6	1.10	676	MA	543	543	485	430	340	275	170	106	0	0	0	3.02	8.91	252	17.02	99
2L-3S			MI	527	440	344	269	167	112	0	0	0	0	0	1.92	4.80	225	9.05	56
6-#7	1.50	714	MA	574	574	513	458	367	300	204	134	96	0	0	3.22	10.16	250	20.09	132
2L-3S			MI	553	461	362	286	187	129	0	0	0	0	0	1.96	5.31	219	10.14	73
6-#8	1.97	759	MA	609	609	547	490	396	328	239	166	121	0	0	3.43	11.65	247	23.72	171
2L-3S			MI	582	485	382	303	208	146	0	0	0	0	0	2.00	5.93	211	11.33	92
6-#9	2.50	809	MA	648	648	583	524	427	356	265	198	147	115	0	3.63	13.29	245	27.66	213
2L-3S			MI	615	511	403	322	223	163	101	0	0	0	0	2.03	6.68	202	12.56	111
6-#10	3.17	873	MA	698	698	629	567	465	390	294	232	179	141	116	3.85	15.42	242	32.65	265
2L-3S			MI	657	544	430	343	240	183	114	0	0	0	0	2.06	7.76	189	14.08	129

(Continued)

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for," page 2-11.

(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11.

(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. At lesser eccentricities all splices carry design compression only.

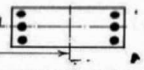
(4) L = long face, S = short face, E = each face; 3E = 3 bars each face; 2L-3S = 2 bars each

Tabla 21. Columnas rectangulares unidas 12"x18" y 12"x20", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, flexión en el eje mayor o menor.

RECTANGULAR TIED COLUMNS

Bars Grade 60 — Concrete f'_c = 4,000 psi

Short columns (1)—no sidesway; Bending on major or minor axis



12″ × 20″

$0.10f'_c A_g$ = 96 kips (2)

(4) Bars	p %	P_u at e = 0 (kips)	AXIS	P_u (kips) — ULTIMATE USABLE CAPACITY, ϕ = 0.70 (2) — Eccentricity, e = M_u/P_u											FOR P_u AT (3): OT (3)		Balance		96k (2)	O (2)
				0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
6-#6	1.10	676	MA	533	533	470	411	314	244	146	100	0	0	0	2.72	7.70	255	16.44	99
3L-2S			MI	536	454	364	293	192	122	0	0	0	0	0	2.07	5.39	224	9.27	56
6-#7	1.50	714	MA	561	561	495	434	336	268	169	118	0	0	0	2.83	8.50	254	18.98	132
3L-2S			MI	564	479	387	315	221	147	0	0	0	0	0	2.16	6.11	217	10.75	72
6-#8	1.97	759	MA	593	593	524	461	359	290	192	137	105	0	0	2.93	9.44	253	21.72	169
3L-2S			MI	597	508	413	339	241	175	100	0	0	0	0	2.24	7.01	209	12.39	91
6-#9	2.50	809	MA	629	629	556	490	385	313	217	157	121	98	0	3.03	10.48	252	24.60	209
3L-2S			MI	633	539	441	363	260	201	119	0	0	0	0	2.31	8.09	200	14.19	111
6-#10	3.17	873	MA	675	675	596	526	416	339	246	180	140	114	96	3.14	11.81	250	28.18	259
3L-2S			MI	679	579	475	392	283	220	141	98	0	0	0	2.39	9.62	186	16.40	136
6-#11	3.89	942	MA	722	722	637	562	445	364	267	201	157	128	108	3.26	13.28	245	31.49	298
3L-2S			MI	725	617	503	409	294	229	158	112	0	0	0	2.46	11.91	160	18.25	157
6-#14	5.62	1106	MA	839	839	738	651	518	427	316	250	200	164	139	3.44	16.79	240	39.79	385
3L-2S			MI	839	712	575	468	338	263	183	140	113	0	0	2.54	19.78	115	23.18	211
8-#7	1.99	761	MA	612	612	549	492	399	330	242	170	123	96	0	3.42	11.74	248	24.03	174
2L-4S			MI	580	479	372	292	197	141	0	0	0	0	0	1.91	5.63	213	11.21	90
8-#7	1.99	761	MA	600	600	533	471	372	303	206	146	112	0	0	3.04	10.03	253	22.90	173
3E			MI	589	494	393	317	221	156	0	0	0	0	0	2.05	6.21	214	11.89	93
8-#8	2.63	821	MA	644	644	573	508	405	332	239	173	134	108	0	3.19	11.46	251	26.83	223
3E			MI	630	528	422	341	241	179	110	0	0	0	0	2.10	7.19	204	13.60	117
8-#9	3.33	888	MA	693	693	617	548	439	362	267	200	156	127	107	3.33	13.05	250	30.98	276
3E			MI	675	564	452	367	260	201	126	0	0	0	0	2.14	8.40	192	15.37	139
8-#10	4.23	974	MA	757	757	673	599	482	400	297	232	183	150	127	3.49	15.09	247	36.24	342
3E			MI	732	611	491	398	284	220	146	106	0	0	0	2.18	10.20	176	17.51	163
8-#7	1.99	761	MA	591	591	519	453	348	277	182	133	100	0	0	2.77	8.81	255	20.81	167
4L-2S			MI	599	511	417	344	245	179	102	0	0	0	0	2.23	7.04	213	12.62	93
8-#8	2.63	821	MA	634	634	556	486	376	301	206	152	119	97	0	2.86	9.86	253	24.32	206
4L-2S			MI	643	549	450	374	269	210	125	0	0	0	0	2.32	8.32	202	14.86	117
8-#9	3.33	888	MA	680	680	596	521	406	327	231	171	135	112	0	2.94	11.03	252	27.81	246
4L-2S			MI	691	591	486	406	294	229	149	104	0	0	0	2.40	9.89	190	17.19	143
8-#10	4.23	974	MA	740	740	648	567	443	359	259	194	155	128	109	3.02	12.54	250	31.87	297
4L-2S			MI	752	644	531	443	323	253	176	125	96	0	0	2.49	12.26	173	20.11	175
8-#11	5.20	1065	MA	801	801	699	611	478	388	281	216	172	143	122	3.11	14.28	242	35.44	345
4L-2S			MI	814	694	571	467	339	265	184	141	110	0	0	2.54	16.32	139	22.56	203
8-#14	7.50	1284	MA	951	951	827	722	566	462	336	264	215	179	153	3.22	18.47	233	44.47	447
4L-2S			MI	966	822	667	545	396	310	216	166	134	113	97	2.62	34.49	80	28.54	273
COLUMN SIZE 12″ × 24″																		$0.10f'_c A_g$ = 115 kips		
4-#8	1.09	810	MA	653	653	618	562	462	383	267	177	122	0	0	3.53	10.68	307	20.81	145
2E			MI	642	543	434	346	226	143	0	0	0	0	0	2.11	5.40	262	9.17	67
4-#9	1.38	844	MA	680	680	644	587	486	407	299	207	148	0	0	3.72	11.79	305	23.59	181
2E			MI	666	564	453	364	251	165	0	0	0	0	0	2.17	5.94	255	10.17	81
4-#10	1.76	887	MA	715	715	677	619	516	435	326	241	178	136	0	3.93	13.22	303	27.13	226
2E			MI	696	591	477	385	270	190	0	0	0	0	0	2.23	6.65	245	11.43	98
4-#11	2.16	933	MA	750	750	711	650	545	462	349	272	206	160	130	4.17	14.73	298	30.67	272
2E			MI	727	615	493	396	278	209	121	0	0	0	0	2.31	7.56	225	12.51	114
4-#14	3.12	1042	MA	835	835	793	728	614	526	403	326	267	216	177	4.59	18.38	293	39.27	382
2E			MI	803	679	541	436	309	239	155	0	0	0	0	2.40	10.05	193	15.30	152
4-#18	5.55	1319	MA	1047	1047	997	918	782	675	527	431	365	316	279	5.33	27.83	281	60.49	649
2E			MI	990	826	641	516	367	284	196	149	121	0	0	2.49	25.17	97	21.02	235

(Continued)

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.
(4) L = long face, S = short face, E = each face; 3E = 3 bars each face; 2L-3S = 2 bars each long face and 3 each short face.

Tabla 22. Columnas rectangulares unidas 12"x20" y 12"x24", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, flexión en el eje mayor o menor.

RECTANGULAR TIED COLUMNS

Bars Grade 60 — Concrete f'_c = 4,000 psi

Short columns (1)—no sidesway — Bending on major or minor axis — MI, MA — 12″ × 24″

$0.10f'_c A_g$ = 115 kips (2)

[ULTIMATE USABLE CAPACITY] ϕ = 0.70 (2)

(4) Bars	p %	P_u at e = 0 (kips)	AXIS	P_u (kips) Eccentricity, e = M_u/P_u 0.1f	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	FOR P_u AT (2) OT (3) e (in.)	Balance e (in.)	Balance P_u (k)	115 k (2) e (in.)	O (2) M_u (k-ft.)
6-#7	1.25	828	MA	668	668	632	576	476	397	286	194	137	0	0	3.60	11.26	307	22.40	165
2L-3S			MI	644	537	420	329	209	142	0	0	0	0	0	1.95	5.00	265	9.42	75
6-#8	1.64	873	MA	705	705	668	610	508	428	320	233	171	131	0	3.84	12.78	305	26.29	214
2L-3S			MI	674	561	440	347	231	160	0	0	0	0	0	1.99	5.51	257	10.47	94
6-#9	2.08	923	MA	745	745	707	647	542	460	349	270	204	160	129	4.08	14.46	302	30.43	267
2L-3S			MI	706	587	462	366	252	178	0	0	0	0	0	2.02	6.11	248	11.50	114
6-#10	2.64	987	MA	795	795	756	693	585	499	382	309	243	194	158	4.35	16.64	300	35.77	334
2L-3S			MI	748	620	488	388	269	199	123	0	0	0	0	2.05	6.95	235	12.79	138
6-#7	1.25	828	MA	654	654	616	554	445	361	238	166	126	0	0	3.18	9.53	313	21.44	164
3L-2S			MI	655	556	447	361	244	157	0	0	0	0	0	2.12	5.66	264	9.78	75
6-#8	1.64	873	MA	687	687	647	583	472	387	268	190	146	118	0	3.31	10.48	313	24.56	212
3L-2S			MI	688	585	473	385	271	186	0	0	0	0	0	2.19	6.39	255	11.19	94
6-#9	2.08	923	MA	724	724	682	615	500	413	298	215	166	135	0	3.43	11.52	312	27.77	263
3L-2S			MI	724	616	501	409	291	215	123	0	0	0	0	2.26	7.25	245	12.68	114
6-#10	2.64	987	MA	771	771	726	656	536	445	329	245	190	156	131	3.57	12.85	311	31.72	327
3L-2S			MI	770	656	536	439	314	243	147	0	0	0	0	2.34	8.45	232	14.58	139
6-#11	3.25	1056	MA	819	819	771	697	570	475	354	273	214	175	148	3.73	14.30	307	35.39	390
3L-2S			MI	816	693	562	456	326	253	165	116	0	0	0	2.41	10.11	204	16.12	161
6-#14	4.68	1220	MA	937	937	882	797	656	550	415	331	268	220	188	3.97	17.70	304	44.69	517
3L-2S			MI	930	789	634	515	370	288	199	150	116	0	0	2.50	15.33	158	20.23	216
8-#6	1.22	825	MA	666	666	630	574	474	395	283	192	136	0	0	3.57	11.16	308	22.26	162
2L-4S			MI	639	530	409	317	200	137	0	0	0	0	0	1.88	4.76	267	9.09	74
8-#7	1.66	875	MA	707	707	670	612	511	430	323	236	174	133	0	3.83	12.87	306	26.59	217
2L-4S			MI	672	555	430	336	221	156	0	0	0	0	0	1.90	5.26	259	10.30	95
8-#6	1.22	825	MA	656	656	618	558	452	370	248	171	128	0	0	3.26	9.87	313	21.58	162
3E			MI	645	541	427	338	216	146	0	0	0	0	0	1.97	5.11	268	9.56	74
8-#7	1.66	875	MA	694	694	655	593	484	400	286	203	155	124	0	3.43	11.09	312	25.61	216
3E			MI	680	570	452	362	246	169	0	0	0	0	0	2.02	5.74	260	10.88	96
8-#8	2.19	936	MA	740	740	698	633	521	434	322	236	182	148	124	3.61	12.53	311	29.93	279
3E			MI	721	604	481	388	271	194	118	0	0	0	0	2.07	6.53	250	12.32	120
8-#9	2.77	1002	MA	790	790	746	677	560	470	352	271	211	172	145	3.79	14.12	310	34.56	348
3E			MI	766	641	512	413	291	219	135	0	0	0	0	2.12	7.47	238	13.81	146
8-#10	3.52	1088	MA	854	854	807	734	609	514	389	311	245	201	170	3.98	16.16	308	40.34	434
3E			MI	823	687	550	443	315	243	155	0	0	0	0	2.16	8.85	221	15.65	172
8-#6	1.22	825	MA	649	649	609	546	433	347	225	156	0	0	0	3.04	8.94	315	19.94	161
4L-2S			MI	654	555	447	361	243	156	0	0	0	0	0	2.09	5.61	267	9.75	73
8-#7	1.66	875	MA	686	686	644	577	461	373	253	183	139	0	0	3.15	9.82	315	23.25	212
4L-2S			MI	691	588	477	390	275	190	0	0	0	0	0	2.18	6.42	259	11.36	95
8-#8	2.19	936	MA	729	729	684	614	493	403	283	208	163	132	0	3.25	10.85	315	26.94	266
4L-2S			MI	735	626	511	421	301	226	130	0	0	0	0	2.27	7.44	248	13.20	120
8-#9	2.77	1002	MA	776	776	729	654	527	433	314	232	184	152	129	3.36	11.99	315	30.89	319
4L-2S			MI	783	668	547	453	326	253	155	0	0	0	0	2.35	8.67	236	15.18	146
8-#10	3.52	1088	MA	838	838	786	705	571	471	345	263	208	173	147	3.47	13.45	314	35.70	384
4L-2S			MI	844	721	593	491	355	277	184	129	0	0	0	2.42	10.46	218	17.65	179
8-#11	4.33	1180	MA	901	901	844	757	613	507	373	291	232	192	165	3.59	15.08	309	39.86	448
4L-2S			MI	905	771	631	514	371	289	200	146	0	0	0	2.49	13.25	183	19.70	207
8-#14	6.25	1398	MA	1055	1055	988	884	717	597	442	351	288	240	205	3.76	18.89	305	50.11	603
4L-2S			MI	1057	899	726	592	428	335	233	178	144	121	0	2.57	23.58	124	25.21	278
10-#10	4.40	1188	MA	922	922	869	785	646	542	405	323	259	215	183	3.85	16.75	311	44.21	490
4L-3S			MI	898	754	609	497	357	277	188	136	0	0	0	2.25	10.99	208	18.56	206
10-#10	4.40	1188	MA	906	906	849	758	609	501	367	283	226	188	161	3.42	14.00	323	38.92	444
5L-2S			MI	918	786	649	543	395	310	216	156	120	0	0	2.50	12.74	205	20.76	218

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.
(4) L = long face, S = short face, E = each face; 3E = 3 bars each face; 2L-3S = 2 bars each long face and 3 each short face.

Tabla 23. Columnas rectangulares unidas 12"x24", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, flexión en el eje mayor o menor.

RECTANGULAR TIED COLUMNS

Bars Grade 60 — Concrete f'_c = 4,000 psi

Short columns (1)—no sidesway — Bending on major or minor axis — MI, MA — **12″ × 24″**

$0.10f'_c A_g$ = 115 kips (2)

(4) Bars	p %	P_u at e = 0 (kips)	AXIS	P_u (kips) — ULTIMATE USABLE CAPACITY, ϕ = 0.70 (2) — Eccentricity, e = M_u/P_u										OT (3)	Balance		115 k (2)	O (2)
				0.1f	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
10-#11	5.41	1303	MA	986	986	921	821	658	542	399	313	251	210	180	3.52	15.75	318	43.70	510
5L-2S			MI	995	848	699	572	415	325	226	173	136	0	0	2.55	17.19	162	23.26	252
10-#14	7.81	1577	MA	1177	1177	1098	976	783	647	479	379	313	262	225	3.66	19.77	316	55.07	672
5L-2S			MI	1185	1008	819	669	486	381	266	204	165	139	120	2.63	38.29	89	29.39	340
12-#10	5.29	1289	MA	991	991	933	840	686	572	427	340	275	229	196	3.78	17.21	320	47.62	550
5L-3S			MI	973	820	667	550	398	310	215	159	125	0	0	2.33	13.43	194	21.50	242
12-#10	5.29	1289	MA	969	969	908	812	648	533	389	303	244	204	175	3.40	14.84	325	42.25	496
6L-2S			MI	991	850	705	593	434	341	239	182	140	0	0	2.56	15.34	191	23.84	257
12-#11	6.50	1427	MA	1062	1062	994	886	706	581	425	334	270	227	195	3.48	16.83	320	47.82	567
6L-2S			MI	1084	926	765	629	458	360	251	193	156	130	0	2.61	22.30	141	26.91	297
14-#10	6.17	1390	MA	1055	1055	992	894	727	605	449	356	291	244	210	3.73	18.03	322	50.72	602
6L-3S			MI	1047	885	724	601	438	343	239	183	143	117	0	2.40	16.24	180	24.49	278
COLUMN SIZE		**14″ × 14″**															**$0.10f'_c A_g$ = 78 kips**	
6-#6	1.34	571	MA	455	411	345	290	213	152	82	0	0	0	0	2.37	6.76	193	12.37	65
2F *			MI	446	399	327	268	188	129	0	0	0	0	0	2.15	5.85	194	11.81	65
6-#7	1.83	609	MA	483	438	369	313	235	182	103	0	0	0	0	2.50	7.78	189	14.63	85
2F *			MI	472	422	347	286	206	148	90	0	0	0	0	2.21	6.54	190	13.50	85
6-#8	2.41	654	MA	517	469	398	339	258	204	127	86	0	0	0	2.62	9.04	184	17.27	108
2F *			MI	502	449	370	307	224	169	104	0	0	0	0	2.26	7.39	186	15.39	108
6-#9	3.06	704	MA	554	504	428	367	281	225	150	104	78	0	0	2.74	10.50	178	20.12	133
2F *			MI	536	479	395	329	242	188	118	85	0	0	0	2.32	8.37	180	17.35	130
6-#10	3.88	768	MA	601	547	466	401	310	249	176	125	95	0	0	2.86	12.51	170	23.65	165
2F *			MI	580	517	426	356	264	205	136	98	0	0	0	2.37	9.72	173	19.80	151
6-#11	4.77	837	MA	649	590	503	433	333	265	187	143	110	89	0	2.96	15.28	151	26.74	193
2F *			MI	624	553	455	380	279	217	149	108	85	0	0	2.42	11.63	155	21.71	168
8-#5	1.26	565	MA	450	407	341	287	211	148	79	0	0	0	0	2.34	6.58	195	12.06	62
2F *			MI	439	391	318	257	174	122	0	0	0	0	0	2.05	5.47	195	11.07	62
8-#6	1.79	606	MA	481	436	368	312	234	181	103	0	0	0	0	2.48	7.69	191	14.56	84
2F *			MI	467	415	338	275	194	140	86	0	0	0	0	2.10	6.11	191	12.94	83
8-#7	2.44	656	MA	520	472	401	342	260	208	129	88	0	0	0	2.62	9.09	187	17.55	111
2F *			MI	500	444	362	297	213	159	100	0	0	0	0	2.14	6.92	187	15.12	103
8-#8	3.22	717	MA	565	514	438	376	289	233	158	110	83	0	0	2.76	10.82	180	21.04	141
2F *			MI	540	478	389	321	232	179	115	84	0	0	0	2.18	7.94	180	17.16	126
8-#9	4.08	783	MA	614	559	478	412	319	259	184	133	101	81	0	2.89	12.89	173	24.89	174
2F *			MI	583	516	419	347	252	196	129	95	0	0	0	2.21	9.17	173	19.24	149

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.
(4) L = long face, S = short face, E = each face; 3E = 3 bars each face; 2L-3S = 2 bars each long face and 3 each short face; *2F = two faces (half of the bars in each.)

Tabla 24. Columnas rectangulares unidas 12"x24" y 14"x14", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, flexión en el eje mayor o menor.

RECTANGULAR TIED COLUMNS

Bars Grade 60 — Concrete f'_c = 4,000 psi

Short columns (1)—no sidesway — Bending on major or minor axis — MI, MA — 14″ × 16″

$0.10f'_c A_g$ = 89 kips (2)

(4) Bars	p %	P_u at e = 0 (kips)	AXIS	P_u (kips) ULTIMATE USABLE CAPACITY ϕ = 0.70 (2) Eccentricity, e = M_u/P_u 0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	FOR P_u AT (2) OT (3) e (in.)	Balance e (in.)	Balance P_u (k)	89k (2) e (in.)	O (2) M_u (k-ft.)
4-#7	1.07	628	MA	502	474	407	348	259	192	100	0	0	0	0	2.56	7.07	226	12.87	70
2E			MI	500	451	377	314	226	150	0	0	0	0	0	2.32	6.20	219	10.98	61
4-#8	1.41	658	MA	525	496	428	368	279	220	122	0	0	0	0	2.68	7.87	224	14.74	90
2E			MI	523	473	396	333	244	175	95	0	0	0	0	2.42	6.90	215	12.52	77
4-#9	1.78	691	MA	551	520	450	389	298	239	145	96	0	0	0	2.80	8.76	222	16.80	110
2E			MI	548	496	417	352	262	200	113	0	0	0	0	2.51	7.69	211	14.21	94
4-#10	2.26	734	MA	583	552	478	415	322	260	170	115	0	0	0	2.93	9.91	219	19.37	136
2E			MI	579	525	443	376	282	222	134	91	0	0	0	2.62	8.75	205	16.25	115
4-#11	2.78	780	MA	616	583	505	440	342	278	192	132	99	0	0	3.07	11.25	209	21.76	161
2E			MI	611	553	467	397	296	233	151	104	0	0	0	2.72	10.03	191	18.09	135
4-#14	4.01	890	MA	696	659	574	501	394	323	231	174	133	106	0	3.29	14.63	194	27.85	222
2E			MI	690	625	529	452	339	268	188	137	105	0	0	2.88	13.44	170	22.94	184
4-#18	7.14	1167	MA	897	849	740	649	515	421	302	236	193	164	141	3.61	26.85	148	42.16	364
2E			MI	885	801	678	578	429	339	239	185	150	127	109	3.08	29.79	103	34.00	295
6-#6	1.17	638	MA	510	481	414	355	267	204	108	0	0	0	0	2.58	7.32	227	13.56	77
2L-3S			MI	499	446	365	298	204	139	0	0	0	0	0	2.13	5.62	222	11.18	66
6-#7	1.60	676	MA	539	510	441	381	291	233	136	0	0	0	0	2.72	8.35	225	16.02	101
2L-3S			MI	525	469	385	317	226	159	96	0	0	0	0	2.19	6.22	218	12.71	87
6-#8	2.11	721	MA	574	543	471	409	317	256	166	111	0	0	0	2.87	9.57	223	18.82	130
2L-3S			MI	556	496	408	338	244	180	110	0	0	0	0	2.24	6.95	214	14.35	110
6-#9	2.67	771	MA	612	579	504	440	344	280	196	134	100	0	0	3.02	10.92	220	21.84	160
2L-3S			MI	590	526	433	360	263	202	125	90	0	0	0	2.29	7.80	208	16.11	133
6-#10	3.40	835	MA	660	626	546	478	377	308	226	162	122	97	0	3.17	12.69	216	25.72	199
2L-3S			MI	633	564	465	387	285	222	143	103	0	0	0	2.35	8.95	200	18.22	158
6-#11	4.17	904	MA	709	672	587	514	406	334	243	185	141	113	94	3.32	14.88	202	29.25	235
2L-3S			MI	677	601	493	411	300	233	157	114	0	0	0	2.40	10.52	182	19.97	175
6-#6	1.17	638	MA	500	470	397	334	241	171	100	0	0	0	0	2.33	6.36	229	13.12	77
3L-2S			MI	508	459	384	321	234	161	0	0	0	0	0	2.33	6.41	221	11.59	66
6-#7	1.60	676	MA	527	495	419	354	261	196	117	0	0	0	0	2.41	7.04	227	14.95	101
3L-2S			MI	537	486	409	345	257	192	106	0	0	0	0	2.45	7.30	217	13.54	86
6-#8	2.11	721	MA	558	524	444	377	281	220	135	96	0	0	0	2.48	7.85	225	17.06	129
3L-2S			MI	571	517	437	372	280	221	130	0	0	0	0	2.57	8.39	212	15.85	110
6-#9	2.67	771	MA	593	557	472	402	303	240	154	110	0	0	0	2.55	8.75	223	19.27	158
3L-2S			MI	608	552	468	400	304	241	155	106	0	0	0	2.68	9.63	206	18.36	135
6-#10	3.40	835	MA	637	598	508	433	328	262	176	126	98	0	0	2.62	9.93	219	21.93	191
3L-2S			MI	655	595	506	434	334	266	184	128	97	0	0	2.80	11.34	197	21.45	166
6-#11	4.17	904	MA	683	639	541	461	350	281	194	141	110	90	0	2.70	11.42	206	24.25	213
3L-2S			MI	703	638	542	466	356	282	199	146	112	90	0	2.90	13.59	178	24.17	195
6-#14	6.02	1068	MA	795	742	627	535	408	329	232	177	139	114	97	2.80	15.23	187	30.25	273
3L-2S			MI	821	746	635	547	418	332	236	182	149	121	101	3.06	20.13	148	31.38	266
8-#5	1.10	631	MA	505	477	410	352	264	199	105	0	0	0	0	2.54	7.15	228	13.22	73
2L-4S			MI	493	439	356	287	191	132	0	0	0	0	0	2.05	5.28	223	10.48	63
8-#6	1.57	672	MA	537	508	439	380	290	232	135	0	0	0	0	2.70	8.27	226	15.87	100
2L-4S			MI	520	463	376	305	213	151	91	0	0	0	0	2.09	5.84	219	12.13	85

(Continued)

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.
(4) L = long face, S = short face, E = each face; 3E = 3 bars each face; 2L-3S = 2 bars each long face and 3 each short face.

Tabla 25. Columnas rectangulares unidas 14"x16", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, flexión en el eje mayor o menor.

RECTANGULAR TIED COLUMNS

Bars Grade 60 — Concrete $f'_c = 4{,}000$ psi

Short columns (1)—no sidesway
Bending on major or minor axis

14″ × 16″

$0.10 f'_c A_g = 89$ kips (2)

(4) Bars	p %	P_u at e = 0 (kips)	AXIS	P_u (kips) — ULTIMATE USABLE CAPACITY $\phi = 0.70$ (2) — Eccentricity, $e = M_u/P_u$											OT (3)	Balance		89k (2)	O (2)
				0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
8-#7	2.14	723	MA	576	546	474	412	320	259	169	113	0	0	0	2.87	9.65	224	19.10	132
2L-4S			MI	554	492	400	327	233	171	107	0	0	0	0	2.13	6.55	215	14.07	107
8-#8	2.82	783	MA	622	590	514	449	353	288	206	142	106	0	0	3.04	11.29	221	22.84	170
2L-4S			MI	593	526	428	352	253	191	122	0	0	0	0	2.17	7.43	208	16.05	130
8-#9	3.57	850	MA	673	638	558	489	387	318	234	170	128	103	0	3.20	13.12	218	26.96	210
2L-4S			MI	637	563	458	377	273	211	137	101	0	0	0	2.20	8.47	201	17.93	154
8-#5	1.10	631	MA	499	469	398	336	245	176	100	0	0	0	0	2.36	6.47	230	12.96	73
3E			MI	497	446	367	302	209	141	0	0	0	0	0	2.15	5.70	224	11.10	63
8-#6	1.57	672	MA	528	497	424	360	268	205	121	0	0	0	0	2.46	7.30	228	15.33	100
3E			MI	526	472	391	324	234	166	98	0	0	0	0	2.23	6.42	220	12.97	85
8-#7	2.14	723	MA	565	532	454	389	294	233	145	102	0	0	0	2.57	8.32	226	17.94	132
3E			MI	562	505	419	350	257	194	117	0	0	0	0	2.31	7.33	216	15.13	112
8-#8	2.82	783	MA	608	573	490	421	321	258	171	122	94	0	0	2.67	9.54	223	20.95	168
3E			MI	605	543	452	379	283	221	138	99	0	0	0	2.39	8.45	210	17.48	142
8-#9	3.57	850	MA	656	617	529	456	350	283	197	141	110	90	0	2.77	10.90	220	24.15	207
3E			MI	651	584	487	410	308	242	160	115	0	0	0	2.46	9.77	203	20.03	172
8-#10	4.53	935	MA	717	674	578	499	386	314	227	166	129	106	0	2.87	12.71	216	28.02	247
3E			MI	711	637	531	449	340	267	186	134	104	0	0	2.53	11.61	193	23.09	203
8-#11	5.57	1027	MA	780	732	626	540	418	341	244	186	146	119	101	2.96	15.12	199	31.43	280
3E			MI	771	689	572	483	362	284	198	149	117	96	0	2.59	14.31	169	25.73	228
8-#5	1.10	631	MA	494	463	389	323	228	161	91	0	0	0	0	2.24	5.96	230	12.20	73
4L-2S			MI	503	455	380	318	231	156	0	0	0	0	0	2.30	6.26	223	11.27	63
8-#6	1.57	672	MA	522	489	411	343	248	183	112	0	0	0	0	2.29	6.59	228	14.21	99
4L-2S			MI	535	484	408	344	256	191	106	0	0	0	0	2.43	7.22	219	13.46	85
8-#7	2.14	723	MA	557	521	438	367	269	206	130	93	0	0	0	2.35	7.36	225	16.57	126
4L-2S			MI	573	520	440	375	283	224	133	90	0	0	0	2.56	8.43	215	16.10	112
8-#8	2.82	783	MA	597	559	469	395	292	229	148	108	0	0	0	2.41	8.30	222	19.20	154
4L-2S			MI	618	562	478	409	313	250	163	112	0	0	0	2.69	9.92	208	19.18	143
8-#9	3.57	850	MA	642	600	503	425	316	250	167	122	97	0	0	2.45	9.36	218	21.60	183
4L-2S			MI	667	607	518	445	343	277	194	135	103	0	0	2.82	11.67	201	22.46	176
8-#10	4.53	935	MA	699	652	547	462	346	275	189	140	110	91	0	2.50	10.78	213	24.50	220
4L-2S			MI	730	665	569	491	381	308	219	163	125	101	0	2.95	14.14	190	26.67	217
8-#11	5.57	1027	MA	757	705	588	496	371	295	206	153	122	100	0	2.55	12.74	195	26.89	249
4L-2S			MI	795	723	617	532	413	329	234	181	144	116	97	3.04	17.70	166	30.23	254
10-#10	5.66	1036	MA	782	731	620	530	405	327	234	176	140	115	98	2.73	13.66	209	30.58	279
4L-3S			MI	788	709	596	507	388	311	219	165	129	105	0	2.69	14.48	185	28.04	249
10-#11	6.96	1151	MA	858	800	675	577	441	356	253	196	155	129	110	2.79	16.70	188	34.03	315
4L-3S			MI	864	775	649	553	420	333	235	181	146	119	101	2.75	18.71	157	31.56	282

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11.
(3) "OT" is zero tension bars on the tension side. Splices carry design compression only.
(4) L = long face, S = short face, E = each face; 3E = 3 bars each face; 2L-3S = 2 bars each long face and 3 each short face.

Tabla 26. Columnas rectangulares unidas 14"x16", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, flexión en el eje mayor o menor.

RECTANGULAR TIED COLUMNS

Bars Grade 60 — Concrete f'_c = 4,000 psi

Short columns (1)—no sidesway — Bending on major or minor axis — MI, MA — 14″ × 18″

$0.10 f'_c A_g$ = 101 kips (2)

Bars	p %	P_u at e = 0 (kips)	AXIS	P_u (kips) ULTIMATE USABLE CAPACITY ϕ = 0.70 (2) — Eccentricity, $e = M_u/P_u$											OT (3)	Balance		101 k (2)	O (2)
				0.1f	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
4-#8	1.25	725	MA	581	566	498	435	337	270	158	0	0	0	0	2.88	8.45	258	15.96	104
2E			MI	576	520	435	364	264	184	0	0	0	0	0	2.38	6.58	243	11.79	78
4-#9	1.58	758	MA	607	592	521	458	358	290	185	120	0	0	0	3.02	9.36	256	18.12	128
2E			MI	601	543	456	384	283	210	116	0	0	0	0	2.47	7.28	239	13.28	95
4-#10	2.01	801	MA	640	624	551	486	384	314	217	145	106	0	0	3.17	10.53	253	20.88	159
2E			MI	633	573	482	408	304	238	138	0	0	0	0	2.57	8.20	232	15.13	117
4-#11	2.47	847	MA	673	657	581	513	407	334	243	167	123	0	0	3.34	11.74	249	23.40	189
2E			MI	665	601	507	430	318	249	156	107	0	0	0	2.68	9.30	218	16.75	137
4-#14	3.57	956	MA	755	738	654	580	465	385	286	218	165	131	109	3.61	14.77	241	29'92	263
2E			MI	743	673	569	485	361	284	199	140	107	0	0	2.83	12.19	196	21.09	186
4-#18	6.34	1234	MA	960	938	833	742	602	503	378	298	245	209	174	4.05	24.08	208	45.56	436
2E			MI	938	849	718	610	451	357	251	193	157	133	112	3.04	24.66	129	30.97	299
6-#6	1.04	704	MA	565	551	483	422	324	256	141	0	0	0	0	2.77	7.88	261	14.69	89
2L-3S			MI	552	494	404	328	220	148	0	0	0	0	0	2.12	5.44	250	10.69	67
6-#7	1.42	742	MA	595	580	511	449	350	282	175	112	0	0	0	2.93	8.93	259	17.24	118
2L-3S			MI	578	517	424	347	245	169	101	0	0	0	0	2.17	5.98	246	12.03	88
6-#8	1.88	787	MA	630	615	543	479	378	309	210	140	102	0	0	3.10	10.18	256	20.21	151
2L-3S			MI	609	544	447	369	264	191	116	0	0	0	0	2.23	6.62	242	13.56	111
6-#9	2.38	837	MA	669	653	578	512	408	335	243	168	124	0	0	3.27	11.56	254	23.43	187
2L-3S			MI	643	574	472	391	284	214	131	0	0	0	0	2.28	7.36	236	15.10	136
6-#10	3.02	902	MA	718	701	623	553	444	368	272	202	151	119	0	3.45	13.34	250	27.52	233
2L-3S			MI	686	612	503	419	306	237	149	108	0	0	0	2.33	8.36	228	17.01	164
6-#11	3.71	970	MA	768	751	667	593	477	397	295	231	175	139	115	3.63	15.19	245	31.32	277
2L-3S			MI	730	649	532	442	321	249	164	118	0	0	0	2.39	9.70	209	18.60	182
6-#8	1.88	787	MA	614	597	518	448	340	271	170	120	0	0	0	2.69	8.36	261	18.61	150
3L-2S			MI	624	565	477	404	303	235	134	0	0	0	0	2.52	7.89	240	14.73	111
6-#9	2.38	837	MA	649	632	548	475	364	292	193	137	106	0	0	2.77	9.26	259	21.01	185
3L-2S			MI	661	600	507	432	327	258	159	108	0	0	0	2.63	8.98	233	16.97	137
6-#10	3.02	902	MA	694	675	586	509	393	317	219	158	122	0	0	2.86	10.41	256	23.94	228
3L-2S			MI	708	643	546	467	357	283	189	131	0	0	0	2.74	10.46	225	19.75	168
6-#11	3.71	970	MA	741	720	624	542	419	340	243	175	136	112	0	2.96	11.69	250	26.43	261
3L-2S			MI	756	686	582	499	378	299	211	149	113	0	0	2.85	12.35	205	22.17	197
6-#14	5.35	1134	MA	855	830	718	624	486	395	288	221	172	142	120	3.10	14.83	240	33.07	335
3L-2S			MI	874	794	675	580	441	350	247	191	151	122	103	3.01	17.69	174	28.51	269
8-#8	2.50	850	MA	679	664	588	522	417	344	253	177	131	103	0	3.30	11.93	254	24.44	198
2L-4S			MI	647	574	466	382	273	204	129	0	0	0	0	2.16	7.03	236	15.09	134
8-#9	3.17	917	MA	730	714	635	565	455	377	280	212	159	126	104	3.49	13.80	251	28.75	246
2L-4S			MI	690	611	496	408	294	226	145	106	0	0	0	2.19	7.94	228	16.80	158
8-#9	3.17	917	MA	713	695	608	532	416	340	243	176	136	110	0	3.02	11.43	256	26.18	243
3E			MI	704	632	526	442	330	258	166	119	0	0	0	2.43	9.09	231	18.60	175
8-#10	4.03	1002	MA	776	755	661	579	457	373	274	206	160	130	110	3.14	13.19	253	30.42	300
3E			MI	764	684	570	481	362	284	192	138	108	0	0	2.50	10.67	220	21.38	209
8-#11	4.95	1094	MA	839	817	714	626	494	405	298	232	180	148	124	3.26	15.12	246	34.18	341
3E			MI	824	736	611	515	384	301	210	154	120	0	0	2.57	12.91	196	23.62	234
8-#8	2.50	850	MA	654	635	547	469	354	280	185	135	105	0	0	2.62	8.76	259	20.82	183
4L-2S			MI	672	610	517	441	336	267	168	114	0	0	0	2.64	9.23	236	17.70	144
8-#9	3.17	917	MA	699	679	584	502	382	304	207	152	120	0	0	2.68	9.78	257	23.58	218
4L-2S			MI	721	655	558	478	367	294	199	138	104	0	0	2.76	10.75	228	20.65	177

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for," page 2-11.

(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11.

(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. At lesser eccentricities all splices carry design compression only.

(4) L = long face, S = short face, E = each face; 3E = 3 bars each face; 2L-3S = 2 bars each long face and 3 each short face.

Tabla 27. Columnas rectangulares unidas 14"x18", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, flexión en el eje mayor o menor.

RECTANGULAR TIED COLUMNS

Bars Grade 60 — Concrete f'_c = 4,000 psi

Short columns (1)—no sidesway — Bending on major or minor axis — MI. MA. — 16″ × 16″

$0.10f'_c A_g$ = 102 kips (2)

Bars	p %	P_u at e = 0 (kips)	AXIS	Pu (kips) ULTIMATE USABLE CAPACITY ϕ = 0.70 (2) — Eccentricity, $e = M_u/P_u$											OT (3)	Balance		102 k (2)	O (2)
				0.1f	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
6-#6	1.03	714	MA	571	539	463	395	295	217	112	0	0	0	0	2.53	6.97	260	12.71	78
2F			MI	561	527	445	372	267	185	107	0	0	0	0	2.31	6.13	262	12.37	78
6-#7	1.40	752	MA	600	567	489	421	319	253	141	0	0	0	0	2.66	7.87	258	14.82	103
2F			MI	588	552	467	393	287	210	124	0	0	0	0	2.38	6.73	260	14.09	103
6-#8	1.85	797	MA	635	601	520	451	346	279	171	113	0	0	0	2.80	8.93	255	17.29	131
2F			MI	619	581	493	417	309	237	143	0	0	0	0	2.45	7.43	258	15.92	131
6-#9	2.34	847	MA	673	637	553	481	374	303	203	137	0	0	0	2.94	10.10	252	20.01	162
2F			MI	654	614	520	442	331	261	162	116	0	0	0	2.52	8.22	255	17.90	160
6-#10	2.97	911	MA	721	683	595	520	407	332	239	165	124	0	0	3.09	11.64	248	23.33	201
2F			MI	698	655	556	473	356	284	185	133	103	0	0	2.59	9.24	251	20.21	197
6-#11	3.65	980	MA	771	730	636	556	437	358	259	189	143	114	0	3.23	13.49	234	26.40	237
2F			MI	744	696	589	502	379	302	204	147	115	0	0	2.67	10.51	238	22.28	222
6-#14	5.27	1144	MA	891	845	738	647	513	423	307	240	192	155	129	3.46	18.31	213	34.45	327
2F			MI	855	799	675	575	438	351	246	184	144	118	0	2.77	13.71	218	27.51	282
8-#6	1.37	749	MA	599	565	488	420	319	251	139	0	0	0	0	2.64	7.80	259	14.71	101
2F			MI	583	546	458	382	274	199	118	0	0	0	0	2.28	6.33	261	13.35	101
8-#7	1.87	799	MA	638	603	523	453	350	281	175	116	0	0	0	2.80	9.00	256	17.54	134
2F			MI	617	578	485	407	296	223	139	0	0	0	0	2.33	7.01	258	15.42	130
8-#8	2.46	860	MA	684	647	563	491	383	311	213	145	108	0	0	2.96	10.43	253	20.85	171
2F			MI	658	615	517	434	319	249	158	115	0	0	0	2.39	7.82	255	17.86	159
8-#9	3.12	926	MA	734	696	607	531	418	342	250	174	131	104	0	3.11	12.01	250	24.42	212
2F			MI	703	657	551	464	344	271	177	130	0	0	0	2.43	8.74	251	20.00	189
8-#10	3.96	1012	MA	798	757	662	581	461	379	280	210	159	128	106	3.28	14.11	245	28.96	263
2F			MI	760	709	594	502	374	296	200	147	116	0	0	2.48	9.97	245	22.67	226
8-#11	4.87	1104	MA	864	820	716	629	499	412	303	237	184	148	123	3.42	16.79	227	32.96	310
2F			MI	818	762	635	536	400	316	219	162	128	105	0	2.54	11.61	227	24.83	259
COLUMN SIZE 16″ × 18″																	$0.10f'_c A_g$ = 115 kips		
4-#8	1.09	810	MA	649	633	555	485	372	296	164	0	0	0	0	2.82	8.02	295	14.89	105
2E			MI	647	611	524	448	334	249	130	0	0	0	0	2.59	7.13	290	12.95	92
4-#9	1.38	844	MA	675	659	579	508	394	317	192	124	0	0	0	2.95	8.81	293	16.79	130
2E			MI	673	635	547	470	355	279	154	0	0	0	0	2.69	7.82	287	14.54	113
4-#10	1.76	887	MA	708	691	609	536	421	342	225	149	0	0	0	3.09	9.83	291	19.18	161
2E			MI	705	666	576	497	380	304	182	120	0	0	0	2.81	8.70	284	16.56	140
4-#11	2.16	933	MA	742	724	639	563	445	363	253	171	126	0	0	3.25	10.90	285	21.44	191
2E			MI	738	698	603	521	401	322	206	139	0	0	0	2.94	9.71	273	18.38	165
4-#14	3.12	1042	MA	824	805	712	631	504	415	306	224	168	134	0	3.51	13.52	277	27.12	265
2E			MI	819	775	672	584	455	368	261	182	137	0	0	3.15	12.20	257	23.14	227
4-#18	5.55	1319	MA	1029	1005	892	793	641	534	399	313	258	212	177	3.94	21.33	244	40.78	439
2E			MI	1019	965	838	733	578	467	334	260	213	173	144	3.47	20.35	209	34.30	371
6-#7	1.25	828	MA	664	647	569	498	386	309	181	115	0	0	0	2.86	8.44	296	16.00	119
2L-3S			MI	649	609	515	433	314	225	132	0	0	0	0	2.36	6.48	293	13.37	104
6-#8	1.64	873	MA	699	682	602	529	415	337	219	143	0	0	0	3.02	9.53	294	18.64	153
2L-3S			MI	680	638	540	456	336	252	151	0	0	0	0	2.43	7.11	290	15.06	133

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for," page 2-11.

(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11.

(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. At lesser eccentricities all splices carry design compression only.

(4) L = long face, S = short face, E = each face; 3E = 3 bars each face; 2L-3S = 2 bars each long face and 3 each short face; 2F = two faces (half of the bars in each.)

Tabla 28. Columnas rectangulares unidas 16"x16" y 16"x18", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, flexión en el eje mayor o menor.

RECTANGULAR TIED COLUMNS

Bars Grade 60 — Concrete f'_c = 4,000 psi

Short columns (1)—no sidesway — Bending on major or minor axis — MI, MA — 16″ × 18″

$0.10 f'_c A_g$ = 115 kips (2)

Bars	p %	P_u at e = 0 (kips)	AXIS	P_u (kips) ULTIMATE USABLE CAPACITY ϕ = 0.70 (2) — Eccentricity, e = M_u/P_u											OT (3)	Balance		115 k (2)	O (2)
				0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
6-#9	2.08	923	MA	738	720	637	562	446	364	255	172	126	0	0	3.18	10.73	291	21.44	189
2L-3S			MI	715	671	568	481	359	280	171	121	0	0	0	2.49	7.81	288	16.79	163
6-#10	2.64	987	MA	787	769	681	604	482	398	293	207	154	121	0	3.35	12.28	288	25.01	235
2L-3S			MI	759	712	604	513	386	305	194	139	0	0	0	2.56	8.71	284	18.96	200
6-#11	3.25	1056	MA	837	818	725	644	516	427	316	237	178	141	117	3.53	13.88	282	28.39	279
2L-3S			MI	805	753	637	541	409	323	214	153	119	0	0	2.65	9.82	269	20.76	230
6-#14	4.68	1220	MA	960	938	834	743	601	501	375	300	239	191	159	3.82	17.98	271	36.95	388
2L-3S			MI	916	856	723	615	467	372	261	191	149	122	0	2.74	12.57	250	25.44	291
6-#7	1.25	828	MA	651	633	548	471	352	267	158	0	0	0	0	2.57	7.24	300	15.38	119
3L-2S			MI	662	625	538	462	348	268	145	0	0	0	0	2.62	7.49	291	13.93	104
6-#8	1.64	873	MA	683	664	576	497	375	296	181	127	0	0	0	2.65	7.95	298	17.40	152
3L-2S			MI	696	658	569	491	376	301	176	116	0	0	0	2.75	8.44	288	16.10	133
6-#9	2.08	923	MA	718	698	606	524	399	318	204	144	0	0	0	2.73	8.73	296	19.47	187
3L-2S			MI	734	695	602	522	404	326	209	140	0	0	0	2.88	9.47	285	18.49	164
6-#10	2.64	987	MA	763	742	644	558	429	345	232	166	128	0	0	2.82	9.74	293	22.08	231
3L-2S			MI	783	741	644	561	438	356	246	169	126	0	0	3.02	10.83	281	21.49	202
6-#11	3.25	1056	MA	809	787	682	591	455	368	256	184	143	117	0	2.92	10.85	287	24.32	272
3L-2S			MI	832	788	685	597	468	382	274	193	146	116	0	3.16	12.43	266	24.26	239
6-#14	4.68	1220	MA	923	896	776	673	523	426	308	230	180	147	124	3.05	13.56	277	30.12	346
3L-2S			MI	953	903	787	689	545	448	323	252	195	157	130	3.39	16.56	245	31.29	330
8-#6	1.22	825	MA	662	645	567	497	385	308	180	0	0	0	0	2.84	8.36	297	15.91	117
2L-4S			MI	644	603	506	421	300	214	124	0	0	0	0	2.27	6.13	294	12.67	102
8-#7	1.66	875	MA	702	685	604	532	418	340	222	146	0	0	0	3.01	9.59	295	18.86	155
2L-4S			MI	678	635	533	446	322	239	148	0	0	0	0	2.32	6.73	291	14.55	134
8-#8	2.19	936	MA	748	731	647	572	455	373	265	181	133	0	0	3.20	11.05	292	22.33	200
2L-4S			MI	719	673	565	474	346	266	168	121	0	0	0	2.37	7.45	287	16.68	164
8-#9	2.77	1002	MA	799	781	693	616	493	408	301	218	162	128	0	3.38	12.67	288	26.10	248
2L-4S			MI	764	714	599	504	371	292	188	137	0	0	0	2.42	8.26	283	18.80	194
8-#10	3.52	1088	MA	865	845	752	670	540	449	335	260	197	157	129	3.58	14.77	284	30.87	308
2L-4S			MI	821	766	642	541	402	317	212	155	122	0	0	2.46	9.34	277	21.19	231
8-#11	4.33	1180	MA	932	911	811	722	585	487	364	291	228	182	151	3.76	16.95	278	35.38	367
2L-4S			MI	879	818	683	575	428	337	230	169	133	0	0	2.52	10.75	259	23.08	266
8-#6	1.22	825	MA	652	635	552	477	361	277	163	0	0	0	0	2.62	7.48	300	15.52	117
3E			MI	650	612	520	440	323	234	135	0	0	0	0	2.40	6.68	294	13.54	102
8-#7	1.66	875	MA	689	671	585	508	389	310	193	134	0	0	0	2.73	8.38	298	18.15	155
3E			MI	687	646	551	469	349	269	160	0	0	0	0	2.50	7.47	291	15.66	135
8-#8	2.19	936	MA	733	714	624	543	420	339	225	158	121	0	0	2.85	9.44	296	21.03	198
3E			MI	730	687	587	501	379	301	188	132	0	0	0	2.59	8.41	289	18.07	172
8-#9	2.77	1002	MA	782	761	665	581	453	368	257	183	141	0	0	2.96	10.63	294	24.01	245
3E			MI	778	732	626	537	408	328	216	153	118	0	0	2.68	9.46	285	20.54	211
8-#10	3.52	1088	MA	844	822	719	629	494	404	293	214	166	135	0	3.08	12.16	290	27.79	303
3E			MI	839	789	675	581	445	359	249	178	138	0	0	2.77	10.84	280	23.69	260
8-#11	4.33	1180	MA	908	883	772	675	531	434	318	241	187	152	129	3.20	13.83	283	31.10	351
3E			MI	901	846	723	622	477	387	274	200	155	127	0	2.87	12.58	263	26.26	296
8-#14	6.25	1398	MA	1064	1036	903	792	626	514	380	300	241	197	167	3.37	18.04	270	39.61	460
3E			MI	1053	988	843	726	561	458	325	251	199	163	138	3.00	17.09	237	33.35	384
8-#6	1.22	825	MA	646	628	540	461	338	251	150	0	0	0	0	2.46	6.83	301	14.46	117
4L-2S			MI	660	623	536	461	347	267	144	0	0	0	0	2.59	7.43	292	13.82	102

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for," page 2-11.

(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 3-11.

(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. At lesser eccentricities all splices carry design compression only.

(4) L = long face, S = short face, E = each face; 3E = 3 bars each face; 2L-3S = 2 bars each long face and 3 each short face.

Tabla 29. Columnas rectangulares unidas 16"x18", Columnas cortas, sin desplazamiento lateral, flexión en el eje mayor o menor.

Cubierta para centro de barras verticales

Bar Size	#5	#6	#7	#8	#9	#10	#11	#14	#18
d_r (in.)	2.19	2.25	2.31	2.38	2.44	2.51	2.71	2.85	3.12

Tabla 30. Cubierta para centro de barras verticales

Áreas de acero y barras de Orientación

En muchos manuales de diseño, los cálculos para las capacidades tabulados de columnas redondas se basan en la suposición de que el comportamiento de las barras verticales es la misma que la de un tubo de acero vertical de área de sección transversal equivalente y diámetro medio igual a $(h - 2d_r)$. El método de tubo de área equivalente en la precisión incrementa con el aumento de número de barras verticales y da una única capacidad media para doblar en cualquier dirección. Dado que el Código 1971 permite el uso de columnas redondas atadas con un mínimo de 4 barras verticales (mínimo 6 con espirales), las capacidades de carga en el presente documento se han calculado utilizando áreas de barras reales, orientada de manera que una barra se encuentra en el eje x para la flexión alrededor del eje x. Ver fig. 111. El método bar-por-bar es, por supuesto, más preciso para un pequeño número de barras verticales.

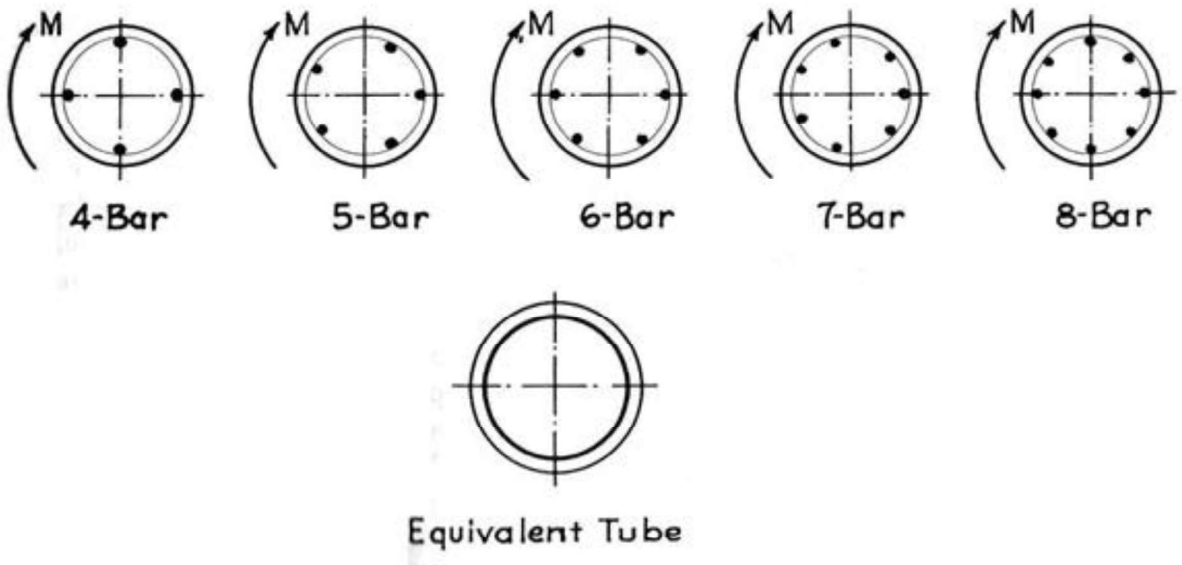


Figura 111. Orientación de patrones de barras usadas para el cálculo de las tablas de capacidad de carga.

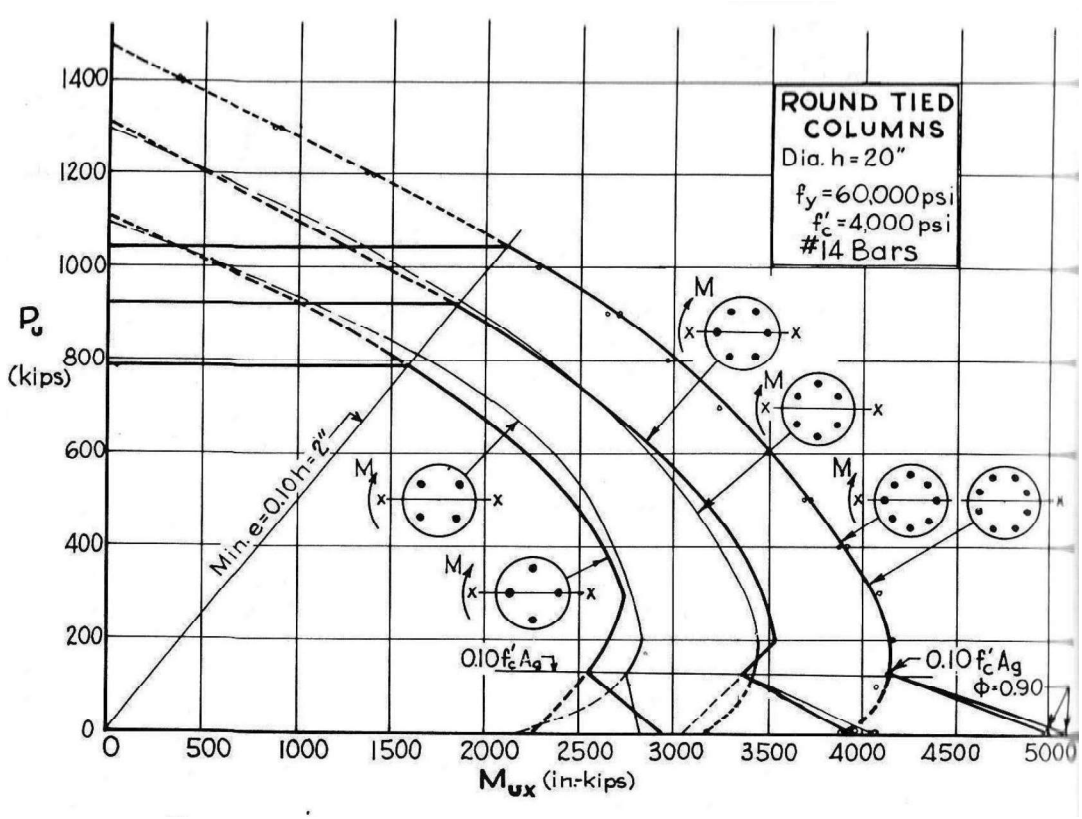


Figura 112. Efecto de la barra de Orientación sobre Capacidad de Carga.

TABLE 4.3 SPIRALS FOR ROUND COLUMNS

GRADE 60 SPIRAL SIZES FOR ROUND COLUMNS			
Column * Diameter (inches)	f'_c = 4,000 psi	f'_c = 5,000 psi	f'_c = 6,000 psi
12	⅜Φ @ 2"	½Φ @ 2¾"	½Φ @ 2¼"
14	⅜Φ @ 2"	½Φ @ 3"	½Φ @ 2½"
16	⅜Φ @ 2"	½Φ @ 3"	½Φ @ 2½"
18	⅜Φ @ 2"	½Φ @ 3"	½Φ @ 2½"
20	⅜Φ @ 2"	½Φ @ 3"	½Φ @ 2½"
22	⅜Φ @ 2"	½Φ @ 3"	½Φ @ 2½"
24	⅜Φ @ 2"	⅜Φ @ 1¾"	½Φ @ 2½"
26	⅜Φ @ 2¼"	⅜Φ @ 1¾"	½Φ @ 2½"
28	⅜Φ @ 2¼"	⅜Φ @ 1¾"	½Φ @ 2½"
30	⅜Φ @ 2¼"	⅜Φ @ 1¾"	½Φ @ 2¾"
32	⅜Φ @ 2¼"	⅜Φ @ 1¾"	½Φ @ 2¾"
34	⅜Φ @ 2¼"	⅜Φ @ 1¾"	½Φ @ 2¾"
36	⅜Φ @ 2¼"	⅜Φ @ 1¾"	½Φ @ 2¾"

* Spiral size-pitch combinations shown are for standard 1½ in. cover. Outside spiral diameter (core diameter) is 3 in. less than column diameter.

Tabla 31. Espirales para columnas redondas.

TABLE 4-2 MINIMUM SIZES AND SPACINGS OF TIES

COLUMN DIAMETER h (inches)	VERTICAL BAR SIZE								
	All ties #3						All ties #4		
	#5	#6	#7	#8	#9	#10	#11	#14	#18
12"	10"	12"	12"	12"	12"	12"	12"	12"	—
14"	10"	12"	14"	14"	14"	14"	14"	14"	—
16"	10"	12"	14"	16"	16"	16"	16"	16"	16"
18"	—	12"	14"	16"	18"	18"	18"	18"	18"
20"	—	—	—	16"	18"	18"	20"	20"	20"
22"	—	—	—	16"	18"	18"	22"	22"	22"
24"	—	—	—	—	—	18"	22"	24"	24"
26"	—	—	—	—	—	18"	22"	24"	24"
28"	—	—	—	—	—	18"	22"	24"	24"
30"	—	—	—	—	—	18"	22"	24"	#4 @ 24" #5 @ 30"
32"	—	—	—	—	—	18"	22"	24"	#4 @ 24" #5 @ 32"
34"	—	—	—	—	—	18"	22"	24"	#4 @ 24" #5 @ 34"
36"	—	—	—	—	—	18"	22"	24"	#4 @ 24" #5 @ 36"

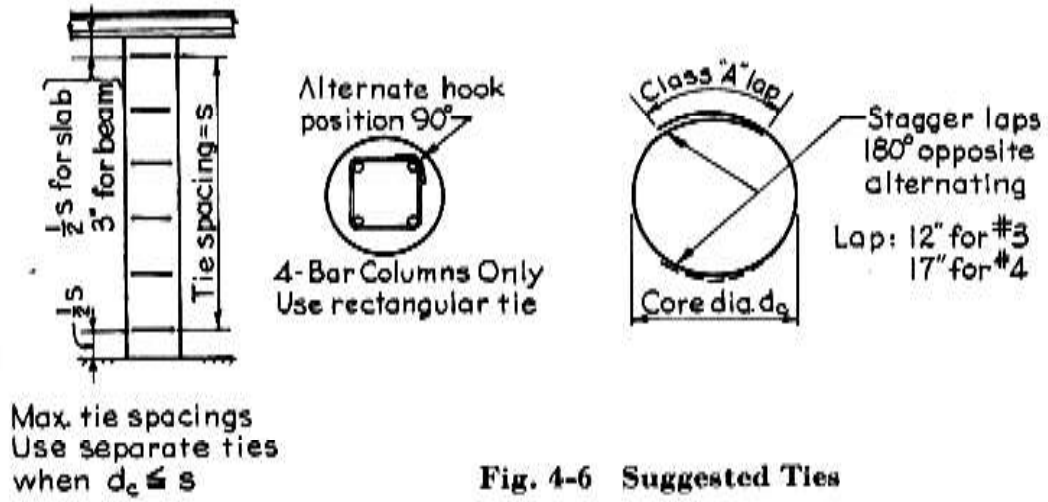


Fig. 4-6 Suggested Ties

Tabla 32. Medidas mínimas y separaciones de las uniones.

Bars Grade 60		ROUND TIED COLUMNS 12″ DIA. Short columns; no sidesway (1)												$0.10f'_cA_g$ = 45 kips (2) For P_u at (2)				
Concrete f'_c = 4,000 psi		P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity												OT (3)	Balance		45 k (2)	O (3)
Bars	p %	M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70)												e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
		0	0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″					
4-#5	1.09	318	237	189	140	104	61	0	0	0	0	0	0	1.39	4.13	101	7.57	24
4-#6	1.55	339	250	199	148	113	70	48	0	0	0	0	0	1.43	4.60	98	8.57	33
4-#7	2.12	364	265	211	158	122	80	56	0	0	0	0	0	1.47	5.22	94	9.70	40
4-#8	2.79	394	282	224	169	132	89	64	0	0	0	0	0	1.50	6.01	89	10.97	47
4-#9	3.53	427	302	239	180	142	97	72	45	0	0	0	0	1.53	7.01	84	12.19	53
4-#10	4.49	470	326	258	194	153	106	80	52	0	0	0	0	1.56	8.54	76	13.69	61
4-#11	5.51	516	350	274	203	159	110	83	56	0	0	0	0	1.60	11.55	59	14.79	67
4-#14	7.95	626	409	313	231	182	126	96	65	49	0	0	0	1.62	26.02	31	17.65	83
5-#5	1.37	330	246	196	145	110	69	47	0	0	0	0	0	1.49	4.61	95	8.31	28
5-#6	1.94	356	262	209	156	120	79	57	0	0	0	0	0	1.53	5.32	91	9.68	37
5-#7	2.65	388	282	224	168	131	89	65	0	0	0	0	0	1.57	6.28	85	11.23	45
5-#8	3.49	426	305	242	182	142	98	74	47	0	0	0	0	1.60	7.61	78	12.70	55
5-#9	4.42	467	330	261	196	154	106	81	53	0	0	0	0	1.63	9.44	69	14.25	64
5-#10	5.61	521	361	285	213	168	117	89	60	0	0	0	0	1.65	12.70	57	16.11	75
5-#11	6.89	578	391	301	223	176	122	93	63	47	0	0	0	1.67	21.98	35	17.02	81
6-#5	1.64	343	254	204	151	116	75	51	0	0	0	0	0	1.66	5.41	85	8.93	33
6-#6	2.33	374	274	219	163	127	86	61	0	0	0	0	0	1.70	6.55	79	10.42	42
6-#7	3.18	412	297	238	178	139	95	72	46	0	0	0	0	1.75	8.26	70	12.20	51
6-#8	4.19	457	325	259	194	153	106	80	54	0	0	0	0	1.79	10.97	59	14.07	61
6-#9	5.30	507	356	281	211	167	116	89	60	0	0	0	0	1.82	15.54	47	16.20	72
6-#10	6.73	571	394	309	231	183	128	98	67	51	0	0	0	1.84	27.59	30	18.13	84
7-#5	1.91	355	262	209	156	120	80	56	0	0	0	0	0	1.48	5.11	95	9.73	36
7-#6	2.72	391	285	227	171	133	91	67	0	0	0	0	0	1.53	6.09	89	11.41	47
7-#7	3.71	435	313	248	188	147	102	77	50	0	0	0	0	1.57	7.48	82	13.31	58
7-#8	4.88	488	345	273	206	163	113	86	58	0	0	0	0	1.60	9.52	73	15.50	70
7-#9	6.18	546	381	299	226	179	125	96	65	49	0	0	0	1.63	12.56	62	17.35	81
8-#8	5.58	519	366	287	219	173	121	92	62	46	0	0	0	1.56	9.94	75	16.60	77

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 4-1, page 4-4.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 33. Columnas redondas unidas 12" de diámetro, columnas cortas, sin desplazamiento lateral.

Bars Grade 60		**ROUND TIED COLUMNS 14″ DIA.** Short columns; no sidesway (1)												$0.10f'_cA_g$ = 61 kips (2) For P_u at (2)				
Concrete f'_c = 4,000 psi		P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity												OT (3)	Balance		61 k (2)	O (2)
		M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70)												e	e	P_u	e	M_u
Bars	p %	0	0.1f	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	(in.)	(in.)	(k)	(in.)	(k-ft.)
4-#6	1.14	436	326	283	220	173	107	73	0	0	0	0	0	1.53	4.77	145	9.18	41
4-#7	1.55	461	342	297	232	184	120	84	0	0	0	0	0	1.58	5.24	143	10.31	53
4-#8	2.05	491	360	313	246	197	134	95	0	0	0	0	0	1.62	5.81	140	11.53	65
4-#9	2.59	525	381	331	261	210	146	106	66	0	0	0	0	1.67	6.47	136	12.90	75
4-#10	3.30	567	406	353	279	225	158	119	75	0	0	0	0	1.71	7.38	130	14.40	86
4-#11	4.05	613	432	373	294	237	166	127	82	0	0	0	0	1.77	8.68	118	15.72	95
4-#14	5.84	723	495	426	336	270	191	147	100	73	0	0	0	1.83	12.21	99	19.01	118
5-#5	1.00	428	323	281	218	169	106	70	0	0	0	0	0	1.61	4.80	141	8.81	35
5-#6	1.42	453	340	295	231	182	120	84	0	0	0	0	0	1.65	5.34	137	10.14	47
5-#7	1.94	485	360	313	246	196	134	97	0	0	0	0	0	1.71	6.02	133	11.64	60
5-#8	2.56	523	384	334	263	211	146	109	70	0	0	0	0	1.76	6.89	128	13.38	74
5-#9	3.24	564	411	357	282	226	159	121	78	0	0	0	0	1.80	7.94	122	15.25	87
5-#10	4.12	618	445	385	305	246	174	133	88	65	0	0	0	1.85	9.46	114	17.06	102
5-#11	5.06	675	477	411	324	259	183	141	96	71	0	0	0	1.90	11.92	97	18.47	116
5-#14	7.30	812	559	479	374	300	213	164	113	86	69	0	0	1.94	20.29	68	22.58	145
6-#5	1.20	440	331	288	226	176	113	76	0	0	0	0	0	1.81	5.45	129	9.43	41
6-#6	1.71	471	351	306	241	190	129	91	0	0	0	0	0	1.87	6.27	124	10.91	55
6-#7	2.33	509	375	328	260	207	143	106	65	0	0	0	0	1.93	7.37	117	12.66	70
6-#8	3.07	554	404	353	281	224	157	120	76	0	0	0	0	1.99	8.84	109	14.60	84
6-#9	3.89	604	436	381	303	243	172	132	88	64	0	0	0	2.04	10.77	100	16.66	98
6-#10	4.95	668	477	416	330	266	189	146	100	74	0	0	0	2.09	13.92	87	19.05	115
6-#11	6.08	737	517	449	351	282	201	155	106	80	65	0	0	2.14	20.43	64	21.11	130
7-#5	1.40	452	339	296	231	182	120	84	0	0	0	0	0	1.59	5.17	142	10.14	46
7-#6	2.00	488	363	316	249	198	136	98	0	0	0	0	0	1.66	5.90	139	11.99	61
7-#7	2.72	533	391	342	269	216	151	114	72	0	0	0	0	1.72	6.83	134	13.96	77
7-#8	3.59	585	425	371	293	237	168	128	84	61	0	0	0	1.77	8.03	128	16.09	94
7-#9	4.54	644	463	403	319	258	184	142	95	71	0	0	0	1.82	9.52	121	18.33	112
7-#10	5.77	718	510	443	350	285	204	157	108	81	64	0	0	1.87	11.75	110	21.16	132
7-#11	7.09	799	557	480	377	304	217	167	115	87	70	0	0	1.91	15.86	88	22.90	147
8-#8	4.10	617	448	389	308	249	178	137	91	68	0	0	0	1.73	8.29	132	17.63	104
8-#9	5.19	683	491	426	337	273	196	152	103	77	62	0	0	1.78	9.84	125	20.12	123
8-#10	6.60	769	547	472	373	303	219	170	116	88	70	0	0	1.82	12.15	115	22.93	146

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 4-1, page 4-4.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 34. Columnas redondas unidas 14" de diámetro, columnas cortas, sin desplazamiento lateral.

Bars Grade 60		ROUND TIED COLUMNS 16″ DIA. Short columns; no sidesway (1)												$0.10f'_cA_g$ = 80 kips (2) For P_u at (2)				
Concrete f'_c = 4,000 psi		P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity												OT (3)	Balance		80 k (2)	O (2)
		M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70)												e	e	P_u	e	M_u
Bars	p %	0	0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	(in.)	(in.)	(k)	(in.)	(k-ft.)
4-#7	1.19	573	430	397	321	259	174	119	0	0	0	0	0	1.67	5.43	196	10.87	65
4-#8	1.57	604	449	415	337	274	191	134	81	0	0	0	0	1.72	5.90	195	12.12	82
4-#9	1.98	637	470	434	353	289	205	148	91	0	0	0	0	1.77	6.43	192	13.39	99
4-#10	2.52	680	497	459	374	307	221	165	103	0	0	0	0	1.83	7.13	189	15.00	114
4-#11	3.10	726	523	483	393	323	234	179	112	82	0	0	0	1.91	8.00	179	16.30	126
4-#14	4.47	835	590	543	442	365	267	206	137	100	0	0	0	2.00	10.12	166	19.67	157
4-#18	7.95	1112	753	690	559	464	339	263	182	139	111	92	0	2.11	18.18	123	27.33	225
5-#6	1.09	566	428	396	320	257	172	119	0	0	0	0	0	1.78	5.53	190	10.56	57
5-#7	1.49	597	449	415	337	274	190	136	0	0	0	0	0	1.84	6.09	187	12.02	74
5-#8	1.96	635	474	439	357	292	206	152	94	0	0	0	0	1.91	6.78	184	13.70	92
5-#9	2.48	676	502	464	378	311	222	169	108	0	0	0	0	1.97	7.56	179	15.52	111
5-#10	3.15	730	537	496	405	334	241	186	122	90	0	0	0	2.04	8.63	173	17.69	131
5-#11	3.87	787	572	527	429	354	255	197	132	97	0	0	0	2.08	10.05	160	19.43	150
5-#14	5.59	924	658	605	492	407	295	230	158	119	95	0	0	2.16	13.83	139	23.53	194
6-#6	1.31	583	439	406	331	269	184	128	0	0	0	0	0	2.01	6.33	175	11.38	67
6-#7	1.79	621	464	430	352	289	202	148	88	0	0	0	0	2.08	7.18	170	13.03	88
6-#8	2.35	666	494	458	376	311	220	168	104	0	0	0	0	2.15	8.26	163	14.90	109
6-#9	2.98	716	527	488	402	334	239	184	119	85	0	0	0	2.22	9.55	156	16.87	127
6-#10	3.78	780	568	526	434	362	261	202	137	99	0	0	0	2.29	11.42	145	19.41	150
6-#11	4.65	849	610	565	465	384	278	215	148	110	86	0	0	2.36	14.21	126	21.45	169
6-#14	6.71	1013	714	659	543	447	326	254	176	134	108	90	0	2.46	23.37	93	26.96	218
7-#5	1.07	564	427	395	321	258	173	119	0	0	0	0	0	1.69	5.38	195	10.59	57
7-#6	1.53	600	451	418	341	276	193	138	83	0	0	0	0	1.76	5.99	193	12.28	76
7-#7	2.08	645	481	446	365	298	212	159	99	0	0	0	0	1.84	6.74	190	14.36	97
7-#8	2.75	697	516	478	392	323	232	178	115	83	0	0	0	1.91	7.65	186	16.60	120
7-#9	3.48	756	554	513	422	348	253	196	131	95	0	0	0	1.97	8.71	182	18.86	143
7-#10	4.42	831	603	559	459	380	278	217	148	110	86	0	0	2.04	10.16	175	21.52	171
7-#11	5.43	911	653	603	493	408	298	232	160	120	96	0	0	2.11	12.21	158	23.80	195
7-#14	7.83	1102	775	713	581	481	353	276	192	147	118	98	84	2.20	17.90	132	29.50	249
8-#8	3.14	729	539	500	409	337	244	189	126	90	0	0	0	1.87	7.86	192	17.85	133
8-#9	3.97	795	583	541	443	366	267	209	141	105	82	0	0	1.93	8.96	188	20.45	157
8-#10	5.05	881	640	594	486	403	296	232	159	120	96	0	0	2.00	10.45	183	23.79	187
8-#11	6.20	973	697	644	524	433	319	250	173	131	105	87	0	2.06	12.59	166	26.14	214
9-#10	5.68	931	673	622	511	427	314	247	171	129	103	85	0	2.07	11.83	174	25.49	208
9-#11	6.98	1035	736	678	555	462	340	266	185	141	113	94	81	2.13	14.68	153	28.26	235
10-#10	6.31	982	708	653	536	447	333	262	182	138	110	91	0	2.22	13.96	159	27.25	226

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 4-1, page 4-4.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 35. Columnas redondas unidas 16" de diámetro, columnas cortas, sin desplazamiento lateral.

Bars Grade 60		ROUND TIED COLUMNS 18″ DIA. Short columns; no sidesway (1)												$0.10f'_cA_g$ = 102 kips (2) For P_u at (2)				
Concrete f'_c = 4,000 psi		P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity												OT (3)	Balance		102 k (2)	O (2)
		M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70)																
Bars	p %	0	0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
4-#8	1.24	731	549	530	442	366	259	182	108	0	0	0	0	1.81	6.10	255	12.60	97
4-#9	1.57	764	570	551	460	383	275	200	121	0	0	0	0	1.87	6.56	253	13.86	119
4-#10	1.99	807	598	578	483	404	294	221	136	0	0	0	0	1.93	7.16	251	15.41	145
4-#11	2.45	853	625	604	505	423	310	239	149	107	0	0	0	2.03	7.86	244	16.75	161
4-#14	3.53	962	694	670	560	471	350	275	181	131	102	0	0	2.13	9.46	237	20.20	201
4-#18	6.28	1239	863	832	693	585	438	350	243	183	144	119	0	2.30	14.32	206	27.84	289
5-#7	1.17	724	550	531	443	367	258	186	106	0	0	0	0	1.95	6.29	247	12.43	88
5-#8	1.55	762	575	556	465	387	277	206	124	0	0	0	0	2.02	6.87	244	14.06	110
5-#9	1.96	804	604	584	489	408	296	226	142	0	0	0	0	2.09	7.53	241	15.74	134
5-#10	2.49	857	640	618	518	435	319	248	161	115	0	0	0	2.17	8.39	237	17.87	162
5-#11	3.06	915	676	653	546	459	338	263	175	129	0	0	0	2.27	9.44	226	19.81	186
5-#14	4.42	1051	765	739	618	520	388	304	211	156	124	103	0	2.39	12.02	210	24.28	241
5-#18	7.85	1398	986	950	790	666	499	394	275	211	171	143	122	2.50	21.40	161	33.64	362
6-#6	1.03	710	538	521	435	361	252	175	0	0	0	0	0	2.15	6.52	231	11.82	79
6-#7	1.41	748	564	546	458	382	273	200	117	0	0	0	0	2.22	7.25	227	13.45	104
6-#8	1.86	793	594	575	484	407	295	226	136	0	0	0	0	2.30	8.13	222	15.26	131
6-#9	2.35	843	628	607	512	432	317	245	155	110	0	0	0	2.38	9.15	216	17.15	159
6-#10	2.99	907	670	649	548	464	345	268	178	127	0	0	0	2.46	10.54	208	19.57	187
6-#11	3.67	976	714	690	583	494	366	286	197	142	111	0	0	2.55	12.36	192	21.65	212
6-#14	5.30	1140	820	793	669	570	424	334	232	178	141	116	0	2.68	17.32	165	27.09	273
7-#9	2.75	883	657	635	536	452	332	259	171	124	0	0	0	2.10	8.48	246	19.21	175
7-#10	3.49	958	707	684	577	488	362	284	194	142	111	0	0	2.18	9.62	242	21.82	210
7-#11	4.29	1038	758	732	617	521	387	305	211	158	124	102	0	2.27	11.04	229	24.16	241
7-#14	6.18	1229	883	853	718	607	454	360	253	193	155	129	109	2.39	14.59	211	30.20	316
8-#9	3.14	922	686	664	561	472	349	273	185	135	104	0	0	2.05	8.70	254	20.50	195
8-#10	3.99	1008	743	720	609	514	382	302	208	156	123	0	0	2.14	9.89	250	23.72	232
8-#11	4.90	1100	802	777	654	551	410	325	227	171	137	114	0	2.23	11.37	239	26.67	265
8-#14	7.07	1319	947	917	769	648	485	387	273	210	168	141	120	2.35	14.95	224	33.40	349
9-#10	4.49	1058	777	752	635	539	404	320	223	167	133	109	0	2.22	10.94	243	25.69	257
9-#11	5.51	1162	843	816	685	581	436	346	243	184	147	122	104	2.31	12.77	230	28.66	294
9-#14	7.95	1408	1005	971	814	692	521	415	293	226	182	153	131	2.42	17.44	208	36.02	384
10-#10	4.99	1109	815	787	663	562	423	337	238	178	142	118	0	2.39	12.44	230	27.71	278
10-#11	6.13	1224	887	857	719	610	459	367	258	197	157	130	111	2.48	14.93	212	30.69	320
11-#10	5.48	1159	846	818	692	590	444	354	249	189	152	125	106	2.29	12.28	244	29.37	301
11-#11	6.74	1285	927	895	756	642	484	386	272	209	168	140	120	2.37	14.58	228	32.95	345
12-#10	5.98	1209	881	851	720	614	466	372	262	200	160	133	113	2.29	12.65	250	31.18	324

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 4-1, page 4-4.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 36. Columnas redondas unidas 18" de diámetro, columnas cortas, sin desplazamiento lateral.

Bars Grade 60		**ROUND TIED COLUMNS 20″ DIA.** Short columns; no sidesway (1)												$0.10f'_cA_g$ = 126 kips (2) For P_u at (2)				
Concrete f'_c = 4,000 psi		P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity												OT (3)	Balance		126 k (2)	O (3)
		M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70)																
Bars	p %	0	0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
4-#8	1.00	873	660	660	562	474	340	241	141	0	0	0	0	1.90	6.35	322	13.10	111
4-#9	1.27	906	682	682	582	493	358	262	157	0	0	0	0	1.96	6.77	321	14.34	138
4-#10	1.61	949	710	710	606	515	380	287	176	0	0	0	0	2.03	7.29	319	15.87	170
4-#11	1.98	995	738	738	630	536	398	309	192	136	0	0	0	2.13	7.91	313	17.20	200
4-#14	2.86	1104	808	808	690	590	442	350	231	166	129	0	0	2.25	9.28	307	20.56	249
4-#18	5.09	1381	982	982	837	717	545	439	312	231	181	149	126	2.46	12.95	291	28.23	357
5-#8	1.25	904	687	687	587	497	361	270	160	0	0	0	0	2.13	7.06	310	14.36	128
5-#9	1.59	946	716	716	613	521	383	293	182	0	0	0	0	2.20	7.64	308	15.99	156
5-#10	2.02	999	753	753	645	550	409	319	207	145	0	0	0	2.29	8.39	305	18.01	191
5-#11	2.48	1057	790	790	676	577	430	338	224	163	0	0	0	2.39	9.26	297	19.91	224
5-#14	3.58	1193	882	882	754	646	487	387	269	199	157	129	0	2.54	11.30	286	24.63	292
5-#18	6.36	1540	1110	1110	946	810	618	497	351	270	217	180	154	2.78	17.53	248	34.28	445
6-#8	1.50	935	706	706	606	517	382	293	175	0	0	0	0	2.44	8.19	287	15.57	152
6-#9	1.90	985	740	740	636	545	408	317	198	139	0	0	0	2.52	9.06	282	17.42	187
6-#10	2.42	1049	784	784	675	580	437	344	226	160	0	0	0	2.61	10.21	275	19.72	227
6-#11	2.97	1118	828	828	713	613	465	366	251	179	138	0	0	2.72	11.60	261	21.87	258
6-#14	4.29	1282	936	936	806	696	534	425	297	225	175	143	0	2.88	15.15	240	27.09	333
6-#18	7.63	1698	1208	1208	1037	898	693	555	392	302	246	207	179	3.12	28.82	175	39.49	503
7-#9	2.22	1025	770	770	662	567	423	332	218	156	0	0	0	2.20	8.47	315	19.26	207
7-#10	2.82	1100	821	821	707	608	458	361	246	179	139	0	0	2.30	9.45	312	22.11	251
7-#11	3.47	1180	873	873	751	646	488	387	268	199	155	128	0	2.41	10.61	303	24.43	289
7-#14	5.01	1372	1001	1001	861	743	565	452	320	244	195	161	137	2.56	13.32	291	30.36	383
8-#9	2.54	1064	798	798	690	592	443	348	235	168	130	0	0	2.16	8.66	325	20.64	235
8-#10	3.23	1150	857	857	741	638	481	382	262	196	152	0	0	2.25	9.69	323	23.68	279
8-#11	3.97	1242	918	918	793	681	515	410	286	216	172	140	0	2.36	10.90	314	26.52	320
8-#14	5.72	1461	1065	1065	921	791	602	483	343	263	212	177	152	2.51	13.71	305	33.72	420
9-#10	3.63	1200	892	892	770	663	505	403	281	209	165	135	0	2.35	10.57	317	25.66	307
9-#11	4.46	1304	959	959	826	711	543	434	306	231	184	152	129	2.46	12.03	306	28.75	355
9-#14	6.44	1550	1125	1125	967	834	641	516	367	284	230	191	163	2.61	15.49	293	36.31	467
10-#10	4.04	1251	930	930	801	689	526	422	298	223	177	147	0	2.54	11.85	302	27.67	333
10-#11	4.96	1366	1006	1006	863	743	568	457	325	247	197	163	139	2.65	13.66	290	31.05	383
10-#14	7.16	1639	1192	1192	1020	879	675	545	392	305	246	205	175	2.81	18.18	271	39.13	510
11-#10	4.44	1301	963	963	831	718	550	441	313	236	188	155	132	2.42	11.70	320	29.40	362
11-#11	5.46	1427	1045	1045	900	778	596	479	341	262	209	174	148	2.53	13.48	308	32.90	417
12-#10	4.85	1351	998	998	861	744	573	463	328	250	198	164	140	2.43	12.02	328	31.15	387
12-#11	5.95	1489	1088	1088	936	809	624	504	358	276	222	184	157	2.53	13.87	315	34.94	448
13-#10	5.25	1402	1032	1032	893	773	596	480	342	262	210	174	148	2.47	12.86	322	32.90	414
13-#11	6.45	1551	1130	1130	975	843	651	523	375	290	234	195	167	2.58	14.94	309	37.19	477

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 4-1, page 4-4.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 37. Columnas redondas unidas 20" de diámetro, columnas cortas, sin desplazamiento lateral.

Grade 60 Bars	ROUND TIED COLUMNS 22″ DIA. Short columns; no sidesway (1)												$0.10f'_cA_g$ = 152 kips (2) For P_u at (2)				
Concrete f'_c = 4,000 psi	P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity												OT (3)	Balance		152 k (2)	O (2)
	M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70)												e	e	P_u	e	M_u
Bars	P %	0	0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	(in.)	(in.)	(k)	(in.)	(k-ft.)
4-#9	1.05	1063	804	804	718	617	456	337	199	0	0	0	0	2.04	7.01	395	14.81	156
4-#10	1.33	1106	833	833	744	641	480	365	221	155	0	0	0	2.11	7.49	394	16.31	193
4-#11	1.64	1152	862	862	770	665	499	390	241	170	0	0	0	2.22	8.05	388	17.62	230
4-#14	2.36	1261	933	933	834	722	550	437	287	206	159	0	0	2.35	9.27	384	20.92	302
4-#18	4.20	1538	1110	1110	992	861	665	538	383	284	222	182	154	2.60	12.44	371	28.44	432
5-#8	1.03	1061	810	810	724	623	460	345	203	0	0	0	0	2.23	7.31	383	14.74	147
5-#9	1.31	1103	840	840	751	648	484	373	230	155	0	0	0	2.31	7.83	381	16.27	179
5-#10	1.67	1156	877	877	785	679	512	400	260	179	0	0	0	2.40	8.50	379	18.25	219
5-#11	2.05	1214	916	916	819	709	537	423	282	200	152	0	0	2.51	9.27	371	20.10	258
5-#14	2.95	1350	1009	1009	903	784	601	480	333	246	193	156	0	2.67	11.03	363	24.66	345
5-#18	5.26	1697	1243	1243	1111	965	747	603	433	335	267	221	189	2.96	15.88	338	34.73	526
6-#8	1.24	1092	829	829	743	642	482	373	221	0	0	0	0	2.57	8.35	358	15.93	173
6-#9	1.57	1142	864	864	774	672	509	400	249	172	0	0	0	2.65	9.12	353	17.71	213
6-#10	2.00	1206	908	908	815	709	543	431	282	197	0	0	0	2.75	10.12	348	19.92	263
6-#11	2.46	1275	953	953	855	746	574	458	312	220	169	0	0	2.87	11.29	336	22.00	308
6-#14	3.55	1439	1063	1063	955	835	650	526	369	275	213	174	0	3.05	14.14	318	27.09	396
6-#18	6.31	1855	1339	1339	1202	1053	829	675	482	374	305	256	217	3.34	23.35	264	39.07	598
7-#10	2.33	1257	946	946	849	740	567	449	305	220	171	0	0	2.40	9.44	389	22.11	291
7-#11	2.87	1337	999	999	897	782	602	479	332	244	191	156	0	2.52	10.45	381	24.63	340
7-#14	4.14	1529	1129	1129	1014	887	688	554	394	299	238	196	166	2.70	12.77	373	30.52	449
7-#18	7.36	2014	1456	1456	1304	1141	891	722	521	407	332	279	239	2.97	19.21	346	43.87	694
8-#10	2.67	1307	982	982	884	774	593	473	325	239	184	0	0	2.35	9.65	402	23.66	330
8-#11	3.28	1399	1044	1044	940	823	632	506	353	267	208	169	0	2.47	10.70	394	26.49	378
8-#14	4.73	1618	1193	1193	1075	944	730	587	420	322	259	217	184	2.65	13.11	389	33.35	496
9-#10	3.00	1357	1017	1017	916	800	618	496	347	256	200	163	0	2.46	10.44	396	25.67	358
9-#11	3.69	1461	1086	1086	978	853	661	533	377	283	225	184	156	2.58	11.68	387	28.71	415
9-#14	5.32	1707	1254	1254	1129	986	770	624	449	347	279	232	198	2.76	14.58	379	36.23	555
10-#10	3.34	1408	1056	1056	950	829	642	516	365	273	217	177	0	2.67	11.58	379	27.42	392
10-#11	4.10	1523	1133	1133	1018	888	689	557	398	302	241	199	169	2.80	13.11	368	30.92	451
10-#14	5.91	1796	1321	1321	1187	1036	809	657	476	371	299	249	213	2.99	16.76	356	39.14	598
11-#10	3.67	1458	1089	1089	980	858	669	539	383	289	228	188	158	2.54	11.45	400	29.14	422
11-#11	4.51	1584	1174	1174	1055	924	721	582	417	320	256	211	179	2.66	12.94	391	32.87	491
11-#14	6.51	1885	1380	1380	1239	1086	853	693	502	392	318	266	228	2.85	16.40	383	41.72	649
12-#10	4.00	1508	1125	1125	1012	886	692	562	402	304	240	199	169	2.55	11.73	410	31.11	453
12-#11	4.92	1646	1217	1217	1094	957	749	608	438	337	269	223	190	2.67	13.28	401	34.85	525
12-#14	7.10	1974	1442	1442	1295	1134	892	729	530	413	337	283	242	2.86	16.85	395	44.20	702
14-#10	4.67	1609	1195	1195	1077	946	743	603	433	332	267	220	187	2.71	13.41	394	34.26	514
14-#11	5.74	1770	1303	1303	1172	1029	810	657	474	369	298	249	212	2.83	15.43	382	38.76	598

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 4-1, page 4-4.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 38. Columnas redondas unidas 22" de diámetro, columnas cortas, sin desplazamiento lateral.

Bars Grade 60		ROUND TIED COLUMNS 24″ DIA. Short columns; no sidesway (1)												$0.10f'_cA_g$ = 181 kips (2) For P_u at (2)				
Concrete f'_c = 4,000 psi		P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity												OT (3)	Balance		181 k (2)	O (2)
		M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70)																
Bars	p %	0	0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
4-#10	1.12	1278	967	967	896	783	594	458	274	191	0	0	0	2.19	7.73	476	16.73	217
4-#11	1.37	1324	997	997	923	808	616	483	298	209	0	0	0	2.30	8.24	470	18.04	259
4-#14	1.98	1433	1069	1069	990	869	671	535	351	251	194	0	0	2.45	9.35	467	21.28	356
4-#18	3.53	1710	1249	1249	1157	1018	797	645	463	340	267	219	185	2.71	12.19	457	28.63	512
5-#10	1.40	1328	1012	1012	939	823	630	495	320	218	0	0	0	2.49	8.68	459	18.46	248
5-#11	1.72	1386	1051	1051	975	855	658	521	346	244	183	0	0	2.62	9.37	452	20.26	293
5-#14	2.48	1522	1146	1146	1064	936	728	584	406	300	231	186	0	2.79	10.96	446	24.63	399
5-#18	4.42	1869	1384	1384	1285	1131	889	722	521	404	321	266	227	3.11	15.11	427	34.93	611
6-#10	1.68	1378	1043	1043	969	853	662	528	347	240	182	0	0	2.88	10.17	427	20.14	296
6-#11	2.06	1447	1089	1089	1012	892	696	559	382	267	204	0	0	3.01	11.19	415	22.17	352
6-#14	2.98	1611	1200	1200	1116	987	779	634	450	332	256	207	0	3.20	13.63	401	27.13	463
6-#18	5.30	2027	1480	1480	1376	1220	973	800	582	452	369	304	256	3.53	20.80	356	38.70	698
7-#10	1.96	1429	1082	1082	1005	886	690	550	373	267	204	0	0	2.50	9.53	472	22.14	331
7-#11	2.41	1509	1136	1136	1055	931	729	584	404	295	230	186	0	2.63	10.43	465	24.61	390
7-#14	3.48	1701	1268	1268	1179	1043	823	666	476	361	284	234	198	2.82	12.49	459	30.51	519
7-#18	6.18	2186	1599	1599	1485	1315	1048	856	622	487	396	333	286	3.14	17.94	440	43.66	812
8-#10	2.24	1479	1118	1118	1041	921	720	576	396	287	220	0	0	2.44	9.71	488	23.59	376
8-#11	2.75	1571	1180	1180	1099	974	762	614	429	323	248	201	0	2.57	10.66	481	26.37	440
8-#14	3.97	1790	1332	1332	1241	1102	870	705	506	387	312	257	216	2.76	12.80	479	32.96	576
8-#18	7.07	2344	1711	1711	1594	1418	1125	919	671	525	430	361	311	3.08	18.36	466	48.75	892
9-#10	2.52	1529	1154	1154	1074	950	744	600	421	309	239	195	0	2.58	10.43	480	25.65	410
9-#11	3.10	1633	1224	1224	1139	1007	792	641	456	341	268	219	185	2.72	11.54	474	28.65	478
9-#14	4.47	1879	1394	1394	1298	1150	911	744	539	416	333	276	236	2.89	14.09	469	35.93	638
9-#18	7.95	2503	1820	1820	1694	1501	1196	984	722	567	466	393	339	3.21	20.87	449	52.59	991
10-#10	2.80	1580	1193	1193	1112	981	770	622	441	328	258	209	0	2.78	11.46	462	27.26	453
10-#11	3.44	1695	1271	1271	1185	1045	823	667	479	362	288	239	199	2.92	12.83	452	30.63	522
10-#14	4.97	1968	1461	1461	1363	1204	954	779	567	444	356	297	254	3.15	16.01	444	39.05	691
11-#10	3.08	1630	1227	1227	1142	1011	800	648	462	347	273	222	187	2.64	11.36	485	28.98	485
11-#11	3.79	1756	1312	1312	1221	1081	858	697	502	383	305	251	213	2.78	12.69	478	32.56	565
11-#14	5.47	2057	1522	1522	1415	1255	1002	820	597	467	379	316	270	2.99	15.71	475	41.32	754

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11.
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 4-1, page 4-4.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 39. Columnas redondas unidas 24" de diámetro, columnas cortas, sin desplazamiento lateral.

Bars Grade 60		ROUND TIED COLUMNS 24″ DIA. Short columns; no sidesway (1)												$0.10f'_cA_g$ = 181 kips (2) For P_u at (2)				
Concrete f'_c = 4,000 psi		P_u (kips)—Ultimate Usable Capacity												OT (3)	Balance		181 k (2)	O (2)
Bars	ρ %	M_u/P_u = e (in.) (ϕ = 0.70) 0	0.1t	2″	3″	4″	6″	8″	12″	16″	20″	24″	28″	e (in.)	e (in.)	P_u (k)	e (in.)	M_u (k-ft.)
12-#10	3.36	1680	**1264**	1264	1176	1041	824	671	483	364	287	237	200	2.65	11.62	497	30.69	521
12-#11	4.13	1818	**1357**	1357	1262	1118	887	724	526	405	321	265	225	2.79	12.98	492	34.69	605
12-#14	5.96	2146	**1585**	1585	1474	1307	1043	857	630	493	402	335	286	3.01	16.09	491	43.84	808
13-#10	3.64	1731	**1298**	1298	1209	1074	852	694	501	382	303	249	211	2.71	12.28	491	32.31	556
13-#11	4.48	1880	**1399**	1399	1303	1157	920	752	545	422	339	281	239	2.85	13.82	483	36.51	650
13-#14	6.46	2235	**1645**	1645	1533	1362	1088	896	655	514	421	353	304	3.06	17.34	480	46.66	864
14-#10	3.93	1781	**1333**	1333	1242	1103	879	719	519	398	317	260	221	2.82	13.12	481	33.99	591
14-#11	4.82	1942	**1442**	1442	1343	1192	952	781	566	440	355	294	250	2.97	14.87	471	38.30	688
15-#10	4.21	1831	**1370**	1370	1278	1135	905	740	536	415	332	274	233	2.79	13.19	495	35.59	628
15-#11	5.17	2004	**1487**	1487	1386	1230	983	806	587	459	371	309	263	2.93	14.94	488	40.27	730
16-#10	4.49	1882	**1405**	1405	1310	1165	932	762	554	430	345	287	244	2.78	13.50	502	37.18	660
16-#11	5.51	2065	**1530**	1530	1425	1268	1014	832	607	476	386	323	277	2.92	15.31	495	42.12	771
COLUMN SIZE 26″ DIA.														$0.10f'_cA_g$ = 212 kips				
4-#11	1.17	1511	**1143**	1143	1090	965	749	590	365	253	0	0	0	2.38	8.47	560	18.44	288
4-#14	1.69	1620	**1216**	1216	1161	1030	807	647	424	301	232	0	0	2.53	9.50	557	21.59	398
4-#18	3.01	1897	**1398**	1398	1335	1187	943	767	553	404	315	258	219	2.82	12.08	549	28.84	597
5-#10	1.19	1515	**1158**	1158	1107	981	764	603	390	263	0	0	0	2.59	8.90	547	18.74	276
5-#11	1.46	1572	**1198**	1198	1145	1016	794	632	420	293	219	0	0	2.71	9.54	540	20.49	327
5-#14	2.11	1709	**1294**	1294	1238	1101	869	701	487	359	274	219	0	2.90	10.98	535	24.67	448
5-#18	3.76	2056	**1535**	1535	1469	1308	1044	853	618	477	381	316	270	3.25	14.71	519	34.65	699
6-#10	1.43	1565	**1189**	1189	1137	1012	796	638	421	289	217	0	0	3.01	10.31	510	20.40	329
6-#11	1.76	1634	**1236**	1236	1181	1052	833	672	462	321	243	0	0	3.14	11.22	501	22.36	392
6-#14	2.54	1798	**1349**	1349	1290	1152	921	751	540	395	302	244	0	3.34	13.39	489	27.16	535
6-#18	4.52	2214	**1631**	1631	1561	1398	1130	935	690	537	436	356	299	3.71	19.41	451	38.37	804
7-#10	1.67	1616	**1229**	1229	1175	1046	826	664	449	320	242	0	0	2.59	9.67	562	22.21	371
7-#11	2.05	1696	**1283**	1283	1227	1094	868	701	486	353	273	218	0	2.72	10.50	555	24.59	438
7-#14	2.96	1887	**1417**	1417	1356	1211	970	792	567	429	336	275	233	2.93	12.37	552	30.50	591
7-#18	5.27	2373	**1752**	1752	1675	1499	1212	1001	731	574	466	391	334	3.29	17.20	539	43.36	925
8-#10	1.91	1666	**1265**	1265	1211	1082	860	692	476	342	260	0	0	2.52	9.84	580	23.66	420
8-#11	2.35	1758	**1328**	1328	1272	1137	907	732	514	383	292	236	0	2.66	10.71	574	26.26	499
8-#14	3.39	1977	**1481**	1481	1419	1272	1023	834	602	459	369	300	252	2.87	12.67	574	32.67	660
8-#18	6.02	2531	**1864**	1864	1787	1604	1301	1071	787	618	504	423	365	3.23	17.60	569	47.83	1020
9-#10	2.15	1716	**1302**	1302	1246	1113	885	716	504	368	283	229	0	2.67	10.51	571	25.58	460
9-#11	2.64	1820	**1372**	1372	1314	1175	937	762	545	406	317	258	217	2.81	11.53	565	28.58	543
9-#14	3.81	2066	**1544**	1544	1479	1326	1065	874	636	492	393	325	275	3.04	13.82	565	35.65	725
9-#18	6.78	2690	**1975**	1975	1892	1697	1372	1137	841	664	547	461	396	3.38	19.74	553	52.12	1139
10-#10	2.39	1767	**1341**	1341	1285	1147	913	741	526	390	303	245	0	2.88	11.46	551	27.14	508

(1) See "Slender Columns, Capacity Reduction for", page 2-11. (Continued)
(2) See "Control Points for Interaction Curves"; "Typical Interaction Curve", Fig. 4-1, page 4-4.
(3) "OT" is zero tension in bars on the tension side. Splices carry design compression only.

Tabla 40. Columnas redondas unidas 24" y 26" de diámetro, columnas cortas, sin desplazamiento lateral.

Apéndice C

Consideraciones del Código ACI 318-05 para Diseño de Vigas

7.7 Protección de concreto para refuerzo:

7.7.1 Recubrimiento mínimo

-Vigas Conectoras: 7.50cm

-Solera de humedad:

Varilla #6 al #18	5.00cm
Varilla #5, alambre MW200 a MD200 y menores	4.00cm

-Vigas Interiores:

* Nervuradas

Varilla #14 a #18	4cm
Varilla #11 y menores	2cm

* Estribos

Circulares y cuadrados	4cm

7.7.4Para paquetes de varillas el recubrimiento debe ser igual al diámetro equivalente pero no mayor de 5cm con excepción para concreto construido contra el suelo y permanente expuesto a el, caso en el cual el recubrimiento mínimo debe ser 7.5 cm.

7.1 Ganchos:

Doblez de 180°:

Mas de $4d_b$, pero no menos de 60mm del extremo libre de la varillas.

Doblez de 90°:

Mas de $12d_b$ del extremo libre de la varilla del extremo libre de la varilla.

Estribos:

Varillas menores o iguales al #5 doblez de 90° mas $6d_b$ de extensión.

Varilla del #6 al #8 doblez de 90° más extensión de $12d_b$.

Varillas menores o iguales al #8 doblez de 135° mas extensión de $6d_b$.

7.2 Diámetros Mínimos De Doblado:

(Excepto en estribos del #2 al #5) no deben de ser menores a la siguiente tabla:

Tamaños de Varilla	Diámetro mínimo
#3 al #8	$6d_b$
#9, 10 y 11	$8d_b$
#14 al #18	$10d_b$

Tabla 41. Diámetros mínimos según el número de varilla.

- ***7.2.2***Para estribos del #5 y menores al diámetro no debe ser menor de $4d_b$; para estribos con varillas mayores deberá acordar con la tabla anterior.

- ***7.2.3***En mallas soldadas (lisa o corrugada) para estribos no debe de ser menor de $4d_b$, para alambre corrugado mayor del D6 y $2d_b$ para los demás alambres.

- El doblez con un diámetro interior menor de $8d_b$, no debe estar a menos de $4d_b$ de la intersección soldada más cercana.

7.3 Doblado:

- ***7.3.1*** Todo acero de refuerzo debe doblarse en frío a menos que el ingeniero permita otra cosa.

- ***7.3.2*** Ningún refuerzo parcialmente embebido en el concreto puede doblarse en la obra excepto cunado se indique en los planos de diseño y lo permita el ingeniero.

7.5.2.1 Tolerancia:

	Tolerancia en d	Tol. enrec. Min. de concreto
d ≤ 20cm	± 1 cm.	- 1 cm.
d > 20cm	± 1.2cm	- 1.2cm

Tabla 42. Tolerancia de concreto para recubrimiento.

Excepto para la que para la distancia libre al fondo de la cimbras debe ser menos 6mm, y la tolerancia para el rec. No debe exceder menos de 1/3 del rec. Mínimo del concreto requerido en los planos de diseño y especificaciones.

- ***7.5.2.2*** La Tolerancia para los dobleces y los extremos de refuerzo deber de ± 5cm, excepto en extremos discontinuos, donde la tolerancia debe ser de ± 1.3cm.

Paquetes de Varillas:

- Se debe limitar a 4 varillas por paquete
- En vigas las varillas del # 11 no se deben armar en paquetes.
- En elementos sujetos a flexión cada una de las varillas de los paquetes que se cortan dentro del claro deben de terminar en puntos diferentes y separados a distancias de por lo menos 40db.

Refuerzo Lateral para Elementos a Flexión:

- ***7.11.3*** los estribos cerrados deben formar de una sola pieza con sus ganchos extremos colocados superpuestos abrazando la misma barra longitudinal, o se deben formar de una sola piezas unidas mediante un empalme por traslapo clase B (longitud de traslapo de 1.3Ld) o anclándolos de acuerdo con 12.13

7.13 Requisitos para la Integridad Estructural:

- ***7.13.2.2*** Las vigas en el perímetro de la estructura deberán tener al menos 1/6 del acero a tensión requerido para el momento negativo en el apoyo, y un cuarto del acero de refuerzo de momento positivo requerido a la mitad del claro, continuo alrededor del perímetro y amarrado con estribos cerrados, o con estribos anclados alrededor del refuerzo de momento negativo, con un gancho que tenga un doblez de por lo menos 135°.

- ***7.13.2.4*** En otras vigas distintas a las del perímetro cuando no se proporcionen estribos cerrados, al menos ¼ del acero de refuerzo de momento positivo requerido a la mitad del claro, debe ser continuo o traslaparse sobre el apoyo o empalme de clase A y en los apoyos no continuos, será terminado con un gancho estándar.

Restricciones al Método 8.3 del ACI:

Para Análisis:

Se pueden utilizar los siguientes momentos excepto para concreto pre-esforzado.

En vez del análisis de marcos, se pueden utilizar los siguientes momentos y esfuerzos cortantes aproximados en el diseño de vigas y losas en una dirección *siempre y cuando:*

a) Haya 2 ó mas claros
b) Los claros sean aproximadamente iguales, sin que el mayor de los claros adyacentes exceda en más del 20% al menor.
c) Las cargas estén uniformemente distribuidas.
d) La carga viva no mayorada unitaria no exceda en 3 veces la carga muerta no mayorada unitaria.
e) Los elementos sean prismáticos.

Sujetos a Flexión:

Excepto cuando se empleen valores aproximados para los momentos, los momentos negativos calculados por medio de la teoría elástica en los apoyos de

elementos continuos sujetos a flexión para cualquier para cualquier combinación de carga en no mas de:

$$20\left(\frac{1-\rho-\rho'}{\rho_b}\right)\ por\ ciento$$

ρ'= cuantiílla de acero en compresión
ρ = cuantiílla de acero a tensión
ρ= cuantiílla de acero balanceado

La redistribución de los momentos negativos se debe hacer solo cuando la sección, en la cual se reduce el momento se diseñe de tal manera que ρóρ- ρ' no sea mayor que 0.50 ρ, donde:

$$\rho_b = \frac{0.85\beta_1 f'_c * 600}{f_y * (600 + f_y)}$$

8.10 Sistema De Vigas "T":

- ***8.10.2***El ancho efectivo de la losa usada como patín de las vigas T no debe exceder ¼ de la longitud de el claro de la viga, y el ancho efectivo del patín en cada lado del alma no debe exceder de:
  a) 8 veces el peralte de la losa
  b) ½ de la distancia libre a la siguiente alma

- ***8.10.3*** Para vigas que tengan losa de un solo lado, el ancho efectivo del patín en voladizo no exceda de:
  a) 1/12 de la longitud del claro de la viga
  b) 6 veces el peralte de la losa
  c) ½ de la distancia libre a la siguiente alma

- ***8.10.4*** En vigas aisladas, en las que se utilice la forma T para proporcionar con el patín un área adicional de compresión, el patín tendrá un peralte no menor de ½ del ancho del alma, y un ancho efectivo no mayor de 4 veces el ancho del alma.

- ***8.10.5*** Cuando el acero de refuerzo principal por flexión en una losa que se considere como patín de una viga T concluyendo losas nervadas sea paralelo a la viga, se debe proporcionar acero de refuerzo perpendicular a la viga en la parte superior de la losa de acuerdo con lo siguiente:

    - ***8.10.5.1*** El refuerzo transversal se debe diseñar para resistir la carga factorizada que actúa sobre la porción sobresaliente de la losa considerada como patín, suponiendo que trabaja como voladizo, para vigas aisladas se debe considerar el ancho total en voladizo del patín. Para otros tipos de vigas T, solo es necesario considerar el ancho efectivo del patín en voladizo.

- ***8.10.5.2*** El espaciamiento del refuerzo transversal no debe exceder de 5 veces el peralte de la losa ni de 45 cm.

9.3 Resistencia de Diseño:

El factor de reducción Resistencia Φ_1 debe ser el siguiente

Flexión sin carga axial = 0.90
Tensión axial y tensión axial con flexión = 0.90
Cortante y Torsión = 0.75

- Excepto para la determinación de la resistencia de las juntas, el factor de reducción de resistencia por esfuerzo cortante deberá ser de 0.6 para cualquier elemento estructural, Si su resistencia al refuerzo cortante nominal es menor que el cortante correspondiente al desarrollado por la resistencia nominal a flexión del elemento.

- La resistencia nominal a flexión se deberá determinar considerando la carga axial factorizada mas critica incluidos los efectos de sismo, el factor de reducción de resistencia al cortante para las juntas deberá ser de 0.85.

9.4 Resistencia de Diseño para Acero de Refuerzo:

- Los diseños no se deben basar en una resistencia a la fluencia del acero de refuerzo que exceda de 5,600kg/cm.^2, excepto para cables de preesfuerzo.

9.5 Control de las Deflexiones:

- ***9.5.1*** Los elementos de concreto reforzados sujetos a flexión se deben diseñar para una rigidez adecuada que límite las deformaciones, a cualquier deformación que afecten adversamente la resistencia o condición de servicio de una estructura.

Peralte Mínimo de Vigas No Preesforzadas:

(A menos que se calculen las deflexiones)

	simplemente apoyados	con un extremo continuo	ambos extremos continuos	en voladizo
Elemento	Elementos que no soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse por grandes deflexiones			
Peralte en vigas	l/16	l/18.5	l/21	l/8

Tabla 43. Peralte de vigas no Preesforzadas para diferentes apoyos.

Nota:Dichos valores deben de ser usados con concreto de peso normal Wc=2.4 ton/m^3 y refuerzo grado 42.

Para otras condiciones:

- Concreto ligero W_c= 1.50 a 2.00 ton/m^3
  Los valores se deben multiplicar por (1.65 – 0.0003W_c) pero no menos de 1.09
- Para $f_y \neq 4200$ kg/m^2
  Los valores de esta tabla se deben multiplicar por

$$\left(0.4 + \frac{f_y}{7000}\right)$$

- **9.5.2.2** Cuando se vayan a calcular las deflexiones , aquellas que ocurran inmediatamente por la aplicación de las cargas se deben de calcular mediante los métodos o formulas usuales para las deflexiones elásticas, tomando en consideración los efectos de agrietamiento y refuerzo en la rigidez del elemento:

$$EI * \frac{d^2v}{\alpha * x^2} = M(x)$$

- A menos que los valores de rigidez se obtengan por medio de un análisis más completo, la deflexión inmediata se debe calcular tomando el módulo de elasticidad del concreto, Ec. de:

  1,440≤W_c≤2,480 (kg/cm^3) $\rightarrow Ec = W_c^{1.5} * 0.14\sqrt{f'c}$

  $\rightarrow$ Concreto de peso normal $\rightarrow Ec = 15{,}100\sqrt{f'c}$

Donde el Momento de inercia efectivo será:

$$I_c\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr}$$; Pero no mayor que I_g

Y_t= dist. Del eje centroidal de la sección total a la fibra extrema en tensión si tomar en consideración el acero de refuerzo.

I_{cr}= Momento de inercia de sección agrietada transformada a concreto.

Donde el Momento de Agrietamiento

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{Y_g}$$

Y para el concreto de peso normal el módulo de ruptura del concreto (kg/cm^2)

$$f_r = 2\sqrt{f'c}$$

- Cuando se use concreto con agregado ligero, se debe aplicar alguna de las siguientes modificaciones:

  1. Cuando se lleve control estricto (5.2 ACI)

$$f_r = \sqrt{f'c} * C \quad f_r = \frac{f_{ct}}{2} \quad f_{ct} > \sqrt{f'c}$$

C= dist. De la fibra extrema en compresión al eje neutro (cm.)

F_{ct}= resistencia promedio a la tensión del concreto hecho con agregado ligero (kg/cm^2)

- Cuando no se especifique f_{ct}
  1. concreto "todo ligero" $\rightarrow f_r = 2\sqrt{f'c}$ *0.75
  2. concreto "ligero con arena" $\rightarrow f_r = 2\sqrt{f'c}$ *0.85

Nota: se puede interpolar linealmente si se usa una sustitución parcial de la arena.

- ***9.5.2.4*** Para elementos continuos el momento efectivo de inercia se puede tomar como el promedio de valores obtenidos de la ecuación de Ic para las secciones críticos de momento positivo y negativo.

- Para elementos prismáticos el momento efectivo de Inercia se puede tomar como el valor obtenido de la ecuación de Ie a la mitad del claro para claros simples y continuos y en el punto de apoyo para voladizos.

- ***9.5.2.5*** A menos que los valores se obtengan mediante un análisis mas completo, la deflexión adicional a largo plazo, resulta de la relajación contracción de elementos en flexión (concreto normal o ligero), se debe determinar multiplicando la deflexión inmediata causada por la carga sostenida, por el factor.

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

Dónde: ρ' será a la mitad del claro para claros simples o continuos y ρ' será en el punto de apoyo para voladizos.

Dóndeξ:

5 ó más años	2.0
12 meses	1.4
6 meses	1.2
3 meses	1.0

Dichas deflexiones no deben exceder a:

TIPO DE ELEMENTO	DEFLEXIONES PARA TENER EN CUENTA	DEFLEXIÓN LÍMITE
Cubiertos planos que no sostienen ni están unidos a elementos no estructurales que puedan dañarse por deflexiones grandes	deflexión instantánea debida a la carga viva "L"	**l/180**
Pisos que no sostienen ni están unidos a elementos no estructurales que puedan dañarse por deflexiones grandes	deflexión instantánea debida a la carga viva "L"	**l/360**
Cubiertas o pisos que soportan o están unidos a elementos no estructurales que puedan dañarse por deflexiones grandes	La parte de la deflexión total que ocurre después de la construcción de los elementos no estructurales o sea la suma de las deflexiones a largo plazo como consecuencia de todas las cargas sostenidas y las deflexiones instantáneas que ocasiona cualquier carga viva adicional	**l/480**
Cubiertas o pisos que sostienen o están unidos a elementos no estructurales que pueden no dañarse por deflexiones grandes		**l/240**

Tabla 44. Límites de deflexión para diferentes tipos de elementos.

Apéndice D

Código ACI 318-05 para Diseño de Torsión

Como regla general, la torsión en vigas y columnas no es considerada en los diseños para resistir la acción de sismos. Debido a que la acción de fuerzas sísmicas tienen un comportamiento de vaivén, los mecanismos de torsión (vigas) no son apropiadas para usar como elementos de disipación de energía en sistemas dúctiles.

Por lo anterior la compatibilidad de las deformaciones, podrán tener cambios significantes que no permiten que sus elementos componentes sean analizados en el rango de respuesta elástico; de allí que para encontrar el refuerzo necesario se hace a partir del principio del equilibrio de la estática. Los efectos de la torsión, son resultado de acciones ***primarias y secundarias.***

Acciones Primarias: Son producidas por las cargas externas en la que se busca mantener un equilibrio estático, conceptualmente se le llama ***Torsión de Equilibrio***; éstas pueden ser provocadas por vigas en voladizo o la acción de losas y vigas secundarias sobre una viga de borde.

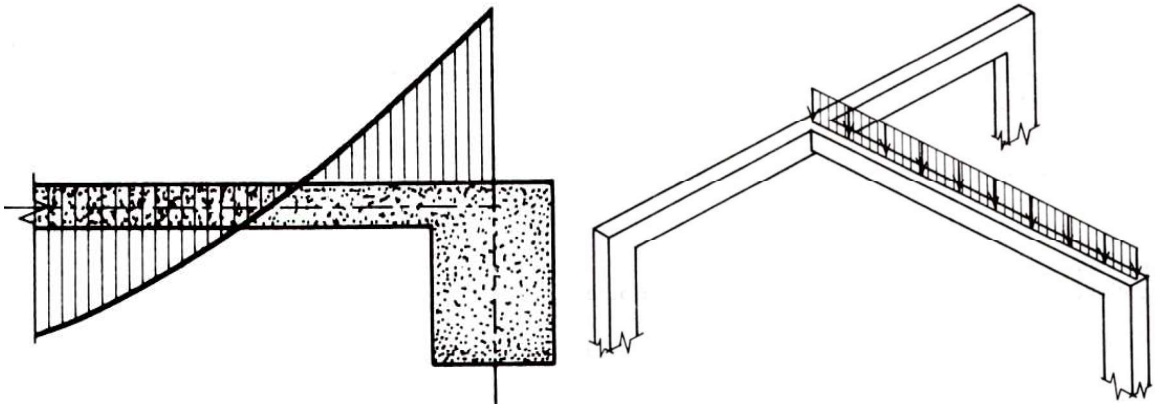


Figura 113. Caso típico de viga empotrada.

Un caso típico donde la viga empotrada está sometida a flexión, corte y torsión que le es transferida por el momento de flexión de la viga perpendicular sometida a la carga puntual ***P***, como se muestra en la figura:

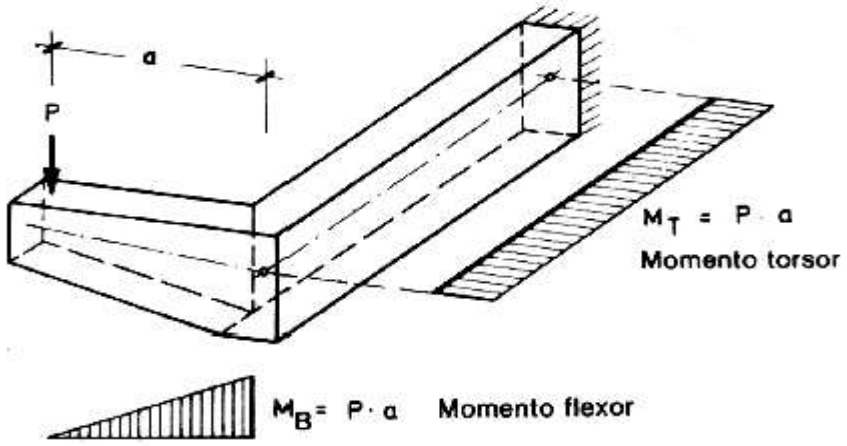


Figura 114. Viga perpendicular sometida a una carga puntual.

El momento flector **M= P.a**de la viga cargada se transforma directamente en momento torsor**T= P.a**en la viga empotrada. La viga cargada además está sometida a corte **V= P**, y la viga empotrada a momento flector ***M= P.l***, y a cortante ***V= P***. Si el empotramiento no fuera capaz de restringir esa torsión, el colapso es inevitable.

Acciones Secundarias: de compatibilidad o continuidad estructural:Éstas se pueden presentar como efecto de discontinuidades en las estructuras al aparecimiento de grietas con anchos excesivos o la aplicación de cargas no ubicadas en el centro plástico del eje longitudinal de una viga, por eso debe ser evaluada la torsión cuando se diseñan losas inclinadas o sistemas de cascarones.

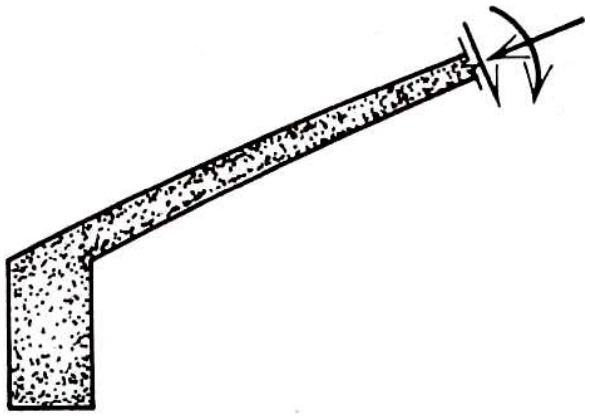


Figura 115. Ejemplo de estructura indeterminada

En estructuras estáticamente indeterminadas, se genera torsión como acción secundaria para satisfacer los requerimientos ***de compatibilidad o continuidad estructural.*** El no considerar tal continuidad en el diseño puede conducir a una cantidad y ancho de fisuras excesivas, pero no tendría otras serias consecuencias como el colapso.

A continuación se muestra, cómo se pasa de torsión por equilibrio figura (a), a torsión por compatibilidad figura (b)al tener la losa en su borde "A" la posibilidad de redistribuir los momentos negativos de apoyo hacia el centro por existir un apoyo adicional en la línea "B", es decir que se tiene más de una alternativa para el equilibrio.

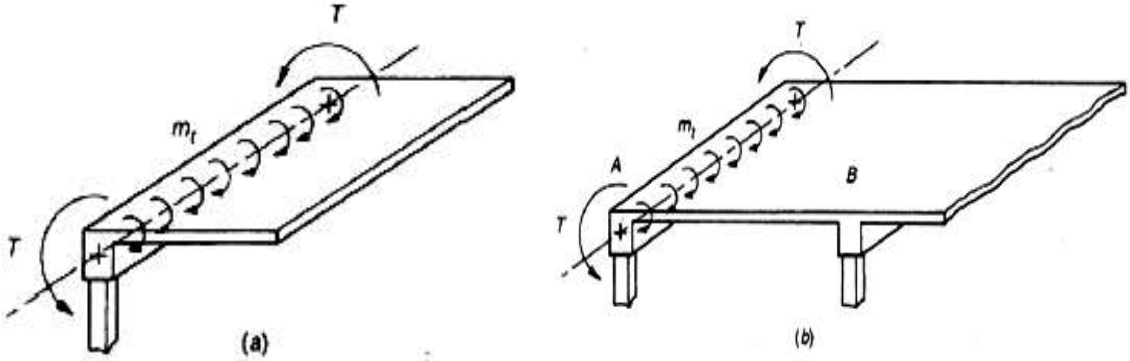


Figura 116. Cambio de Torsión, a) Torsión por equilibrio, b) Torsión por compatibilidad.

El caso típico de la figura en el caso (b) muestra la losa monolítica de hormigón armado y si la viga es rígida a torsión y está reforzada adecuadamente, y las columnas pueden suministrar momento resistente a flexión inducido por torsión de la viga, los momentos en la losa en su borde de apoyo serán aproximadamente los que corresponden a apoyo exterior rígido, con cierto valor que se esquematiza en la figura (c).

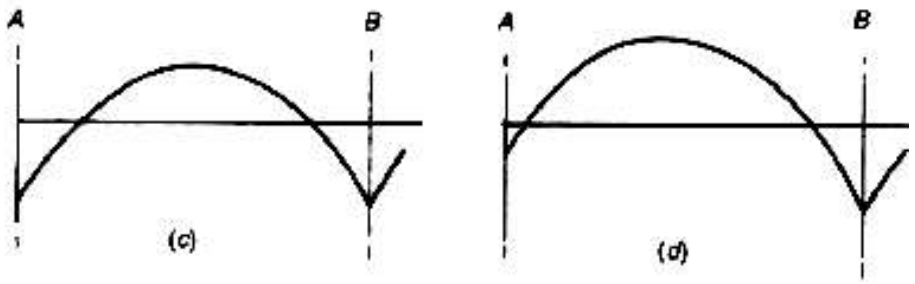


Figura 117. Diagrama de momento resistente a flexión inducido por torsión de la viga.

Si la viga tiene una rigidez baja a torsión y no está armada en forma apropiada para este efecto, se produce fisuración, se reduce aún más su rigidez al giro de la sección transversal y los momentos de borde de la losa disminuyen notablemente, aproximándose a los de un borde articulado, como lo muestra la figura (d). Diseñando la losa para la situación de momentos redistribuidos evitará el colapso de la estructura.

En la torsión generada por equilibrio, la magnitud del momento de torsión es generalmente independiente de la rigidez a torsión;

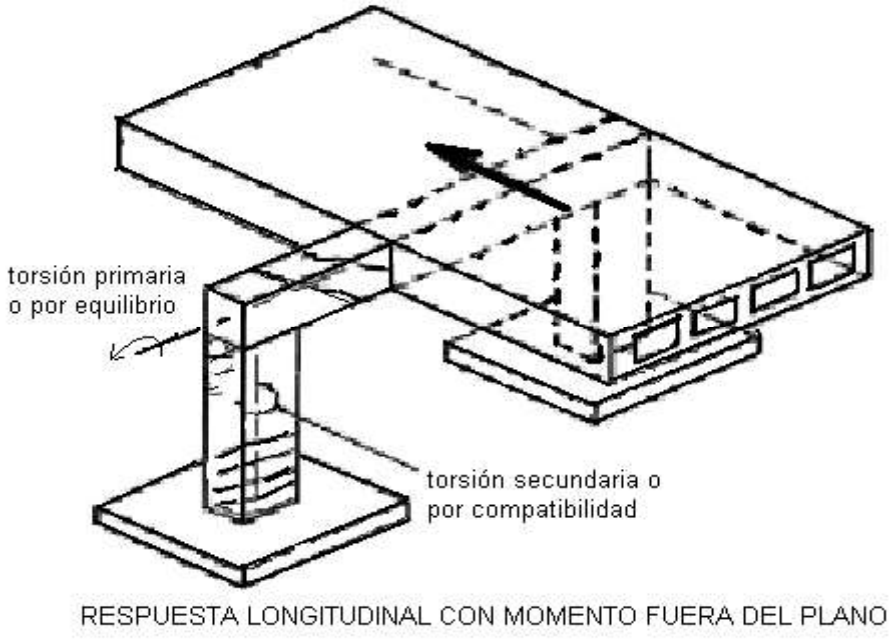


Figura 118. Torsión generada por equilibrio, respuesta longitudinal con momento fuera del plano.

La respuesta longitudinal, la columna fuera del plano del puente, que está unida monolíticamente a la viga transversal se espera que desarrolle rótulas plásticas de flexión en su arriba y debajo de la columna. Como mínimo el momento de torsión de la viga será igual al de la columna.

A menos que esa línea estructural del puente sea estabilizada por otras líneas transversales adyacentes que resistan el sismo longitudinal, la resistencia a torsión de la viga es indispensable para mantener el equilibrio.

Las fotos que se presentan a continuación corresponden al paso a desnivel del Anillo Periférico y las Charcas, zona 11.

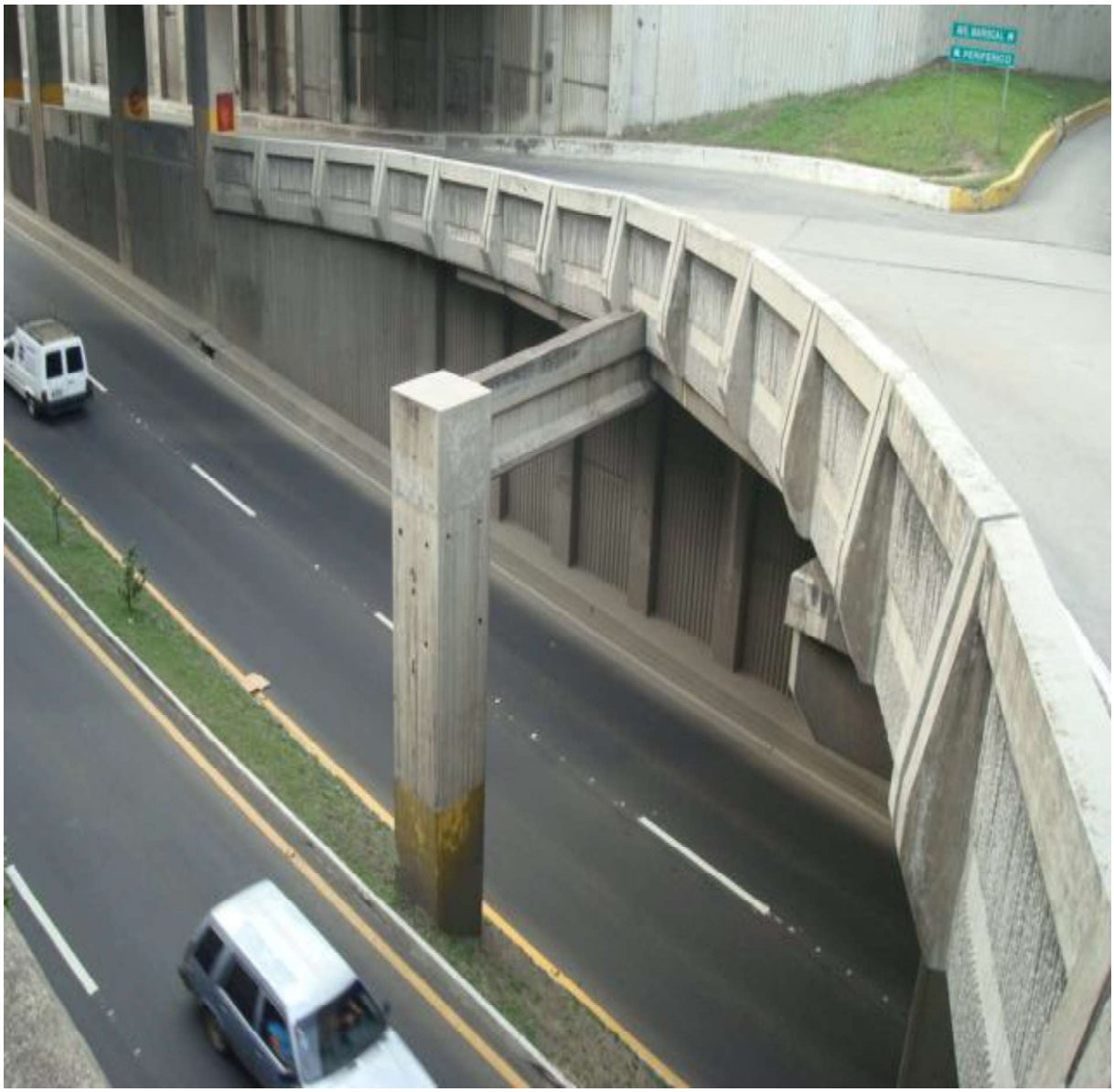


Figura 119. Paso a desnivel del Anillo Periférico y las Charcas, zona 11.

Figura 120. Paso a desnivel del Anillo Periférico y las Charcas, zona 11.

Figura 121. Paso a desnivel del Anillo Periférico y las Charcas, zona 11.

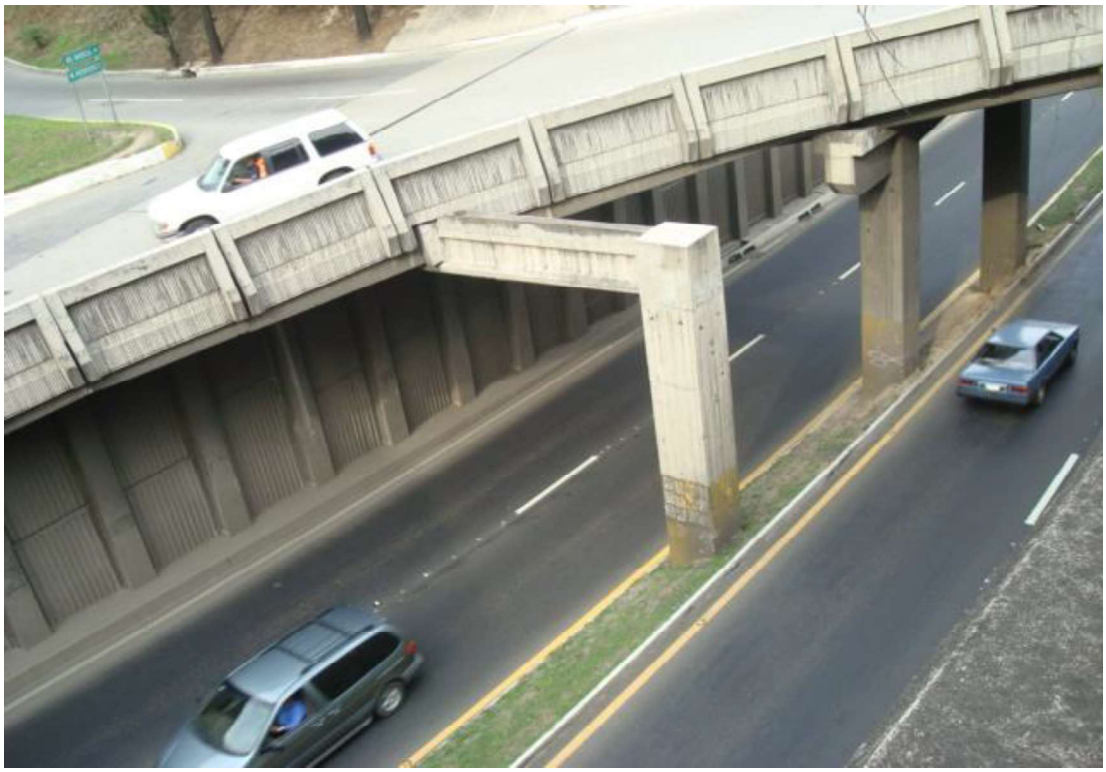
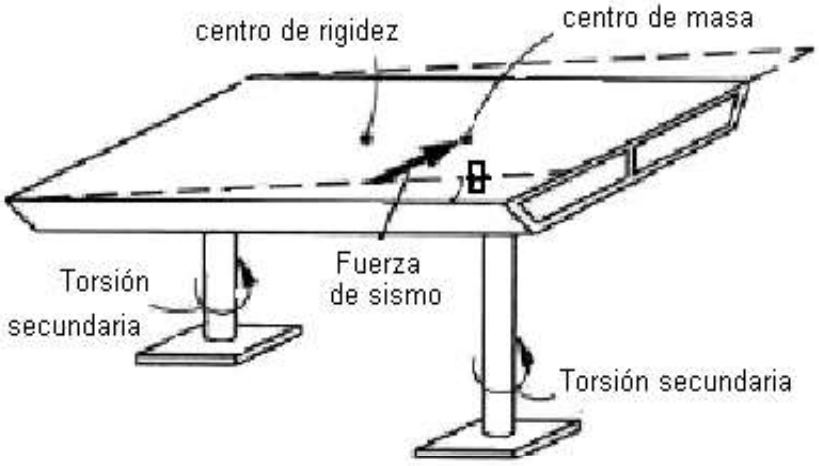


Figura 122. Paso a desnivel del Anillo Periférico y las Charcas, zona 11.

En la torsión resultante por compatibilidad, el momento de torsión resultante depende directamente de la rigidez.



TORSIÓN BAJO RESPUESTA TRANSVERSAL

Figura 123. Torsión resultante por compatibilidad, torsión bajo respuesta transversal.

Debido a la deformación de flexión que la viga soporta por el corte necesario para inducir flexión en las columnas, la columna sufre giro alrededor de su eje longitudinal, es decir se tuerce, aparece torsión. La magnitud de ese momento de

torsión dependerá de la rigidez a torsión de la columna. Si esta es nula, el momento de torsión será cero.

La superestructura cuenta con una columna corta y otra larga. Al ser sometida a sismo transversal al eje longitudinal del puente y por la diferente altura de las columnas, el centro de rigidez se desplaza desde el centro de masa (casi en el centro del tablero) hacia la columna más corta, de donde se induce un modo de torsión indicado con línea a trazos y giro de la planta θ alrededor del eje vertical. Esta rotación implica torsión en las columnas, con magnitud proporcional a la rigidez a torsión de las columnas.

El diseño para torsión por equilibrio y por compatibilidad es diferente. En el primero la resistencia a torsión debe ser asegurada. En el segundo es suficiente con suministrar una capacidad rotacional adecuada.

La torsión por equilibrio debe ser resistido por acciones elásticas (no se refiere acá al fenómeno de fisuración sino al de fluencia plástica).

La torsión no es un modo apropiado de respuesta inelástica. En los casos de torsión por compatibilidad, la resolución numérica generalmente no es necesaria. Es suficiente con asegurar, como se demostrará luego, una buena distribución de armaduras longitudinales y de estribos para aliviar la rotación de la sección de hormigón.

Cortante por Fricción para Elementos de Superficie Agrietadas

La importancia que le estamos dando a la fricción que tienen los elementos constitutivos del concreto es para evaluar la resistencia a corte por fricción que tiene un elemento ya que, al no tener cargas que estén actuando en el centro plástico provocará torsión y esto induce a un cortante por fricción.

$$V_n = \mu \frac{A_{vf} \quad f_y}{A_g}$$

Se ha determinado que a niveles moderados de carga, esta relación es independiente de la resistencia del concreto. Cuando se aplican grandes esfuerzos cortantes, se puede esperar que se rompa el concreto en el mecanismo de trabazón.

Hay que tomar en consideración que el coeficiente **m** de fricción de la superficie agrietadas **es al menos 1.4** (para concreto fundido monolíticamente y **m=1** cuando se coloca concreto nuevo con concreto viejo) según el capítulo 7 de R. Park & T. Paulay.

La fuerza normal a que se ve sometido el concreto es resistida por el acero de refuerzo $\mathbf{A_{vf}}$ en la cedencia, por lo que el esfuerzo $\mathbf{V_n}$, cortante transferible a través de una superficie de concreto agrietado de área $\mathbf{A_g}$. El ACI en el **artículo 11.7.5** fija un límite superior conservador de:

$\mathbf{V_n < 5.5\ A_c}$

Se toma el menor valor.

$V_n < 0.2\ f'c\ A_c$

Dónde:

V_n: Cortante normal que va a resistir el concreto por fricción.

Torsión del Concreto sin Refuerzo:

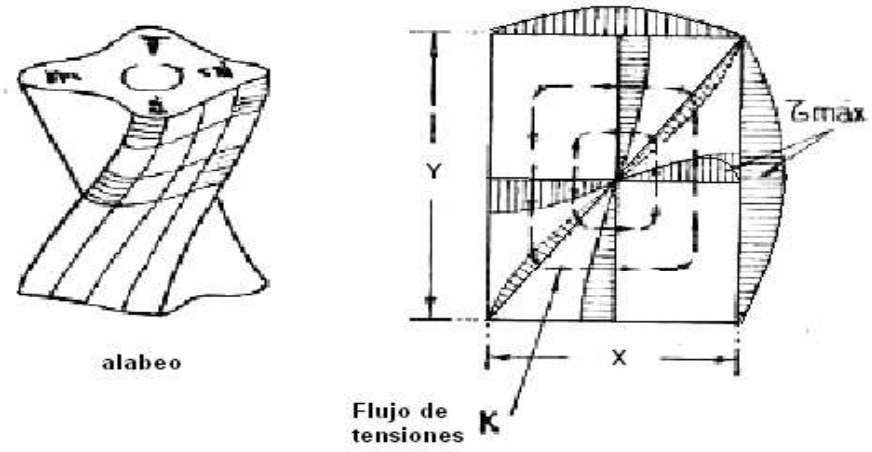
La solución a los efectos que el concreto presenta por torsión se basa en el principio de Saint Venant, el cual establece que:

- El esfuerzo y la deformación unitaria producidos en puntos del cuerpo suficientemente alejados de la región de aplicación de la carga serán los mismos que el esfuerzo y la deformación unitaria producidos por cualesquiera otras cargas aplicadas que tengan la misma resultante estáticamente equivalente y estén aplicadas al cuerpo dentro de la misma región.

- Se puede considerar esta distancia por lo menos igual a la mayor dimensión de la sección transversal cargada, es decir al ancho y no al espesor del elemento.

- Además, la distribución del esfuerzo resultante en estas regiones será la misma que la causada por cualquier otra carga estáticamente equivalente aplicada al cuerpo dentro de la misma área local.

Las secciones de ejes circulares que son planas antes de las cargas de torsión se conservan planas después de las cargas. Las secciones no circulares ***se alabean*** cuando se sujetan a cargas de torsión. Por consiguiente, las deformaciones por cortante no varían linealmente a partir del eje central.



Torsión de elemento rectangular

Figura 124. Torsión de elemento rectangular.

El problema de torsión no se considera cuando la base del elemento es mayor que la altura; debido a que en tal condición se considera como un elemento de pared

delgada y sometido a cargas que ocasionan grandes deformaciones, que tienden a generar esfuerzos y deformaciones localizadas de importancia a distancias considerables del punto de aplicación de la carga (es decir que no aplica el Principio de Saint Venant).
Del principio de Saint Venant, se deduce que el esfuerzo cortante torsional máximo $\mathbf{V_t}$ se presenta a la mitad del lado largo de acuerdo a la siguiente identidad:

$$v_t = \psi_t \frac{T}{x^2 y}$$

Dónde:
T: Momento torsional en la sección.
y, x: Dimensiones globales de la sección rectangular &: x<y.

ψ_t : Factor de esfuerzos que es función de y/x, dada en la diagrama siguiente.

Puede ser igualmente importante conocer la relación carga-desplazamiento para un miembro específico a torsión, la que se puede deducir de la relación:

$$\frac{d\theta_t}{dz} = \frac{T}{GC}$$

Dónde:
θ : Ángulo de torsión
T: Momento aplicado, como una función de la distancia a lo largo del claro
C: Momento torsional de inercia, que a veces se denomina constante de torsión o momento polar equivalente de inercia
z: Distancia a lo largo del miembro
G: Módulo de elasticidad en cortante

$$G = \frac{E_c}{2(1+\mu)}$$

Dónde:
$E_c = 57000\sqrt{f'c}$, Que es el módulo de Young para el concreto de peso normal y
m: es la relación de Poisson, que es aproximadamente igual a 0.16 a 0.30 para el concreto de peso normal

El valor del momento torsional para secciones rectangulares es:

$$C = \beta_t x^3 y$$

Dónde:
$\mathbf{b_t}$:Coeficiente que depende de la relación de forma **y/x** del diagrama anterior y toma en cuenta la distribución no lineal de las deformaciones cortantes de la sección.

Éstos términos permiten que se defina la rigidez torsional de un miembro de longitud "l" como la magnitud del momento torsional requerido para ocasionar un giro unitario de torsión en su longitud:

$$K_t = \frac{GC}{l}$$

La rigidez a cortante $K't$ es la magnitud de la fuerza cortante que, cuando se aplica a una viga de longitud unitaria, provoca desplazamiento unitario de cortante de un extremo de la viga en relación al otro. El área transversal de la viga, que normalmente se debe considerar al determinar la rigidez a cortante, es solamente el área del alma: $b_w \; d$

Dónde:

G: Rigidez a cortante de una viga no agrietada de longitud unitaria con $G = 0.4\, E_c$

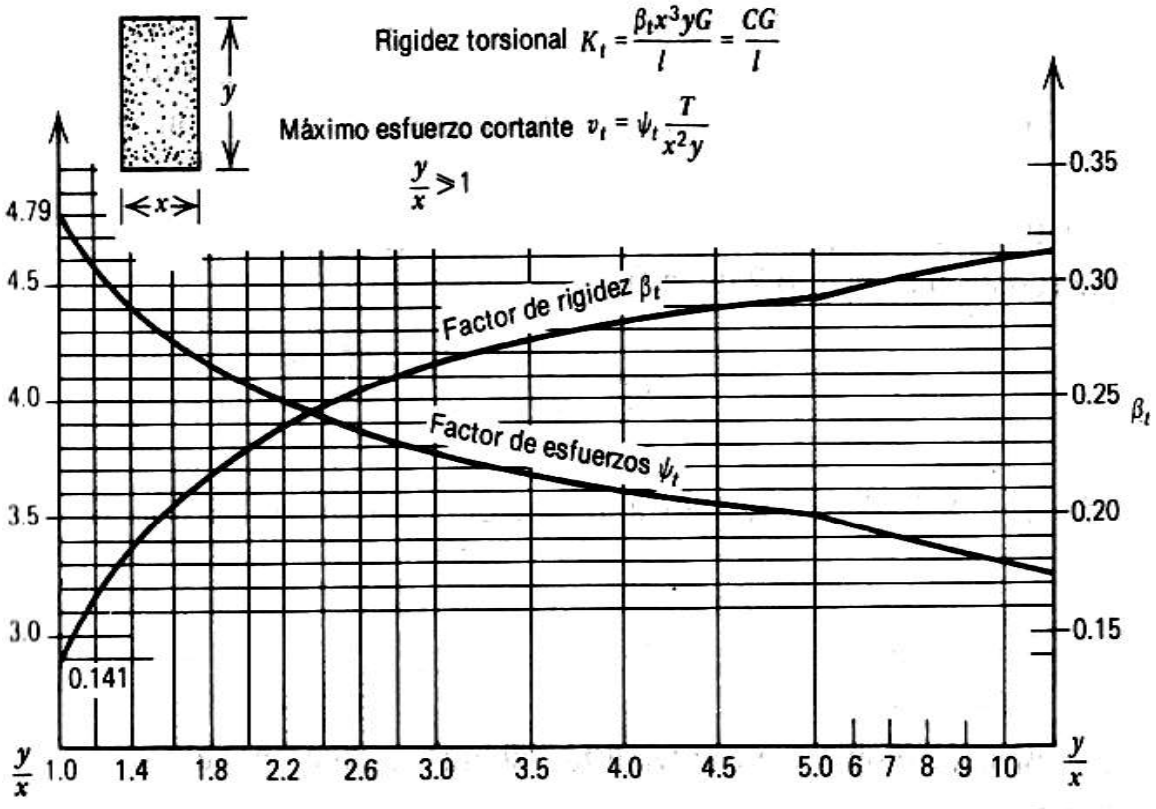


Figura 125. Factores de Rigidez y de Tensión para Secciones Rectangulares sometidas a Torsión.

La ecuación anterior que expresa la rigidez a torsión de un miembro se puede comparar con la ecuación para la rigidez a flexión del mismo miembro cuando su extremo más alejado está empotrado, definido como el momento requerido para producir una rotación unitaria, y de valor ***4EI/l***, en un esquema como el representado en la siguiente figura.

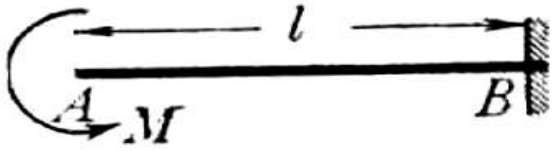


Figura 126. Esquema de viga empotrada con momento M en el extremos libre

El factor "f" toma en cuenta la distribución no uniforme de los esfuerzos cortantes. Para secciones rectangulares, $f = 1.2$ y para secciones T e I se puede tomar como la unidad.

$$K'_t = \frac{0.4\, E_c\, b_w\, d}{f}$$

El comportamiento de las secciones compuestas, y de los perfiles T y L, es más complejo. Sin embargo, se acostumbra suponer que una división adecuada de la sección en sus rectángulos constituyentes es una aproximación aceptable para fines de diseño. De acuerdo con esto, se supone que cada rectángulo resiste una porción de la torsión externa en proporción a su rigidez torsional.

El valor de "**X**" se considerará siempre como la base y será menor que "**Y**" (que será la altura del elemento bajo análisis); Ver las figuras siguientes:

(a): la sumatoria de la relación $\left(\frac{x^2 y}{3}\right)$ es el equivalente del área $(x\,y)$ por la distancia al eje $\left(\frac{x}{3}\right)$ de los rectángulos en que ha sido dividida la figura original, y la torsión va a ser:

$$T_u = \varphi\left(4\sqrt{f'c}\sum\frac{x^2 y}{3}\right)$$

(b):

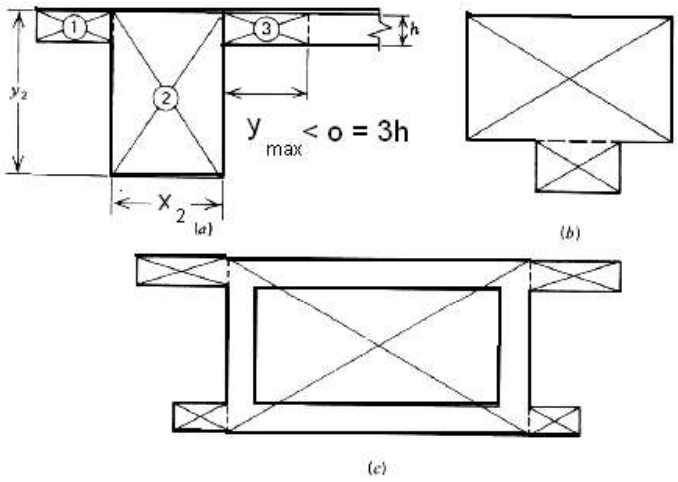
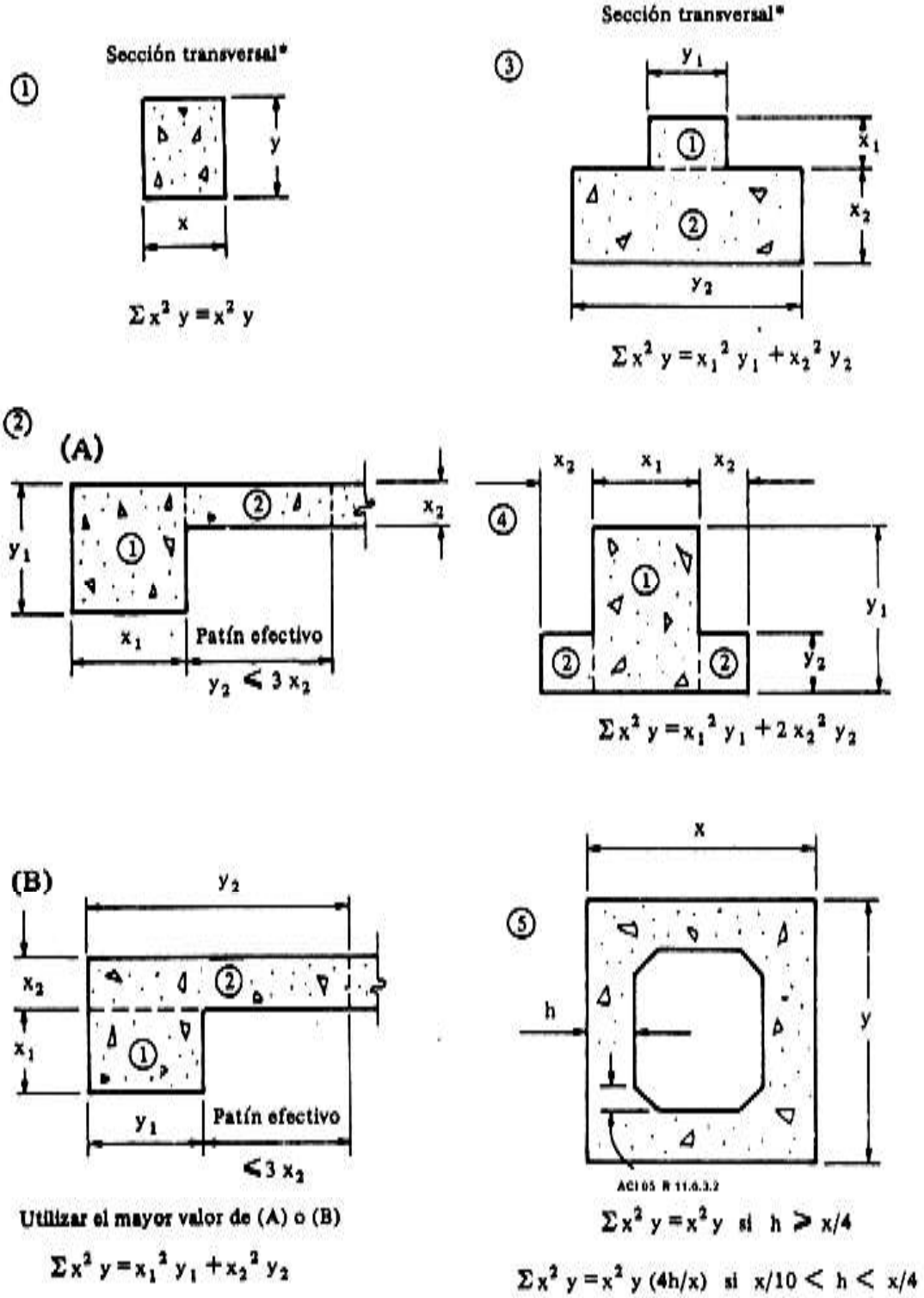


Figura 127. División en Componentes de Secciones Transversales para Análisis a Torsión.



Evaluación de $\Sigma (x^2 y)$.

Figura 128. División en Componentes de Secciones Transversales para Análisis a Torsión.

Miembros a Torsión que Requieren Refuerzo en el Alma

El papel de refuerzo en el alma en los miembros a torsión es semejante al de los estribos en los miembros a flexión sujetos a cortante. Después de la formación de grietas diagonales, ya no se pueden resistir los esfuerzos cortantes torsionales, a menos que se forme un mecanismo distinto, tal como una armadura espacial, para permitir que los esfuerzos se transfieran en forma realmente distinta al concepto de St. Venant.

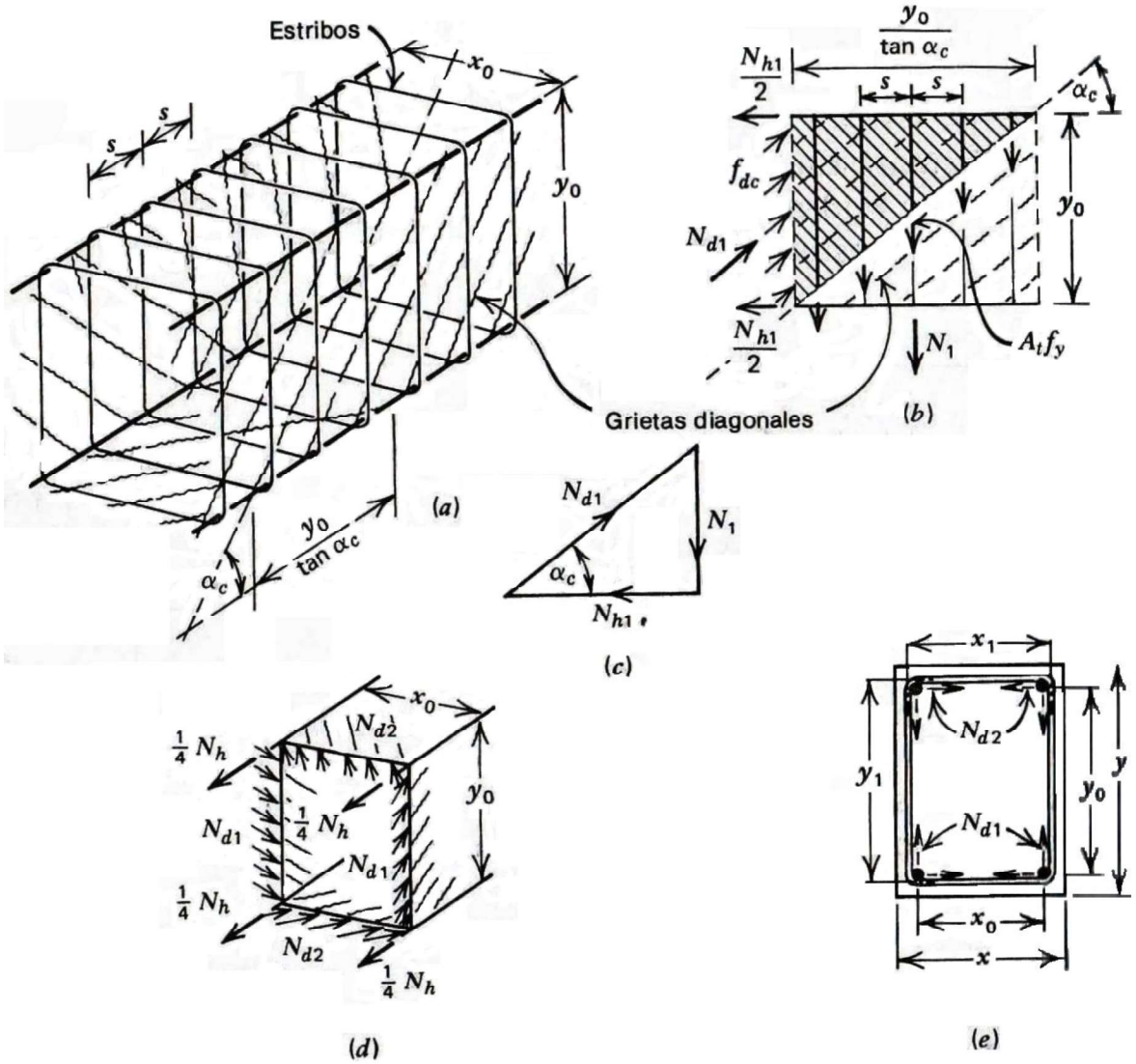


Figura 129. Miembros a Torsión que Requieren Refuerzo en el Alma.

Para permitir que las fuerzas de compresión diagonal se descompongan en los puntos de los nodos de la armadura espacial, es aconsejable proporcionar una varilla longitudinal apreciable en cada una de las cuatro esquinas de la sección, pues en caso contrario, los componentes que apuntan hacia afuera de los esfuerzos de compresión diagonal del concreto pueden empujar y desplazar el concreto localizado entre los estribos, especialmente cuando estos están espaciados ampliamente. Se sugiere que el diámetro mínimo de las varillas longitudinales no sea inferior a un dieciseisavo del espaciado de los estribos.

Ejemplo:

Diseño de una Viga de Borde Sujeta a Cortante y Torsión Combinados

Diseñar la viga de borde A_1-B_1 para cortante y torsión combinados en el segundo nivel de un estacionamiento, suponiendo secciones que se consideran adecuadamente diseñadas para flexión y cortante. La omisión de columnas en la estructura para estacionamiento introduce, en muchos casos, una torsión aplicable en los elementos de borde.

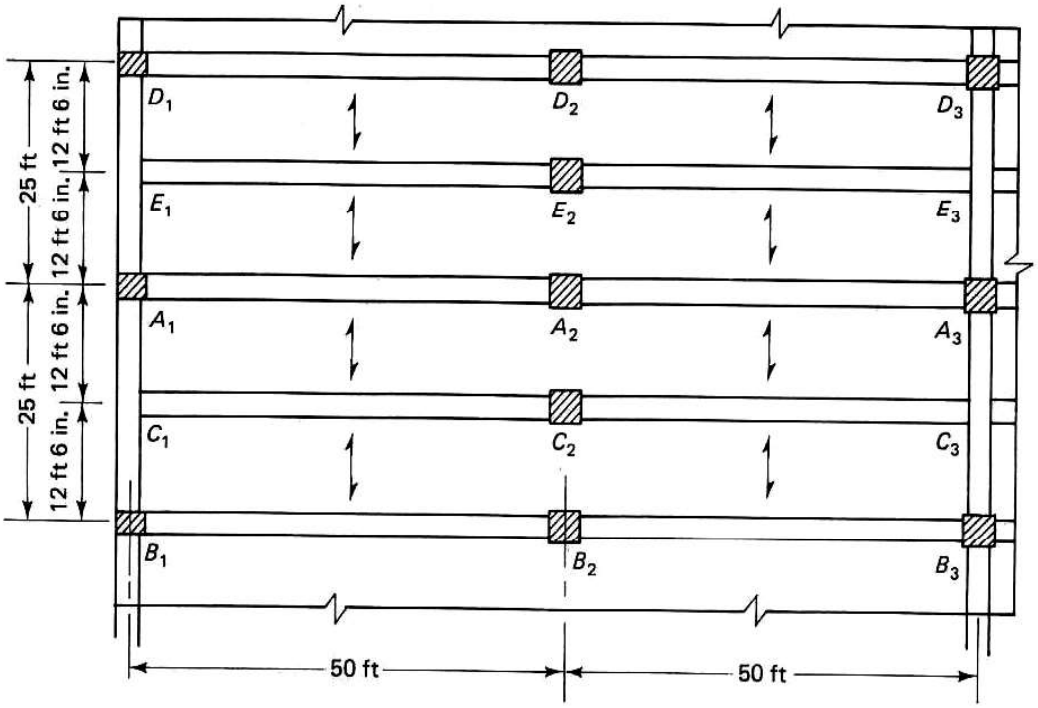


Figura 130. Sección en planta de un estacionamiento.

Nota: Se omitieron las columnas C_1 y C_3parra la entrada y salida

Criterios de Diseño:

Tablero típico	=	12½ ft x 50 ft
Espesor de losa	=	5 in.
Carga viva	=	50 psf
f'c	=	4000 psi (concreto de peso normal)
fy	=	60000 psi
Altura	=	10 ft (de piso a piso)
Todas las vigas	=	14 in x 30 in.
Columnas exteriores	=	14 in x 24 in
Columnas interiores	=	24 in x 24 in.

Requerimientos de Refuerzo a flexión viga A_1-B_1

Mitad del claro	$A_s = 1.69$ in^2
Apoyo	$A_s = 2.16$ in^2
Apoyo	$A_{s'} = 0.90$ in^2

Cálculo y análisis

1.- Momento Torsionante Máximo Factorado y Corte.

Momento Torsionante Máximo

La viga A_1-B_1 es un caso de torsión de compatibilidad ya que es parte de un sistema continuo de losas donde la redistribución de momentos puede darse ***(Art. R11.6.2.1).*** El momento de torsión debido a la intersección de C_2-C_1 en C_1 es redistribuido en dirección C_1-C_2 debido a la flexibilidad y la rotación de la sección de la viga en C_1 comparado con la rigidez en A_1 y B_1. Por lo tanto el valor del momento torsionante máximo factorado que puede ser aplicado a la sección en uno de los dos bordes es:

$$T_u = \varphi\left(4\sqrt{f'c}\sum\frac{x^2y}{3}\right)$$ ***ACI-318 1983 o***

$$T_u = \phi\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}{}^2}{P_{cp}}\right)$$ ***ACI-05 Art. 11.6.2.2(a) & R 11.6.2.2(b)***

Hallar el momento torsionante para la viga A_1-B_1

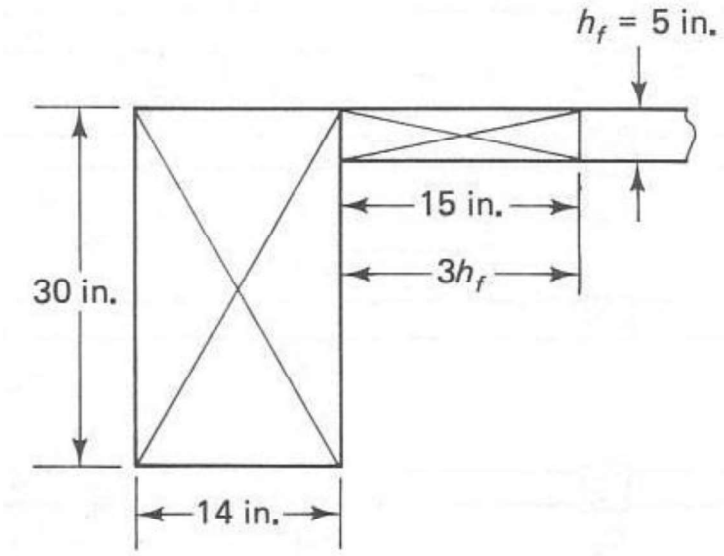


Figura 131. Diagrama de porción de losa, para encontrar el momento torsionante.

Para la porción de losa:

$y = 3x$ *donde x es la base donde el elemento trata de girar*

$y = 5 \times 3$

$= 15\ in$ **Art. 12. 2. 4** $\cdot\sum x^2y$

$= 14^2 \times 30 + 5^2 \times 15 = 6255\ in^3$

$$\Rightarrow \sum\frac{x^2y}{3} = \frac{6255}{3} = 2085$$

Con el ACI 318 05:

A_{cp} = (30 X 14 + 15 X 5) = 495 ⇨ A^2cp = 245025

C_{cp} = (30 + 14 + 25 + 14) + (15 + 5 + 15 + 5) = 123

$$\Rightarrow \left(\frac{A_{cp}{}^2}{P_{cp}}\right) = \frac{245025}{123} = 1992.1$$

Nota:La diferencia entre los dos métodos es del orden del 5%, es decir que es más conservador el método del ACI 318-83

Art. 11.6.2.2(a)

$$T_u = 0.75 \times 4\sqrt{4000} \times \frac{6255}{3}$$

$$T_u = 395600\ in - lb. = 32966.74 ft - lb$$

Este valor se debe usar para determinar la redistribución de momentos en la viga C_1-C_2. La reacción resultante en C1 determinara el cortante en la viga A1-B1 que se utilizara en combinación con la torsión.

Momento de Empotramiento en viga C_1-C_2:

CargaMuerta de Servicio:

W_{LOSA} =	*5/12 x 12.5x 150*	*= 781.25*
W_{VIGA} =	*(30-5) x 14 /144 x 150*	*= 364.58*
	W_{DL}	*= 1145.83 lb/ft*

Carga Viva de Servicio: W_{LL}*= 50 x 12.5 = 625 lb/ft*

Carga Factorada***: U = 1.4 DL+ 1.7 LL***

U= 1.4 x 1145.83 + 1.7 x 625 = 2666.66 lb/ft ≈ 2667 lb/ft

Momento de Empotramiento (FEM):

$$FEM: \frac{wl^2}{12} = \frac{2667 \times 50^2}{12} = 555625\ ft \cdot lb$$

El torque factorado

Por torsión de compatibilidad de la viga C_2-C_1 aplicado en C_1 es:

T_u = *2 x 32966.74* = **65 933.5** *ft-lb* **<555 625** *ft-lb***=**Momento empotrado

Entonces, el momento torsionante a usar a la mitad de la luz de A_1-B_1 es

T_u= 65933.5 ft-lb.

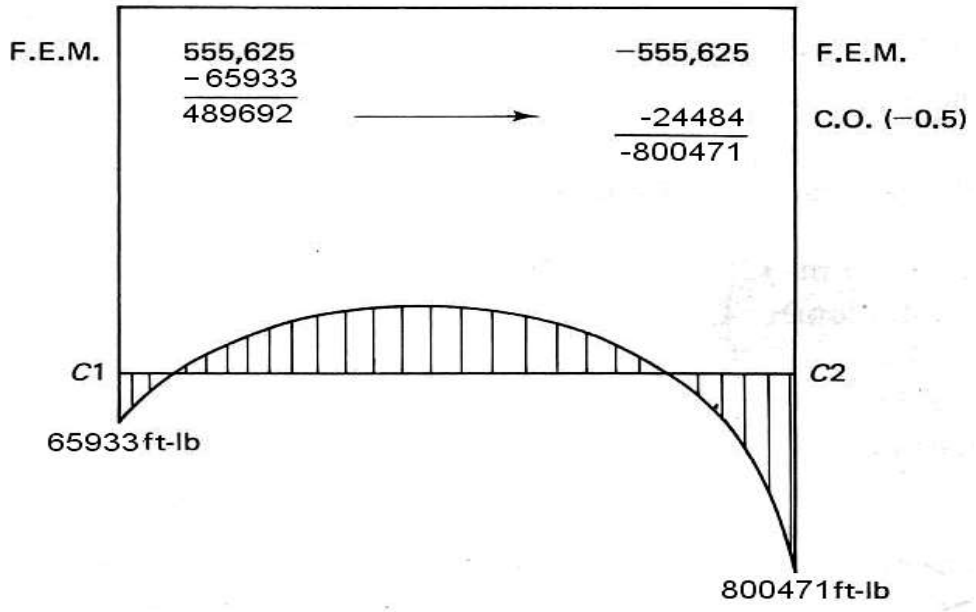


Figura 132. Reacción de la viga en C_1 y corte resultante en viga A_1-B_1del ejemplo.

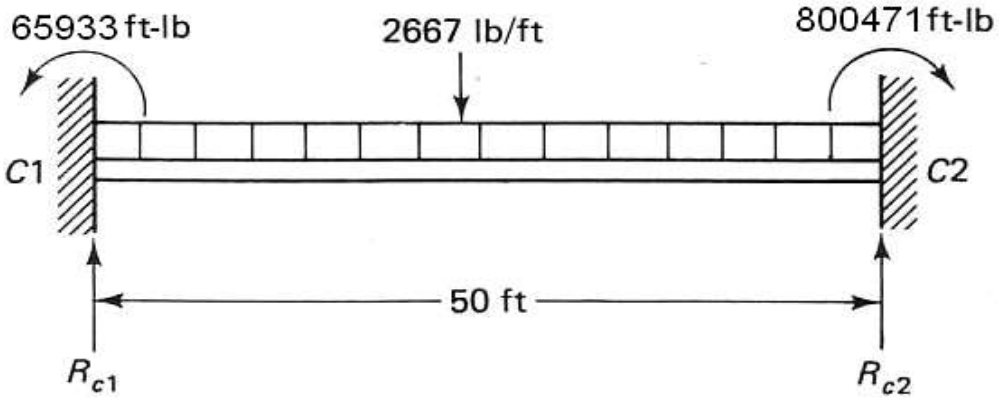


Figura 133. Momentos y distribución de carga del ejemplo

$\Sigma M_{C2} = 0$ ⇨ $50\ R_{C1} + 800471 - 65933 - 2667 \times 1/2 \times 50^2 = 0$

R_{C1} = (-800471 + 65933 + 3333750) / 50 = 51984.24 lb ≈ **51984 lb**

Peso de la viga A_1-B_1factorado
W_{DL}= *1.4 (14 x 30 /144) x 150 = 612.50 lb/ft ≈ 613 lb/ft*

Distancia critica desde eje de columna en viga A_1-B_1
= d + 14/2 = (30 – 2.5) + 14/2 = 34.5 in

Corte en la sección ubicada a d del rostro de la columna
$V_u = R_{C1} \times 0.5 + W_{DL} \times (l \times 0.5 - Dist.$ crítica*)*
V_u =** 51984/2 + 613 (12.5 – 34.5/12) = 31892.25 lb ≈ **31892 lb

En resumen la viga A_1-B_1 estará sujeta a la envolvente de torsión y corte

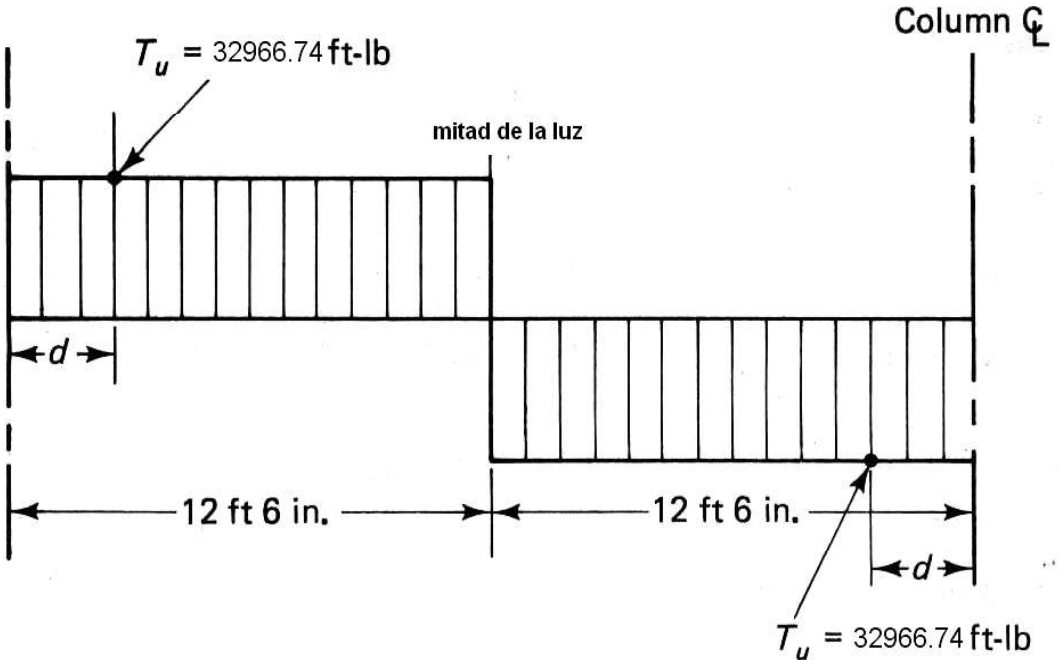


Figura 134. Envolvente de Momento TorsionanteFactorado.

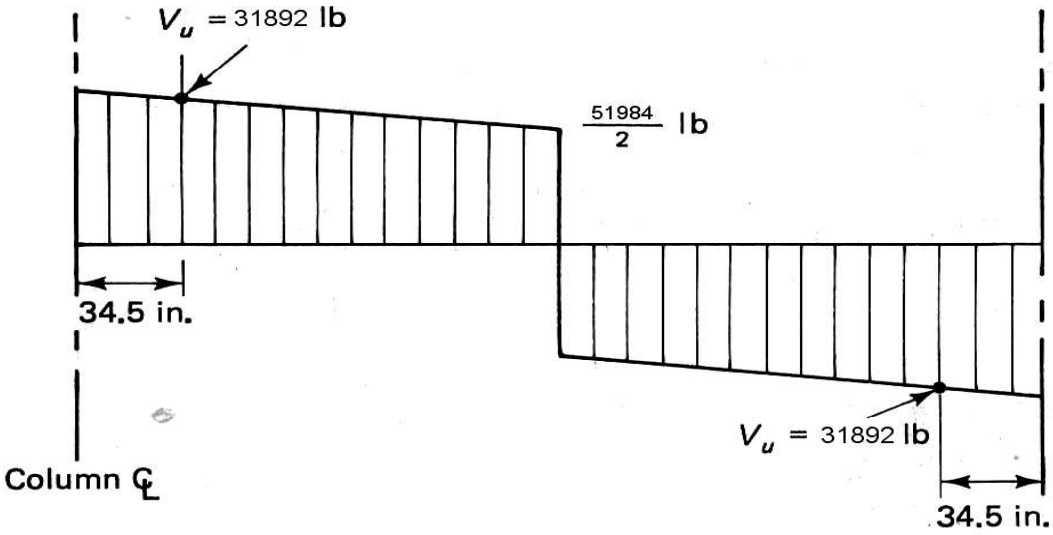


Figura 135. Envolvente de Cortante Factorado.

2.- Diseño de estribos cerrados a torsión

De la ecuación 11-20 $\varnothing T_n \geq T_u$

$$T_n = \frac{T_u}{\phi} = \frac{32966.74 \times 12}{0.75} = 527468\ in \cdot lb \qquad \textbf{Ecc. 11 – 20}$$

$$T_c = \frac{0.8\sqrt{f'c}\sum x^2 y}{\sqrt{1+(0.4V_u/C_t T_u)^2}} \qquad \textbf{\textit{ACI 318 83 ecuación 11.22}}$$

$$C_t = \frac{b_w d}{\sum x^2 y} = \frac{14 \times 27.5}{6255} = 0.0615507 \approx 0.0616$$

$$T_c = \frac{0.8\sqrt{4000} \times 6255}{\sqrt{1 + \left(\frac{0.4 \times 31892}{0.0616 \times 32966.74 \times 12}\right)^2}} \approx 280386\ in \cdot lb$$

$$T_s = T_n - T_c$$
$$T_s = 527468 - 280386 = 247082\ in \cdot lb$$

Que deberán ser resistidos por estribos cerrados. Asumiendo 1½ de recubrimiento y varillas #4 para los estribos

x_1 = 14 - 2(1.5 + 0.25) = 10.5 in
y_1 = 30- 2(1.5 + 0.25) = 26.5 in
α_t= 0.66 + 0.33 x 26.5 x 10.5 = 1.4928 < 1.5 ⇨ Usar 1.493

$$\frac{A_t}{s} = \frac{T_s}{f_y \propto_t x_1 y_1} = \frac{247082}{60000 \times 1.493 \times 10.5 \times 26.5} = 0.00991\ in^2/in$$

3.- Diseño de Estribos a Corte

$$V_c = \frac{2\sqrt{f'_c} b_w d}{\sqrt{1 + [2.5 C_t (T_u/V_u)]^2}} = \frac{2\sqrt{4000} \times 14 \times 27.5}{\sqrt{1 + [2.5 \times 0.0616(32966.74 \times 12/31892)]^2}}$$

V_C = 22585.7 lb ≈ 22586 lb

Como si **V_u> 0.80φV_c** entonces debido al aumento de resistencia del concreto proporcionado por el confinamiento la resistencia a corte del concreto que deberá tomarse en cuenta al momento de hallar el corte resistido por el acero deberá tomarse igual a *0.80φV_c*. ***Art. R11.6.3.5***

Vu = 31892 lb
0.80φV_c = 0.80 x 0.75 x 22586 = 13551.6 lb
V_u> 0.80φV_c 31892 lb » 13551.6 lb ⇨ ***V_c = 13551.6 lb ≈ 13552 lb***

$V_S = V_n - V_c$ *= 32024/0.75 – 13552 = 29146.67 lb ≈ 29147 lb.* ***Ec. 11.1***

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{f_y d} = \frac{29147}{60000 \times 27.5} = 0.0177\ in^2/in$$

4.- Combinar los estribos cerrados de torsión y corte

$$\frac{A_{vt}}{s} = \frac{2A_t}{s} + \frac{A_v}{s} = 2 \times 0.00961 + 0.0177$$
$$= 0.0369\ in^2/in/dos\ patas\ \boldsymbol{Art.11.6.3.8}$$

Usando estribos #3 ⇨ *2 x 0.11 = 0.22 in²*

$$s = \frac{area\ de\ la\ seccion\ del\ estribo}{A_{vt}/s\ requerida} = \frac{0.22}{0.0369} = 5.96\ in \approx 6\ in$$

Chequeo espaciamiento máximo

El espaciamiento del refuerzo transversal para torsión no debe exceder el menor valor de $p_h/8$ y 12 in

Art. 11.6.6.1.

$p_h/8 = 2\ (x_1+y_1)/8 = 2/8 \times (10.5 + 26.5) = 9.25\ in$ o 12 in

*s<9.25 in6 in<9.25 in**OK***

5.- Chequear requerimientos a la mitad de la luz

Corte

$$V_c = \frac{2\sqrt{f'_c}\,b_w\,d}{\sqrt{1+[2.5C_t(T_u/V_u)]^2}} = \frac{2\sqrt{4000} \times 14 \times 27.5}{\sqrt{1+[2.5 \times 0.0616(32966.74 \times 12/31892)]^2}}$$

$$V_c = \frac{2\sqrt{4000} \times 14 \times 27.5}{\sqrt{1+\left[2.5 \times 0.0616\left(\frac{32966.74 \times 12}{0.5 \times 51984}\right)\right]^2}} = 19110.39\ lb$$

Si:

V_u> 0.80φV_c ⇨el refuerzo combinado de torsión y cortante es el mismo

Entonces la resistencia del concreto aumenta debido al confinamiento, de allí que la resistencia a corte del concreto se podrá tomar en cuenta
al aumento de resistencia del concreto debido al confinamiento la resistencia a corte del concreto que deberá tomarse en cuenta al momento de hallar el corte resistido por el acero deberá tomarse igual a *0.80φV_c*.

Art. R11.6.3.5

Vu = 0.5 x 51984 = 25992 lb
0.80φV_c= 0.80 x 0.75 x 19110 = 11466 lb
V_u> 0.80φV_c 25992 lb » 11466 lb

Entonces:

V_c = 11466 lb

V_s = 25992 / 0.75 – 11466 = 23190 lb

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{f_y d} = \frac{23190}{60000 \times 27.5} = 0.0140 \ in^2/in$$

Torsión

$$T_c = \frac{0.8\sqrt{4000} \times 6255}{\sqrt{1 + \left(\frac{0.4 \times 25992}{0.0616 \times 32966.74 \times 12}\right)^2}} \approx 291094.87 \ in \cdot lb$$

$$T_s = T_n - T_c$$

$$T_s = 527468 - 291094.9 = 236373.13 \ in \cdot lb$$

$$\frac{A_t}{s} = \frac{236373}{60000 \times 1.493 \times 10.5 \times 26.5} = 0.00948 \ in^2/in$$

$$\frac{A_{vt}}{s} = \frac{2A_t}{s} + \frac{A_v}{s} = 2 \times 0.00948 + 0.0140 = 0.0329 \ in^2/in/dos \ patas \ \boldsymbol{Art.11.6.3.8}$$

Usando estribos #3

2 x 0.11 = 0.22 in^2

$$s = \frac{area \ de \ la \ seccion \ del \ estribo}{A_{vt}/s \ requerida} = \frac{0.22}{0.0329} = 6.68 \ in$$

Chequeo espaciamiento máximo

El espaciamiento del refuerzo transversal para torsión no debe exceder el menor valor de $p_h/8$ y 12 in

Art. 11.6.6.1.

$p_h/8 = 2 (x_1+y_1)/8 = 2/8 \times (10.5 + 26.5) = 9.25 \ in$ o 12 in

$s<9.25 \ in$ $6.68 \ in<9.25 \ in$ **OK**

Colocar estribos cerrados #3 @ 6" en toda la viga para una mayor seguridad.

Refuerzo mínimo Requerido

$$= \frac{50 b_w s}{f_y} = \frac{50 \times 14 \times 7.25}{60000}$$

Área mínima requerida = 0.0845 in^2 ***Ec. 11-23****.*

*Área proporcionada = 0.22 in^2> 0.08****OK*** .

6.- Calculo Refuerzo longitudinal

$$A_l = 2A_t \frac{x_1 + y_1}{s} \; o \left(\frac{400 x s T_u}{f_y (T_u + V_u / 3C_t)} - 2A_t \right) \frac{x_1 + y_1}{s} \; \textbf{Art. 11. 6. 3. 7}$$

$$A_l = 2 \times 0.00991(10.25 + 26.5) = 0.728 \; in^2$$

O

2 A_t = 0.00991 x 6 x 2 = 0.11892 in^2

De tal forma:

$$\left(\frac{400 \times 6 \times 14 \times 32966.74 \times 12}{60000(32966.74 \times 12 + 31892/3 \times 0.616)} - 0.11892 \right) \frac{10.25 + 26.5}{6} = 1.66 \; in^2$$

Chequear Área de Acero mínima

$$A_{l,min} = \frac{5\sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_y} - \frac{A_t}{s} p_h \frac{f_{yt}}{f_y} \frac{A_t}{s} > \frac{25 b_w}{f_{yt}} \; \textbf{Ecc. 11. 24}$$

$$A_{l,min} = \frac{5\sqrt{4000} \times 10.5 \times 26.5}{60000} - 0.00991 \times 2(105 + 26.5) \frac{60}{60} = 0.733 \; in^2$$

1.66 in^2 > 0.733 in^2***OK***

$$\frac{A_t}{s} > \frac{25 \times 14}{60000} = 0.006$$

0.00991 > 0.006 ***OK***

Se toma el mayor de los anteriores 1.66 in^2 el cual se debe colocar alrededor del perímetro de la malla espaciados a no más de 12 in. también debe de colocarse una varilla como mínimo dentro de cada esquina del estribo cerrado. Se debe combinar el refuerzo longitudinal de torsión con el refuerzo longitudinal de flexión. ***Art. 11.6.6.2***

7.- Distribución de las barras de refuerzo torsionante longitudinal

El refuerzo a usar A_l= 1.66 in^2 (se usara el mismo a la mitad del claro y los apoyos de la viga). Se asumirá ¼ A_l en la esquinas superiores e inferiores y ¼ Al será distribuido de igual forma en los costados de las caras verticales de la viga con un espaciamiento no mayor a 12 in de centro a centro.

Las varillas longitudinales deben tener un diámetro de al menos 0.042 veces el espaciamiento entre estribos pero no menos de diámetro 3/8 in. ***Art. 11.6.6.2***

$d_{b,min}$ = 0.042 x 6 in = 0.252 in usar como mínimo varillas #3 (d =0.375 in)

Área de Acero a la mitad del claro

$$\frac{A_l}{4} + A_s = 0.25 \times 1.66 + 1.69 = 2.10\ in^2$$

Se usaran cinco varillas #6 = 2.20 in^2, tres varillas serán corridas

Área de acero en los apoyos de la viga

$$\frac{A_l}{4} + A_s = 0.25 \times 1.66 + 2.16 = 2.58\ in^2$$

Usar seis varillas #6 = 2.64 in^2

Área de acero en los costados de la viga

$$\frac{A_l}{4} = 0.25 \times 1.66 = 0.415\ in^2$$

Usar tres varillas #4 = 0.60 in^2

Algunas de las varillas longitudinales se podrán cortar luego de alcanzar la mitad del claro. Los detalles del armado de la viga serán de la siguiente forma.

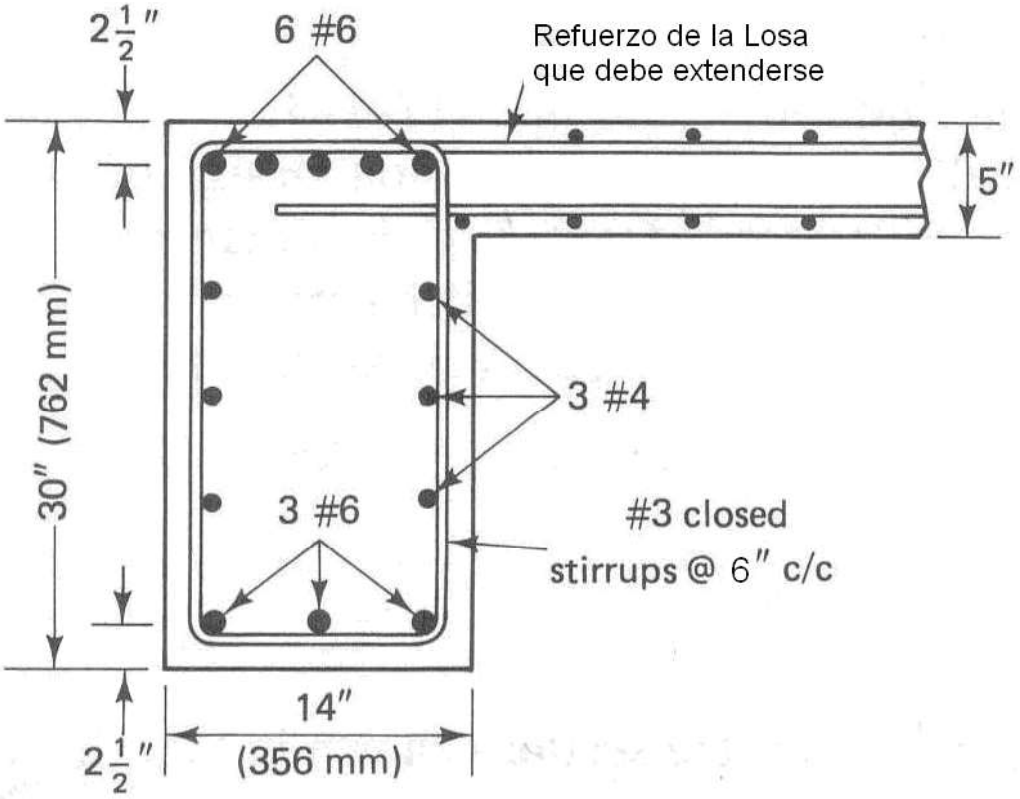


Figura 136. Sección en los Apoyos de la Viga

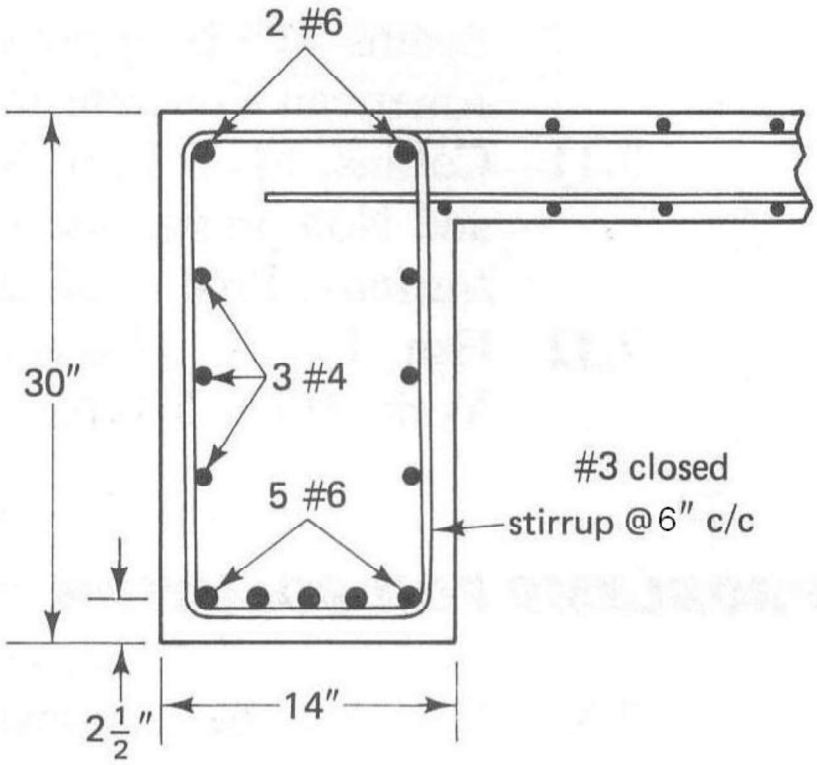


Figura 137. Sección a la mitad del claro

FACTORES DE CONVERSIÓN PARA EL SISTEMA MÉTRICO

La siguiente lista presenta las relaciones entre las unidades de costumbre en Estados Unidos y el Sistema Internacional (SI). El procedimiento de conversión adecuado consiste en la multiplicación del valor especificado a la izquierda (normalmente valores de costumbre en Estados Unidos) por el factor de conversión enseñado abajo y, entonces, se redondea hasta el número de dígitos deseado. Por ejemplo, para convertir 11.4 pies en metros: 11.4 x 0.3048 = 3.47472, que se redondea para 3.47 metros. No redondee ninguno de los valores antes de la multiplicación, pues se reduciría la precisión. Una guía completa del sistema SI y su uso se puede encontrar en IEEE/ASTM SI-10, Práctica Métrica.

Para convertir de	para	Multiplique por	
Longitud			
pulgada (pulg.)	micrómetro (mm)	25,400	E*
pulgada (pulg.)	milímetro (mm)	25.4	E
pulgada (pulg.)	metro (m)	0.0254	E
pie (pie)	metro (m)	0.3048	E
yarda (yd)	metro (m)	0.9144	
Área			
pie cuadrado (pie^2)	metro cuadrado (m^2)	0.09290304	E
pulgada cuadrada ($pulg^2$)	milímetro cuadrado (mm^2)	645.2	E
pulgada cuadrada ($pulg^2$)	metro cuadrado (m^2)	0.00064516	E
yarda cuadrada (yd^2)	metro cuadrado (m^2)	0.8361274	
Volumen			
pulgada cúbica ($pulg^3$)	milímetro cúbico (mm^3)	16.387064	
pulgada cúbica ($pulg^3$)	metro cúbico (m^3)	0.00001639	
pie cúbico (pie^3)	metro cúbico (m^3)	0.02831685	
yarda cúbica (yd^3)	metro cúbico (m^3)	0.7645549	
galón (gal) EE.UU. Líquido**	litro (L)	3.7854118	
galón (gal) EE.UU. Líquido	metro cúbico (m^3)	0.00378541	
onza fluida (oz fl)	mililitros (mL)	29.57353	
onza fluida (oz fl)	metro cúbico (m^3)	0.00002957	
Fuerza			
kip (1000 lb)	kilogramo (kg)	453.6	
kip (1000 lb)	newton (N)	4,448.222	
libra (lb)	kilogramo (kg)	0.4535924	
libra (lb)	newton (N)	4.448222	
Presión o tensión			
libra por pie cuadrado (lb/pie^2)	kilogramo por metro cuadrado (kg/m^2)	4.8824	
libra por pie cuadrado (lb/pie^2)	pascal (Pa)†	47.88	
libra por pulgada cuadrada ($lb/pulg^2$) (psi)	kilogramo por centímetro cuadrado (kg/cm^2)	0.07031	
libra por pulgada cuadrada ($lb/pulg^2$)	pascal (Pa)†	6,894.757	
libra por pulgada cuadrada ($lb/pulg^2$)	megapascal (MPa)	0.00689476	
Masa (peso)			
libra (lb)	kilogramo (kg)	0.4535924	
tonelada, 2000 lb	kilogramo (kg)	907.1848	

Para convertir de	para	Multiplique por	
Masa (peso) por longitud			
kip por pie lineal (k/p)	kilogramo por metro (kg/m)	0.001488	
libra por pie lineal (lb/p)	kilogramo por metro (kg/m)	1.488	
Masa por volumen (densidad)			
libras por pie cúbico (lb/pie^3)	kilogramo por metro cúbico (kg/m^3)	16.01846	
libras por yarda cúbica (lb/yd^3)	kilogramo por metro cúbico (kg/m^3)	0.5933	
Temperatura			
grados Fahrenheit (°F)	grados celsius (°C)	$t_C = (t_F - 32)/1.8$	
grados kelvin (°K)	grados celsius (°C)	$t_C = t_K - 273.15$	
Energia y calor			
unidad térmica británica (Btu)	joule (J)	1055.056	
caloría (cal)	joule (J)	4.1868	E
$Btu/°F\ hr \cdot ft^2$	$W/m^2 \cdot °K$	5.678263	
kilowatt por hora (kwh)	joule (J)	3,600,000	E
inidad térmica británica por libra (Btu/lb)	calorías por gramo (cal/g)	0.55556	
unidad térmica británica por hora (Btu/hr)	watt (w)	0.2930711	
Permeabilidad			
darcy	centímetro por segundo (cm/sec)	0.000968	
pies por día	centímetro por segundo (cm/sec)	0.000352	

*E indica que el factor es exacto.
** Un galón en EE.UU. es igual a 0.837 galón canadiense.
† Un pascal es igual a 1.000 newton por metro cuadrado.

Nota:
Un galón de agua en EE.UU. pesa 8.34 libras (EE.UU.) a 60°F.
Un pie cúbico de agua pesa 62.4 libras (EE.UU.)
Un mililitro de agua tiene la masa de 1 gramo y el volumen de un centímetro cúbico.
Una bolsa de cemento en EE.UU. pesa 94 lb.
El prefijo y los símbolos presentados abajo se usan comúnmente para formar nombres y símbolos de múltiplos decimales y sub-múltiplos del sistema SI de unidades.

Multiplicación Factor	Prefijo	Simbolo
$1,000,000,000 = 10^9$	giga	G
$1,000,000 = 10^6$	mega	M
$1,000 = 10^3$	kilo	k
$1 = 1$	—	—
$0.01 = 10^{-2}$	centi	c
$0.001 = 10^{-3}$	milli	m
$0.000001 = 10^{-6}$	micro	μ
$0.000000001 = 10^{-9}$	nano	n

Tabla 45. Factores de conversión para el sistema métrico.

Bibliografía

(Bibliotecapersonal)

- ✓ **ALAN WILLIAMS PH.D., S.E., C.ENG., Seismic and Wind Forces, Structural Design Examples**
- ✓ **Arthur H. Nilson, Diseño de Estructuras de Concreto, Duodécima Edición.**
- ✓ **American Concrete Institute, ACI 318-05.**
- ✓ **UniformBuildingCode, UBC-97.**
- ✓ **International BuildingCode, IBC-00/03/06.**
- ✓ **R. Park & T. Paulay, Estructuras de Concreto Reforzado, Novena Reimpresión.**
- ✓ **Jack C. McCormac, Diseño de Concreto Reforzado, Quinta Edición.**
- ✓ **T. Paulay& M. Priestley Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings, 1992.**
- ✓ **Manual of Standard Practice for Detailing Reinforced Concrete Structures, ACI 315-2002.**
- ✓ **American Concrete Institute, ACI 352-02.**
- ✓ **OresteMoretto, Curso de HORMIGON ARMADO, 1976.**
- ✓ **P. M. Ferguson y S. I. Husain, "Strength Effect of Cutting off Tension Bars in Concrete Beams".**
- ✓ **Newmark&Rosenblueth, Fundamentals of Earthquake Engineering, 1971.**
- ✓ **Gosh, S. K., "2000 IBC HANDBOOK,Structural Provisions.**
- ✓ **American Society Civil Engineers, ASCE 7-2005.**
- ✓ **Federal Emergency Management Agency, FEMA.**
- ✓ **CRSI, Concrete Reinforcing Steel Institute, 1975 & 2003**