



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica

**DISEÑO DE LA ESTRUCTURA VIRTUAL DEL CURSO DE CIRCUITOS
ELÉCTRICOS 2, BAJO EL MODELO CONSTRUCTIVISTA DE EDUCACIÓN, EN LA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, FACULTAD DE INGENIERÍA,
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**

Juan de Dios Mérida Jiménez

Asesorado por el Ing. Carlos Eduardo Guzmán Salazar

Guatemala, septiembre de 2017

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

DISEÑO DE LA ESTRUCTURA VIRTUAL DEL CURSO DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS 2, BAJO EL MODELO CONSTRUCTIVISTA DE EDUCACIÓN, EN LA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, FACULTAD DE INGENIERÍA, UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA
POR

JUAN DE DIOS MÉRIDA JIMÉNEZ

ASESORADO POR EL ING. CARLOS EDUARDO GUZMÁN SALAZAR

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERO EN ELECTRÓNICA

GUATEMALA, SEPTIEMBRE DE 2017

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

| | |
|------------|----------------------------------------|
| DECANO | Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco |
| VOCAL I | Ing. Angel Roberto Sic García |
| VOCAL II | Ing. Pablo Christian de León Rodríguez |
| VOCAL III | Ing. José Milton de León Bran |
| VOCAL IV | Br. Jurgen Andoni Ramírez Ramírez |
| VOCAL V | Br. Oscar Humberto Galicia Nuñez |
| SECRETARIA | Inga. Lesbia Magalí Herrera López |

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

| | |
|------------|--------------------------------------|
| DECANO | Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco |
| EXAMINADOR | Ing. Carlos Eduardo Guzmán Salazar |
| EXAMINADOR | Ing. Julio Rolando Barrios Archila |
| EXAMINADOR | Ing. Guillermo Antonio Puente Romero |
| SECRETARIA | Inga. Lesbia Magalí Herrera López |

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

DISEÑO DE LA ESTRUCTURA VIRTUAL DEL CURSO DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS 2, BAJO EL MODELO CONSTRUCTIVISTA DE EDUCACIÓN, EN LA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, FACULTAD DE INGENIERÍA, UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, con fecha octubre 2015.

Juan de Dios Mérida Jiménez

Guatemala, 3 de julio de 2017

Ingeniero
Julio Rolando Barrios Archila
Coordinador
Área de Electrotecnia
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica
Facultad de Ingeniería
Universidad de San Carlos de Guatemala

Estimado ingeniero Barrios:

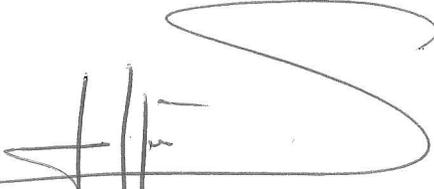
Por este medio hago de su conocimiento que he concluido la revisión del trabajo de graduación del estudiante Juan de Dios Mérida Jiménez, titulado:

DISEÑO DE LA ESTRUCTURA VIRTUAL DEL CURSO DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS 2, BAJO EL MODELO CONSTRUCTIVISTA DE EDUCACIÓN, EN LA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, FACULTAD DE INGENIERÍA, UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA.

El cual cumple con los objetivos que se propusieron para su elaboración. Por lo que, el estudiante Mérida Jiménez puede continuar con el trámite que la Universidad tiene para concluir su proceso de graduación.

Hago la salvedad que, tanto el señor Mérida con el suscrito en calidad de Asesor nombrado, somos responsables del contenido del trabajo de graduación referido.

Reciba un cordial saludo,



Carlos Guzmán Salazar
ASESOR

CARLOS GUZMAN SALAZAR
Ingeniero Electricista
Col. No. 2762



Ref. EIME 38. 2017
Guatemala, 3 de AGOSTO 2017.

FACULTAD DE INGENIERIA

Señor Director
Ing. Otto Fernando Andrino González
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica
Facultad de Ingeniería, USAC.

Señor Director:

**Me permito dar aprobación al trabajo de Graduación titulado:
DISEÑO DE LA ESTRUCTURA VIRTUAL DEL CURSO DE
CIRCUITOS ELÉCTRICOS 2, BAJO EL MODELO
CONSTRUCTIVISTA DE EDUCACIÓN EN LA ESCUELA DE
INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, FACULTAD DE
INGENIERÍA, UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE
GUATEMALA, del estudiante Juan de Dios Mérida Jiménez,
que cumple con los requisitos establecidos para tal fin.**

Sin otro particular, aprovecho la oportunidad para saludarle.

Atentamente,
D Y ENSEÑAD A TODOS

Ing. Julio Rolando Barrios Archila
Coordinador de Electrotécnica



SFO



REF. EIME 38 . 2017.

El Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, después de conocer el dictamen del Asesor, con el Visto Bueno del Coordinador de Área, al trabajo de Graduación del estudiante; JUAN DE DIOS MÉRIDA JIMÉNEZ titulado: DISEÑO DE LA ESTRUCTURA VIRTUAL DEL CURSO DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS 2, BAJO EL MODELO CONSTRUCTIVISTA DE EDUCACIÓN EN LA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, FACULTAD DE INGENIERÍA, UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA, procede a la autorización del mismo.


Ing. Otto Fernando Andriano González



GUATEMALA, 28 DE AGOSTO 2,017.

Universidad de San Carlos
de Guatemala

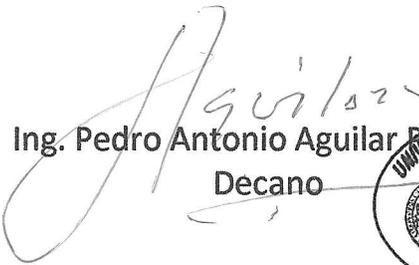


Facultad de Ingeniería
Decanato

DTG. 446.2017

El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, al Trabajo de Graduación titulado: **DISEÑO DE LA ESTRUCTURA VIRTUAL DEL CURSO DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS 2, BAJO EL MODELO CONSTRUCTIVISTA DE EDUCACIÓN, EN LA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, FACULTAD DE INGENIERÍA, UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA,** presentado por el estudiante universitario: **Juan de Dios Mérida Jiménez,** y después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE:


Ing. Pedro Antonio Aguilar Franco
Decano



Guatemala, septiembre de 2017

/gdech

ACTO QUE DEDICO A:

- Dios** Por darme las fuerzas, la bendición y la presencia de todas las personas que me rodean.
- Mis padres** Por ser un ejemplo y siempre estar a mi lado dándome un consejo o simplemente con el apoyo que aprecio tanto.
- Mis hermanos** Pedro y Ángel Mérida Jiménez, por siempre estar ahí cuando más los necesitaba.
- Mis amigos** Haroldo López, Gabriel Cabrera y Esther Pineda, con ellos pude salir adelante en la carrera con su apoyo y su constante ayuda, gracias porque siempre pude contar con ellos.
- Mis abuelos** Por ser un gran ejemplo a seguir y sus palabras que siempre me animaron.

AGRADECIMIENTOS A:

**Universidad de
San Carlos de
Guatemala**

Por ser el centro de estudios que me permitió realizarme como profesional.

Facultad de Ingeniería

Por sus instalaciones y profesores que sin duda no habría aprendido tanto.

Mis padres

Hugo Mérida y Anabella Jiménez por ser un gran ejemplo a seguir, por el apoyo y el cariño que siempre me han demostrado.

Mis amigos de la carrera

Haroldo López y Gabriel Cabrera, por todas las veces que sufrimos pero logramos nuestra meta desde el principio hasta el final de la carrera.

**Familia López de los
Ríos**

Por recibirnos en su casa siempre con una sonrisa, por su gran atención y por dejarnos trabajar muchas veces en la madrugada.

Mi familia

Mis tíos, mis tías, mis primos y primas que siempre he sentido su cariño a lo largo de estos años.

Mis abuelos

El gran cariño y ejemplo a seguir por inculcarme siempre el amor hacia Dios.

ÍNDICE GENERAL

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------|------|
| ÍNDICE DE ILUSTRACIONES..... | VII |
| LISTA DE SÍMBOLOS | XI |
| GLOSARIO | XIII |
| RESUMEN..... | XV |
| OBJETIVOS..... | XVII |
| INTRODUCCIÓN | XIX |
| | |
| 1. ASPECTOS GENERALES, USO DE LAS TIC COMO HERRAMIENTA DE VIRTUALIZACIÓN..... | 1 |
| 1.1. Modelo constructivista | 1 |
| 1.1.1. Características del aprendizaje constructivista | 1 |
| 1.2. Modelo de educación a distancia | 3 |
| 1.2.1. Perfil del alumno y del profesor | 5 |
| 1.2.2. Ventajas y desventajas | 6 |
| 1.2.2.1. Ventajas..... | 6 |
| 1.2.2.2. Desventajas | 8 |
| 1.3. Tecnología de la información y comunicación (TIC)..... | 9 |
| 1.3.1. Herramientas | 10 |
| 1.4. Estructura de videos..... | 10 |
| | |
| 2. TEOREMAS Y CONCEPTOS A VIRTUALIZAR..... | 13 |
| 2.1. Régimen transitorio para circuitos RL y RC..... | 13 |
| 2.1.1. Solución general y particular..... | 14 |
| 2.1.1.1. Objetivos..... | 14 |
| 2.1.1.2. Concepto | 14 |

| | | | |
|--------|------------|----------------------------------------------------------|----|
| | 2.1.1.3. | Conclusiones..... | 15 |
| 2.1.2. | | Constantes de tiempo | 15 |
| | 2.1.2.1. | Objetivo | 15 |
| | 2.1.2.2. | Concepto | 15 |
| | 2.1.2.3. | Conclusiones..... | 17 |
| 2.1.3. | | Condiciones iniciales..... | 17 |
| | 2.1.3.1. | Objetivos | 17 |
| | 2.1.3.2. | Concepto | 17 |
| | 2.1.3.3. | Conclusiones..... | 19 |
| 2.2. | | Régimen transitorio para circuitos RLC..... | 19 |
| 2.2.1. | | Circuitos en serie y paralelo | 19 |
| | 2.2.1.1. | Objetivos | 19 |
| | 2.2.1.2. | Concepto | 19 |
| | 2.2.1.3. | Conclusiones..... | 21 |
| 2.3. | | Transformada de Laplace | 21 |
| 2.3.1. | | Teoremas básicos | 21 |
| | 2.3.1.1. | Objetivos | 21 |
| | 2.3.1.2. | Concepto | 22 |
| | 2.3.1.2.1. | ¿Qué es una transformación de integración?..... | 22 |
| | 2.3.1.2.2. | Definición de la transformada de Laplace..... | 22 |
| | 2.3.1.2.3. | Traslación en el eje s | 23 |
| | 2.3.1.2.4. | Escalón unitario..... | 23 |
| | 2.3.1.3. | Conclusiones..... | 25 |
| 2.3.2. | | Fracciones parciales con el teorema de Heaviside..... | 25 |

| | | | | |
|--------|----------|---------------------------------------------------------------------|--------------------|----|
| | 2.3.2.1. | Objetivos..... | 25 | |
| | 2.3.2.2. | Concepto | 25 | |
| | 2.3.2.3. | Conclusiones | 26 | |
| 2.3.3. | | Teorema del valor inicial y final con transformada de Laplace | 27 | |
| | 2.3.3.1. | Objetivo | 27 | |
| | 2.3.3.2. | Concepto | 27 | |
| | 2.3.3.3. | Conclusión..... | 27 | |
| 2.3.4. | | Función de impedancia..... | 28 | |
| | 2.3.4.1. | Objetivo | 28 | |
| | 2.3.4.2. | Concepto | 28 | |
| | 2.3.4.3. | Conclusión..... | 29 | |
| 2.4. | | Función de transferencia | 29 | |
| | 2.4.1. | Objetivo | 29 | |
| | 2.4.2. | Concepto | 29 | |
| | 2.4.3. | Conclusiones | 30 | |
| 2.5. | | Polos y ceros | 30 | |
| | 2.5.1. | Polos y ceros de una función..... | 30 | |
| | | 2.5.1.1. | Objetivos..... | 30 |
| | | 2.5.1.2. | Concepto | 31 |
| | | 2.5.1.3. | Conclusiones | 32 |
| | 2.5.2. | Estabilidad de redes activas | 32 | |
| | | 2.5.2.1. | Objetivos..... | 32 |
| | | 2.5.2.2. | Concepto | 32 |
| | | 2.5.2.3. | Conclusiones | 33 |
| 2.6. | | Resonancia..... | 34 | |
| | 2.6.1. | Resonancia en serie | 34 | |
| | | 2.6.1.1. | Objetivos..... | 34 |
| | | 2.6.1.2. | Concepto | 34 |

| | | | | |
|--------|----------|----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----|
| | 2.6.1.3. | Conclusiones..... | 36 | |
| 2.6.2. | | Resonancia en paralelo..... | 36 | |
| | 2.6.2.1. | Objetivos | 36 | |
| | 2.6.2.2. | Concepto | 36 | |
| | 2.6.2.3. | Conclusiones..... | 39 | |
| 2.6.3. | | Factor de calidad..... | 39 | |
| | 2.6.3.1. | Objetivos | 39 | |
| | 2.6.3.2. | Concepto | 40 | |
| | 2.6.3.3. | Conclusiones..... | 41 | |
| 2.6.4. | | Ancho de banda | 41 | |
| | 2.6.4.1. | Objetivos | 41 | |
| | 2.6.4.2. | Concepto | 41 | |
| | 2.6.4.3. | Conclusiones..... | 43 | |
| 2.7. | | Filtros eléctricos | 43 | |
| | 2.7.1. | Decibeles..... | 43 | |
| | | 2.7.1.1. | Objetivos | 43 |
| | | 2.7.1.2. | Concepto | 44 |
| | | 2.7.1.3. | Conclusión..... | 44 |
| | 2.7.2. | Filtros eléctricos | 44 | |
| | | 2.7.2.1. | Objetivos | 44 |
| | | 2.7.2.2. | Tipos de filtros | 45 |
| | | 2.7.2.3. | Función de transferencia | 46 |
| | | 2.7.2.4. | Diagramas de Bode..... | 46 |
| | | 2.7.2.5. | Conclusiones..... | 47 |
| 3. | | SIMULACIÓN Y DEMOSTRACIONES DE EJERCICIOS Y LABORATORIOS VIRTUALES..... | 49 | |
| | 3.1. | Régimen transitorio para circuitos RL y RC | 49 | |
| | | 3.1.1. | Obtener solución general y solución particular..... | 49 |

| | | |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.1.2. | Comportamiento de un circuito RL | 51 |
| 3.1.3. | Condiciones iniciales | 54 |
| 3.2. | Régimen transitorio para circuitos RLC | 57 |
| 3.2.1. | Resolución de circuito RLC en serie..... | 57 |
| 3.2.2. | Resolución de circuito RLC en paralelo..... | 61 |
| 3.3. | Transformada de Laplace..... | 65 |
| 3.3.1. | Transformada de Laplace de Aet..... | 65 |
| 3.3.2. | Transformada del escalón unitario..... | 66 |
| 3.3.3. | Transformada inversa de Laplace por medio del método Heaviside | 66 |
| 3.3.4. | Resolución de circuito RLC con la transformada de Laplace sin fuente impulsora | 68 |
| 3.3.5. | Resolución de circuito RLC con la transformada de Laplace con fuente impulsora | 70 |
| 3.4. | Función de transferencia | 73 |
| 3.4.1. | Ganancia de voltaje | 73 |
| 3.4.2. | Impedancia | 74 |
| 3.4.3. | Admitancia..... | 75 |
| 3.4.4. | Ganancia de corriente | 76 |
| 3.5. | Polos y ceros | 76 |
| 3.5.1. | Resolución de circuito y obtener los polos y ceros..... | 76 |
| 3.5.2. | Estabilidad de una función de transferencia con el teorema Routh-Hurwitz | 78 |
| 3.6. | Resonancia..... | 80 |
| 3.6.1. | Demostración de la impedancia en un circuito resonante en paralelo..... | 80 |
| 3.6.2. | Demostración de cómo se obtiene el ancho de banda..... | 82 |

| | | |
|--------|-------------------------------------------------------|-----|
| 3.6.3. | Resolución de un circuito resonante en paralelo | 85 |
| 3.6.4. | Resolución de circuito resonante en serie..... | 87 |
| 3.7. | Filtros eléctricos | 89 |
| 3.7.1. | Problema de ganancia de voltaje con decibeles | 89 |
| 3.7.2. | Problema de voltajes con decibeles | 89 |
| 3.7.3. | Problema de un filtro pasa-bajas RC..... | 90 |
| 3.7.4. | Problema de filtro pasa-banda RC | 93 |
| 3.7.5. | Ejemplo de diagrama de Bode | 95 |
| 4. | EVALUACIONES | 99 |
| 4.1. | Ejercicios por resolver | 99 |
| 4.2. | Laboratorios | 116 |
| | CONCLUSIONES..... | 121 |
| | RECOMENDACIONES | 123 |
| | BIBLIOGRAFÍA..... | 125 |
| | APÉNDICES..... | 127 |

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

| | | |
|-----|---------------------------------------------------------------------|----|
| 1. | Forma normalizada de la exponencial decreciente | 16 |
| 2. | Circuito RLC en serie | 20 |
| 3. | Circuito paralelo | 20 |
| 4. | Grafica de escalón unitario..... | 24 |
| 5. | Entradas y salidas de un circuito eléctrico | 28 |
| 6. | Circuito resonante en serie | 35 |
| 7. | Circuito resonante paralelo | 37 |
| 8. | Reactancia inductiva equivalente..... | 37 |
| 9. | Comportamiento del circuito resonante..... | 42 |
| 10. | Diagrama de Bode y respuesta real..... | 47 |
| 11. | Circuito compuesto de resistencia e inductancia | 49 |
| 12. | Gráfica con V y R constantes y valor de inductancia L pequeña | 52 |
| 13. | Gráfica con V y R constantes y valor de inductancia L grande | 52 |
| 14. | Gráfica con V y L constantes y valor de resistencia R pequeña | 53 |
| 15. | Gráfica con V y L constantes y valor de resistencia R grande | 54 |
| 16. | Circuito con capacitor, resistencia e inductancia..... | 55 |
| 17. | Circuito equivalente del circuito de la figura 7 | 55 |
| 18. | Circuito RLC con fuente de voltaje de corriente directa | 57 |
| 19. | Representación gráfica del circuito RLC en serie | 61 |
| 20. | Circuito paralelo | 62 |
| 21. | Representación del comportamiento del circuito RLC en paralelo..... | 64 |
| 22. | Circuito RLC con capacitor cargado inicialmente..... | 69 |
| 23. | Circuito RLC en serie con fuente impulsora | 71 |

| | | |
|-----|----------------------------------------------------------|-----|
| 24. | Circuito RL analizado para función de transferencia..... | 73 |
| 25. | Circuito RC para obtener polos y ceros | 76 |
| 26. | Polos y ceros de la ecuación 3,90 | 78 |
| 27. | Representación real de una bobina | 80 |
| 28. | Circuito resonante en paralelo | 85 |
| 29. | Circuito resonante en serie | 87 |
| 30. | Filtro RC pasa-bajas | 90 |
| 31. | Relación vo-f del filtro RC pasa-bajas..... | 92 |
| 32. | Filtro pasa-bandas RC | 93 |
| 33. | Representación gráfica de un filtro pasa-bajas | 94 |
| 34. | Filtro pasa-altas RL..... | 95 |
| 35. | Representación de diagrama de Bode..... | 98 |
| 36. | Circuito para problema 4-1 | 99 |
| 37. | Circuito para problema 4-2 y 4-3..... | 100 |
| 38. | Circuito para problema 4-4 | 100 |
| 39. | Circuito para problema 4-5 | 101 |
| 40. | Circuito para problema 4-6 | 101 |
| 41. | Circuito para problema 4-8 | 102 |
| 42. | Circuito para problema 4-9 | 103 |
| 43. | Circuito para problema 4-10 | 103 |
| 44. | Circuito para problema 4-11 | 104 |
| 45. | Circuito para problema 4-19 | 105 |
| 46. | Circuito para problema 4-20 | 106 |
| 47. | Circuito RC, problema 4-21 (a) | 106 |
| 48. | Circuito RC, problema 4-21 (b) | 107 |
| 49. | Circuito para problema 4-22 | 107 |
| 50. | Circuito resistivo para problema 4-23 | 108 |
| 51. | Circuito RC para problema 4-24 | 108 |
| 52. | Circuito para problema 4-32 | 110 |

| | | |
|-----|-----------------------------------|-----|
| 53. | Circuito para problema 4-33..... | 110 |
| 54. | Circuito para problema 4-34..... | 111 |
| 55. | Circuito para problema 4-37..... | 111 |
| 56. | Circuito para problema 4-38..... | 112 |
| 57. | Circuito para problema 4-39..... | 112 |
| 58. | Circuito para problema 4-40..... | 113 |
| 59. | Circuito para problema 4-44..... | 114 |
| 60. | Circuito para problema 4-45..... | 114 |
| 61. | Circuito para problema 4-47..... | 115 |
| 62. | Circuito para problema 4-49..... | 115 |
| 63. | Circuito para problema 4-50..... | 116 |
| 64. | Circuito para ejercicio 4-51..... | 116 |
| 65. | Circuito para problema 4-52..... | 117 |
| 66. | Laboratorio 4-56..... | 119 |

TABLAS

| | | |
|------|----------------------------------------------------------------------|----|
| I. | Relación voltaje y corriente en dispositivos eléctricos pasivos..... | 13 |
| II. | Valores enteros de tT y porcentaje de corriente inicial | 16 |
| III. | Comportamiento del inductor y capacitor en el tiempo..... | 18 |
| IV. | Tabla de la transformada de Laplace | 24 |
| V. | Relación entre la salida y la entrada | 29 |

LISTA DE SÍMBOLOS

| Símbolo | Significado |
|------------------------------|------------------------------|
| A | Amperios |
| BW | Ancho de banda |
| C | Capacitancia |
| I | Corriente |
| dB | Decibeles |
| Q | Factor Q |
| Q_p | Factor Q en paralelo |
| Q_s | Factor Q en serie |
| F | Faradios |
| f | Frecuencia |
| ω | Frecuencia angular |
| ω_c | Frecuencia angular de corte |
| ω_s | Frecuencia angular resonante |
| f_c | Frecuencia de corte |
| f_s | Frecuencia resonante |
| H(s) | Función de transferencia |
| H | Henrios |
| Z | Impedancia |
| L | Inductancia |
| Ω | Ohm |
| X_c | Reactancia capacitiva |
| X_L | Reactancia inductiva |
| R | Resistencia |

| | |
|---------------------------------|-------------------------|
| t | Tiempo |
| \mathcal{L} | Transformada de Laplace |
| V | Voltaje |
| V_i | Voltaje de entrada |
| V_o | Voltaje de salida |

GLOSARIO

| | |
|-----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Camtasia Studio | Software para creación y modificación de videos. |
| Circuito abierto | Es el diferencial de potencial eléctrico entre dos terminales cuando no están conectadas. |
| Circuito eléctrico | Es una red eléctrica que contiene por lo menos un dispositivo pasivo o activo en una trayectoria cerrada. |
| Componentes activos | Son dispositivos capaces de controlar el flujo de la corriente del circuito o generar ganancias. |
| Componentes pasivos | Son dispositivos que no generan ganancia y disipan la energía en forma de calor. |
| Cortocircuito | Aumento drástico en la intensidad de la corriente en un circuito o parte de él. |
| Ecuación diferencial | Es una ecuación matemática que relaciona una función con sus derivadas. |
| Generador de señales | Es un dispositivo electrónico de laboratorio que genera señales periódicas o no periódicas. Estas pueden ser análogas o digitales. |

| | |
|------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Leyes de Kirchhoff | Son igualdades que se basan en la conservación de la energía y la carga en los dispositivos. Estas leyes son de nodos y mallas. |
| Osciloscopio | Dispositivo electrónico que se utiliza para visualizar señales digitales y analógicas. |
| Proteus 8 profesional | Software utilizado para simulación y diseño de circuitos. |
| VideoScribe | Software para crear videos interactivos. |
| Wolfram Mathematica | Software que se utiliza para resolver, graficar y evaluar expresiones matemáticas. |

RESUMEN

El trabajo de tesis Diseño de la estructura virtual del curso de Circuitos Eléctricos 2, bajo el modelo constructivista de educación, en la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, busca proporcionar a los estudiantes y personas interesadas en aprender un curso especializado donde los interesados puedan aprender por medio virtual.

Consta de cuatro capítulos. Inicia en el primero con una amplia explicación de los aspectos generales del uso de la nueva tecnología, de las comunicaciones conocidas como Tic's como herramientas para virtualizar conocimientos.

En el capítulo dos se trabaja los teoremas y conceptos que se utilizarán en el desarrollo de las clases virtuales. Describe los perfiles del profesor como de los estudiantes que tomarán el curso. La presentación de cada acápite inicia con el título de los teoremas a enseñar y cada uno contempla un objetivo, su desarrollo o concepto y una parte de cierre o conclusión, de tal forma que se desarrollen en conjunto o individualmente.

En el tercer capítulo se desarrollan ejercicios y laboratorios bajo el abordaje de teoremas de distintos académicos que los han desarrollado. Estos fueron planteados como laboratorios para enseñanza virtual para el régimen transitorio RL y RC.

Y finalmente el capítulo cuatro desarrolla evaluaciones a través de ejercicios prácticos cuyo fin es poner a los estudiantes a ejercitar sobre los conocimientos adquiridos en los módulos o capítulos anteriores.

OBJETIVOS

General

Realizar una propuesta del curso de Circuitos Eléctricos 2 bajo el modelo constructivista de forma virtual.

Específicos

1. Dotar a los participantes del curso de elementos conceptuales elementales para entender el mismo.
2. Que se comprenda la importancia del uso de tecnología TIC.
3. Priorizar el modelo de enseñanza o transmisión de conocimientos por medio audiovisual (videos).

INTRODUCCIÓN

La propuesta de tesis Diseño de la estructura virtual del curso de Circuitos Eléctricos 2, bajo el modelo constructivista de educación, en la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala, busca constituirse en una herramienta novedosa de concepto virtual para que los estudiantes y personas interesadas en adquirir conocimientos sobre cómo funcionan los circuitos eléctricos desde la aplicación de teoremas que han planteado estudiosos en la materia para orientar a una solución viable.

Su estructura virtual tutorada por un docente permitirá apoyar la formación profesional de aquellas personas que no pueden acudir a una aula, sujetos a una hora y a movilización.

Será una herramienta de apoyo para quienes desean aprender desde un ordenador y solucionar problemas donde tengan que aplicar la serie de teoremas y fórmulas.

La utilización de videos donde se pueda animar las formulas y ecuaciones será algo que pretende ser novedoso.

Finalmente, quiero manifestar que la construcción del mismo fue cuidadosamente pensada, revisada y asesorada por ingenieros expertos en el tema.

1. ASPECTOS GENERALES, USO DE LAS TIC COMO HERRAMIENTA DE VIRTUALIZACIÓN

1.1. Modelo constructivista

La idea básica del constructivismo es que el aprendizaje de las personas se construye, que a base de experiencias anteriores los seres humanos elaboran nuevos conocimientos. Los estudiantes deben adquirir el conocimiento de forma activa, participar en actividades y no quedarse de forma pasiva observando mientras alguien les explica.

En el constructivismo las personas aprenden según su ritmo; construyen conocimientos por sí mismos. Esto es en lo que difiere del método tradicional de enseñanza (maestro-alumno), ya que en él lo importante es recibir la información y en el constructivismo, es construir.

1.1.1. Características del aprendizaje constructivista

Las características del ambiente constructivistas son:

- Otorga múltiples representaciones de la realidad a las personas.
- Las múltiples representaciones de la realidad muestran la complejidad de nuestro entorno.
- El aprendizaje constructivista se encarga de construir conocimiento mientras se reproduce.
- Se enfoca en tareas auténticas de forma significativamente en lugar de ideas abstractas que pueden estar fuera del contexto.

- Se desarrolla día a día con entornos de la vida cotidiana en lugar de instrucciones o hechos ya establecidos.
- Los entornos del aprendizaje constructivista son un reflejo de la experiencia.

En el método del constructivismo cognitivo existen dos principios: aprendizaje activo y aprendizaje completo.

- El aprendizaje como un proceso activo: es el proceso en el cual la recepción y asimilación de información son muy importantes, así como las primeras experiencias, errores y la necesidad de solucionar acontecimientos. Como se presenta la información es muy importante. Cuando se aprende con la información recibida la solución a problemas, funciona como una herramienta, no como una secuencia de pasos.
- El aprendizaje completo: la comprensión es construida de forma que la persona interactúe de forma significativa con el medio que lo rodea. Esto nos dice que no se debe especializar en las habilidades solitarias. Las personas que se someten a este aprendizaje llegan a aprender estas lecciones, pero resulta más fácil el aprendizaje si se encuentran con situaciones que ejemplifiquen lo deseado a aprender. Esta teoría indica que los estudiantes deben enfatizar en las actividades completas; actividades que resulten interesantes y significantes para el alumno.

1.2. Modelo de educación a distancia

Los términos “educación a distancia” y “educación abierta” se refieren a todos los estudios que no necesitan que el estudiante y el profesor estén en un espacio físico determinado, ni en el mismo lugar. Este tipo de educación requiere que el estudiante aprenda de forma independiente y que el curso contenga todos los contenidos de forma concreta. Este contenido debe ser amplio para una enseñanza más flexible. El nivel del curso, material de apoyo, estructura, metodología del trabajo, medios para hacer llegar la información, son ejemplos de las flexibilidades que pueden ofrecer. Todo esto se complementa con tutorías personales, asistencia personal o en línea y el uso de la tecnología de la comunicación.

Las nuevas tecnologías de la información juegan un papel importante para la distribución de información educativa, tanto instrucciones como recursos. No todos los sistemas de educación a distancia tienen la misma capacidad para resolver los problemas educativos. Cada problema surge de una necesidad diferente. Enfocarnos en una necesidad específica nos ayuda a obtener un módulo educativo y el modo para alcanzar el objetivo. Cada módulo educativo, junto con su modelo pedagógico, nos muestra la solución para una aplicación en concreto.

A lo largo de la historia, la enseñanza-aprendizaje ha ido de la mano con la tecnología que ha evolucionado en cada sociedad y periodo de la humanidad. En la época actual está orientada a una sociedad informática. Esta sociedad, con medios de comunicación masivos, nos ofrece las herramientas para realizar lo que antes no se creía posible: las clases virtuales o a distancia, en forma eficaz y al alcance de las personas que lo necesitan. Por otro lado, las exigencias que los alumnos han adquirido son

mayores al tener todo esto a su alcance; necesitan conocer más sobre lo que los rodea y en lo que se desempeñan.

Esta nueva tecnología no solo afecta a los estudiantes sino también a los profesores, ya que además de conocer el contenido total del curso, deberán aprender el lenguaje técnico de la tecnología de la comunicación.

Para una educación a distancia efectiva y rápida se necesita tecnología de última generación. La infraestructura y la naturaleza de las redes es un punto importante para cada pedagogo cuando ellos son los que diseñan y realizan estrategias para la educación a distancia.

El enfoque de un modelo educativo está centrado en el alumno y en los grupos colaborativos.

El enfoque centrado en el alumno es aquel que la persona que recibe el curso es el único responsable de su aprendizaje. El estudiante debe buscar, investigar y aplicar los temas del curso, de esta forma desarrolla criterio propio y el deseo de seguir aprendiendo.

El enfoque centrado en los grupos colaborativos es aquel donde el aprendizaje se realiza en conjunto; es decir, que los alumnos realicen las tareas o actividades con otros compañeros. De esta forma, al interactuar con otras personas, los alumnos desarrollan habilidades propias y en grupo. Por ejemplo, trabajo en equipo, discusión y respeto de ideas, análisis, criterio, entre otras.

1.2.1. Perfil del alumno y del profesor

Las características del estudiante son diferentes a las del aprendizaje tradicional, ya que se interactúa con la información a través de la tecnología; se trabaja con otros estudiantes y se forman grupos con personas del mismo sector, diferente región o de otros países. La interacción se realiza clase por clase con preguntas, material de apoyo. Lo más importante es que el estudiante obtiene una responsabilidad por aprender por sí mismo.

Esta modalidad educativa nos presenta un interés por aprender más activo, toma de decisiones más concretas, conocimiento de cómo tratar a las personas a la hora de trabajar con ellas e interacción de conocimientos entre estudiante-estudiante o profesor-estudiante.

Las características del profesor también cambian. El profesor de una clase virtual es un diseñador y facilita el ambiente del aprendizaje, es un tutor. En esta modalidad el profesor no solo expone y debe de ser escuchado, sino que él también es un aprendiz. Conoce todos los temas y contenidos del curso, pero no debe de exponerlos como clase tradicional sino que encienda el interés de cada estudiante.

El rol del profesor o tutor es el de orientar y facilitar el aprendizaje; dirigir al estudiante a través del material del curso, reflexión, crítica y expansión de lo aprendido. Aunque no se pueda ver su función en las clases virtuales, el profesor juega un papel muy importante ya que sigue estando presente para todos los alumnos que tengan dudas; es consejero del curso y ayuda a las dificultades de los estudiantes. Su responsabilidad es evaluar lo aprendido en el curso a los estudiantes y con base en estos resultados, se puede modificar las formas o técnicas del aprendizaje a distancia.

1.2.2. Ventajas y desventajas

1.2.2.1. Ventajas

Desde el punto de vista de la institución encargada de la formación de educación a distancia las ventajas son:

El tiempo se torna más flexibles para ambos lados, ya que el alumno tiene la decisión de qué horario tomar las clases y cuánto tiempo dedicarle al día o a la semana. Por otra parte, el profesor tiene el tiempo suficiente para planificar cada clase y mejorar la atención personal.

De la forma habitual, la entrega de trabajos y tareas era presencial y con algún material extra (cuadernos, reportes, investigaciones). La persona debía trasladarse de un lugar hacia otro, en lo cual se pierde tiempo. En cambio, en la educación a distancia se entregan los trabajos en línea. Así que el lugar donde se utiliza para recibir las clases también es el lugar para entregar las tareas o trabajos sin necesidad de moverse a otro lugar.

En el aprendizaje a distancia el seguimiento del progreso del estudio depende de las lecciones recibidas, mientras que en la forma habitual es por medio de asistencia, sin determinar que haya recibido la lección en su totalidad.

Si tomamos desde el punto de vista de educación virtual, las ventajas son:

- No tiene límite en el número de estudiantes.
- El estudiante no se mueve de lugar al cambiar de materia.

- El tiempo es flexible.
- Motiva a que cada persona avance a su propio ritmo.
- Utiliza muchos medios y recursos para su aprendizaje.
- No se interpone en los asuntos laborales o familiares.
- La solución de problemas se vuelve a base de experiencias y no obtenida por un maestro.
- Desarrolla habilidades computacionales necesarias en estos días.
- La educación tiene un mayor alcance y no requiere de un lugar físico en específico.
- Desarrolla criterio y experiencia propia al asimilarlo de forma adecuada.
- La interacción entre personas de diferentes clases sociales y culturas permite una extensión de criterios y creatividad.
- Acceso a educación de alto nivel.
- Uso de tecnología de vanguardia.
- Incontable el número de veces que pueden recibir una cátedra.

En una clase, si un estudiante hace una pregunta y el catedrático decide que los mismos estudiantes se contesten entre sí, el estudiante recibirá de 3 a 4 respuestas sin participación de toda la clase. En cambio, en el aula virtual puede haber mucho más participación y sin límite de tiempo para que cada estudiante piense y determine cuál puede ser la mejor respuesta.

Al llevar a cabo la educación a distancia, el alumno, además de recibir el o los cursos que desee, tendrá que mejorar sus técnicas y prácticas de computación a la hora de realizar investigaciones, trabajos, practicar la teoría, entre otros.

1.2.2.2. Desventajas

Como todo proyecto o actividad tiene sus desventajas, la educación a distancia no es la excepción.

El hecho de no tener presencia física en una institución limita a las reuniones o actividades que requieren interacción entre personas.

Al interactuar con personas sólo por una vía virtual reduce las formas de comunicarse a una sola, lo que da como resultado relaciones interpersonales menos profundas y completas.

Existen inconvenientes que se debe de analizar antes de formar parte de la educación a distancia, estos son:

- Puede ser lenta y desmotivar a los estudiantes.
- Los materiales pueden estar incompletos o mal diseñados y llevar una mala información.
- Si el alumno no es una persona organizada puede que nunca llegue a completar el contenido.

Las personas deben ser sinceras consigo mismas y determinar si pueden recibir una educación a distancia, ya que requiere disciplina y determinación para finalizar un curso.

La implementación de la educación a distancia es un proyecto a mediano plazo porque se requiere capacitación del catedrático, edición de material didáctico, corrección del mismo, pruebas hacia los alumnos y aprobación de la entidad que dará el curso.

1.3. Tecnología de la información y comunicación (TIC)

La tecnología de la información y comunicación (TIC) abarca todas las herramientas que nos permiten almacenar, procesar, manejar y transmitir información digitalizada. Existe una gran cantidad de herramientas para la tecnología de la información y comunicación, cada una de ellas con usos diferentes. La importancia de las TIC en el campo educativo ha permitido desarrollar nuevas herramientas, pero esto no ha garantizado que el aprendizaje tenga buenos resultados. El uso que se haga de las TIC es importante para el desarrollo del profesor y el autoaprendizaje del estudiante.

Dependiendo del enfoque que el profesor le dé a las TIC hay tres clasificaciones:

- TIC que apoyan la transmisión: tutoriales, páginas web informativas.
- TIC que apoyan el aprendizaje activo: simuladores, emuladores, juegos interactivos, competencias.
- TIC que facilita la información: juegos colaborativos, ya sea en la web o plataformas propias, foros, videos, correo electrónico, video o audioconferencias.

Otra clasificación de las TIC es por el uso del material otorgado a los estudiantes. El primero se refiere a las TIC que sirven para enseñar lo impartido previamente, solo que de una forma más fácil de aprender, eficiente, menos desgastante y rápida. El segundo se refiere a las técnicas usadas para motivar y enseñar a los estudiantes de temas, cursos totalmente nuevos o que no se impartirán en el salón.

1.3.1. Herramientas

Las herramientas que se utilizan en las TIC son de diversos tipos ya que cada una se adecua según la situación lo amerite. Las herramientas son:

- Organización semántica: consta de la participación de los mismos conceptos y la realización se adapta según los acontecimientos que la rodeen. Las herramientas que se usan son las bases de datos y las herramientas para realizar mapas conceptuales.
- Interpretación de información: las herramientas utilizadas son imágenes computarizadas o el razonamiento visual.
- Herramientas de modelado dinámico: hojas electrónicas, problemas interactivos.
- Herramientas para la construcción de conocimiento: videos, textos, simulaciones, ejercicios resueltos.
- Herramientas de comunicación y colaboración: grupos de discusión, foros, blogs, correo electrónico.

1.4. Estructura de videos

Los videos utilizados en la realización del curso virtual de Circuitos Eléctricos 2 constan de las siguientes partes:

- Presentación del tema: en esta sección se presentará el título o los títulos del tema y una breve introducción del mismo.
- Objetivos: aquí se presentan las metas que se desea alcanzar al impartir el tema. Esta parte del video no debe de extenderse demasiado ya que lo que se pretende es que el estudiante, en poco

tiempo, sepa el objetivo de cada video. Esto se debe a que si el estudiante ya tiene el conocimiento suficiente para la lección podrá seguir adelante; de lo contrario, si no tuviera los conocimientos necesarios, esto podría resultar aburrido o hasta tedioso.

- Desarrollo del video: esta parte comprende toda la explicación del contenido del tema. Aquí se presenta teoría, simulaciones, resolución de ejercicios y puntos importantes. Esta es la parte más importante del video porque es donde se llega a comprender el tema, surgen y se resuelven dudas.
- Conclusiones: en esta sección se podrán todas las ideas que el estudiante debe saber y reflexionar al tener conocimiento ya del tema. Esta sección ayudará a que el estudiante adquiera discernimiento.

Dichos videos están diseñados en el software de videoScribe y editados con el software camtasia Studio. Este material está disponible para las autoridades pertinentes a este trabajo de graduación.

2. TEOREMAS Y CONCEPTOS A VIRTUALIZAR

2.1. Régimen transitorio para circuitos RL y RC

Cuando se requiere la solución de circuitos eléctricos RL y/o RC en el tiempo se utilizan ecuaciones diferenciales, las cuales están representadas de la siguiente forma:

$$a_0 \frac{d^n i(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} i(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{di(t)}{dt} + a_n i(t) = v(t) \quad (2.1)$$

En estas ecuaciones, a_0 , a_1 , y $a_2 \dots$ son constantes; $i(t)$, la variable dependiente, es casi siempre una corriente, un voltaje, una carga, un flujo; t es la variable independiente, es el tiempo y $v(t)$ es la función impulsadora o de fuerza.

Para obtener las constantes de una resistencia, un capacitor o una inductancia en términos del voltaje o la corriente se tiene la siguiente tabla:

Tabla I. **Relación voltaje y corriente en dispositivos eléctricos pasivos**

| Dispositivo En terminos de: | Resistencia (R) | Inductancia (L) | Capacitor (C) |
|--------------------------------|-----------------|--------------------------------------|----------------------------------------|
| Corriente | $V=i*R$ | $V=L*\frac{di}{dt}$ | $v = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t idt$ |
| Voltaje | $i=\frac{V}{R}$ | $i=\frac{1}{L} \int_{-\infty}^t Vdt$ | $i=C\frac{dV}{dt}$ |

Fuente: elaboración propia.

2.1.1. Solución general y particular

2.1.1.1. Objetivos

Diferenciar entre solución general y particular.

2.1.1.2. Concepto

Al resolver una ecuación diferencial se obtiene una solución con n constantes arbitraria (o parámetro). Esta solución se le conoce como solución general y al obtener el valor de las constantes se tiene la solución particular.

Solución general:

$$k * e^{\frac{-R}{L}t} = i(t) \quad (2.2)$$

Se puede observar en la ecuación 2,2 que la función no tiene ninguna derivada y depende de constantes, las constantes; R y L son del circuito a resolver y la constante k es la constante arbitraria.

Solución particular:

$$i(t) = \frac{V}{R} e^{\frac{-R}{L}t} \quad t \geq 0$$
$$i(t) = \frac{V}{R} \quad t < 0 \quad (2.3)$$

En la ecuación 2,3 se observa que la función tiene todo lo que se necesita para conocer el comportamiento de la corriente en un tiempo t .

2.1.1.3. Conclusiones

La solución general puede ser aplicada en diferentes circuitos eléctricos, mientras la solución particular se aplica a un problema en particular.

2.1.2. Constantes de tiempo

2.1.2.1. Objetivo

- Reconocer la constante de tiempo en una ecuación.
- Interpretar la constante del tiempo.

2.1.2.2. Concepto

Al sustituir $I_0 = \frac{V}{R}$ y $T = \frac{L}{R}$ en la ecuación 2.3 cuando $t > 0$ la ecuación se puede escribir en la forma general:

$$\frac{i}{I_0} = e^{-\frac{t}{T}} \quad (2.4)$$

Donde I_0 es la corriente inicial y T es la constante de tiempo del sistema. La forma de la ecuación 2,4 es la solución de todas las ecuaciones diferenciales homogéneas de primer orden, en donde I_0 y T tienen diferentes valores para distintos problemas.

La constante de tiempo nos indica cómo es el comportamiento del sistema en un tiempo $t = n$ veces T ; por ejemplo, cuando en la ecuación 2,4 $t = T$,

$$i(T) = I_o e^{-1} \cong I_o 0,37 \quad (2.5)$$

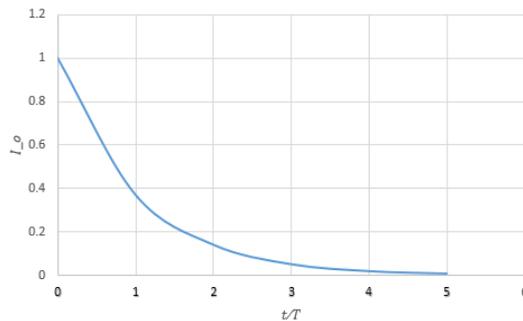
La ecuación 2,5 indica que al pasar un tiempo T la corriente ha disminuido al 37 % del valor inicial. Tomando en cuenta este cálculo se puede determinar como la corriente disminuye de su valor inicial en un tiempo igual a n veces la constante de tiempo. En la siguiente tabla se presentan otros valores de $e^{-t/T}$ para valores enteros de t/T .

Tabla II. **Valores enteros de t/T y porcentaje de corriente inicial**

| t/T | i/I_o |
|-------|--------------|
| 0 | $I_o 1,0$ |
| 1 | $I_o 0,37$ |
| 2 | $I_o 0,14$ |
| 3 | $I_o 0,05$ |
| 4 | $I_o 0,018$ |
| 5 | $I_o 0,0067$ |

Fuente: elaboración propia.

Figura 1. **Forma normalizada de la exponencial decreciente**



Fuente: elaboración propia, empleando Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0.

La figura 1 muestra la función exponencial decreciente normalizada. Se puede observar en el eje x los valores de t/T enteros y en el eje y la relación de la corriente inicial I_0 .

2.1.2.3. Conclusiones

- Cada sistema tiene su constante de tiempo y en diferentes términos, pero se obtiene de la solución particular.
- Depende de cada sistema, sea un exponencial creciente o decreciente, los valores nT indicarán el valor de la función en el transcurso del tiempo.

2.1.3. Condiciones iniciales

2.1.3.1. Objetivos

- Comprender la importancia de las condiciones iniciales

2.1.3.2. Concepto

Cuando se trabaja con circuitos eléctricos, comprender las condiciones iniciales tiene sus ventajas, como conocer el comportamiento de los componentes en el instante de la conmutación, el conocimiento inicial de una o más derivadas de una respuesta, el valor de las constantes arbitrarias de la solución general y, por lo tanto, tener una comprobación de la solución.

Para saber cuántas constantes arbitrarias se debe observar el orden de la ecuación diferencial. Para evaluar las constantes arbitrarias para una solución particular, se debe tomar otros aspectos que describan el circuito

eléctrico que no sean los que describe la ecuación diferencial. Se debe formar un conjunto de ecuaciones; una de ellas tiene que ser la solución general con ecuaciones adicionales para obtener las constantes arbitrarias. Las ecuaciones adicionales se pueden obtener de valores de voltaje, corriente, carga, etc, o como derivadas de la ecuación diferencial.

Las condiciones que alteran el estado del circuito al momento de conmutar se le conocen como condiciones iniciales o estado inicial. En otras ocasiones se utilizan las condiciones cuando $t = \infty$, que se denominan condiciones finales.

Para no tener inconvenientes se debe llegar a una notación para representar cuando se determine a partir de un tiempo en específico. En este caso se hará cuando $t = 0$ y se utilizarán los signos de + y -. Cuando se presente el signo menos (-) se representarán todas las condiciones un instante antes de la conmutación, por ejemplo $i(0^-)$ y $v(0^-)$. Las condiciones posteriores ($t = 0$ en adelante) se representarán como $i(0^+)$ y $v(0^+)$.

Tanto el inductor como el capacitor varían en su voltaje y/o corriente conforme al tiempo; por eso, en la tabla III se muestra cómo se comporta cada uno de ellos en corriente directa (corriente alterna tiene un comportamiento diferente).

Tabla III. **Comportamiento del inductor y capacitor en el tiempo**

| Dispositivo | t = 0 | t = ∞ |
|--------------------|------------------|------------------|
| Inductor | Circuito abierto | Corto circuito |
| Capacitor | Corto circuito | Circuito abierto |

Fuente: elaboración propia.

2.1.3.3. Conclusiones

Las condiciones iniciales nos muestran cómo se comporta un sistema antes y después de un cambio (cambio de posición de un *switch*) y a partir de esto podemos resolver el sistema para obtener la solución particular.

2.2. Régimen transitorio para circuitos RLC

Los circuitos RLC se caracterizan porque el orden de las ecuaciones es de mayor orden; esto conlleva más constantes y un análisis más largo tanto para sus constantes como para la solución particular.

2.2.1. Circuitos en serie y paralelo

2.2.1.1. Objetivos

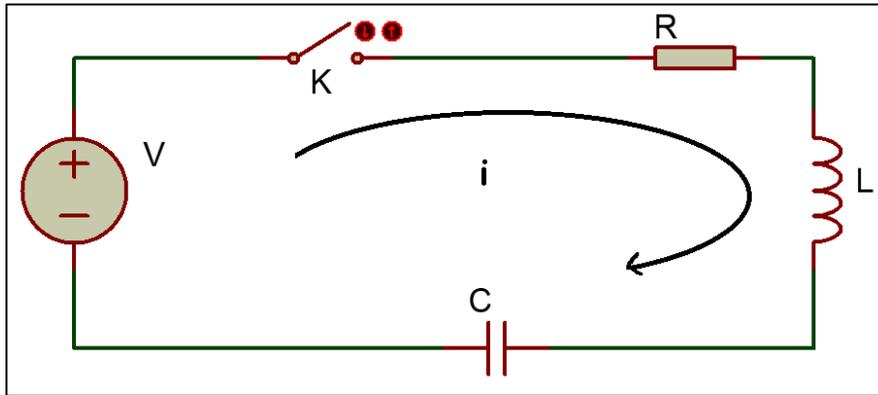
- Plantear la ecuación diferencial de acuerdo al tipo de circuito.

2.2.1.2. Concepto

Cuando se trabaja con circuitos eléctricos se debe tener en cuenta qué es lo que se desea analizar y el tipo de circuito. Por ejemplo, si se utiliza el método de nodos, se plantea la ecuación en términos del voltaje. Por otro lado, si se desea resolver el circuito por medio del método de mallas, se plantea la ecuación diferencial en términos de la corriente.

Estos métodos a realizar casi siempre va de la mano con el tipo de circuito. El circuito en paralelo se resuelve con el método de nodos y el circuito en serie con el método de mallas. Por ejemplo:

Figura 2. **Circuito RLC en serie**

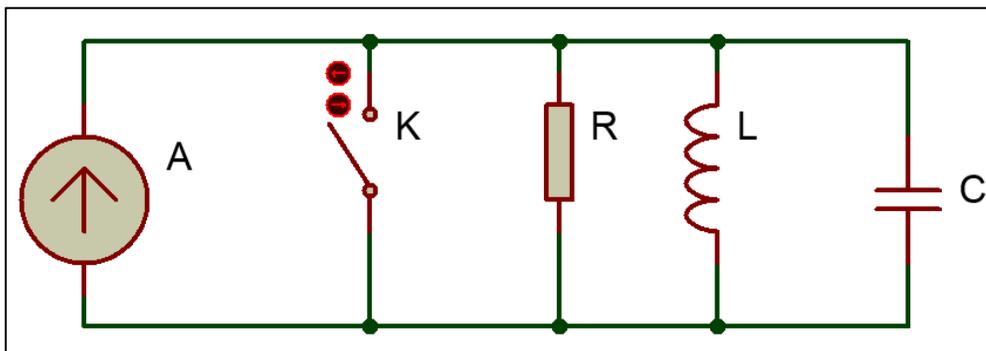


Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

La ecuación diferencial para la figura 2 es:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt = V \quad (2.6)$$

Figura 3. **Circuito paralelo**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

La ecuación diferencial de la figura 3 es:

$$\frac{v}{L} + \frac{1}{L} \int_0^t v dt + C \frac{dv}{dt} = A \quad (2.7)$$

2.2.1.3. Conclusiones

- Los circuitos RLC se analizan por medio de los métodos de Kirchhoff (nodos y mallas) para obtener la corriente o el voltaje en términos del tiempo.

2.3. Transformada de Laplace

En el estudio del cálculo se aprende que la derivación y la integración son transformaciones; esto significa que estas operaciones transforman una función en otra. Por ejemplo, la función $f(x) = x^2$ es transformada en una función lineal y una función cúbica por la derivación y la integración, respectivamente $\frac{d}{dx} x^2 = 2x$ y $\int x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 + c$.

Aquí se presenta una transformación de integración que se llama la transformada de Laplace.

2.3.1. Teoremas básicos

2.3.1.1. Objetivos

- Comprender y aplicar los conceptos de la transformada de Laplace en circuitos eléctricos.

2.3.1.2. Concepto

2.3.1.2.1. ¿Qué es una transformación de integración?

Si $f(x,y)$ es una función de dos variables, se define una integral de f con respecto a una de sus variables en que se transformará en una función con la otra variable. Por ejemplo $\int_1^2 2xy^2 dx = 3y^2$. Por lo general, las transformaciones de integración son de intervalo $[0, \infty)$. Si $f(t)$ es definida por $t \geq 0$, entonces la integral impropia $\int_0^\infty K(s,t)f(t)dt$ está definida por el límite:

$$\int_0^\infty K(s,t)f(t)dt = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b K(s,t)f(t)dt \quad (2.8)$$

Si el límite existe en (2.8), se dice que la integral existe o que converge; si el límite no existe, la integral no existe o es divergente. El límite existirá por ciertos valores de s .

La función $K(s,t)$ se considera el núcleo de la transformación. La elección de $K(s,t) = e^{-st}$ como el núcleo representa una importante transformación de integración.

2.3.1.2.2. Definición de la transformada de Laplace

Una función f definida por $t \geq 0$. La integral

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t)dt \quad (2.9)$$

Se conoce como la transformada de Laplace de f . Cuando la integral 2.9 converge el resultado es una función en términos de s . Por lo general, se considera la letra minúscula como la función a transformar y la letra mayúscula correspondiente a su función transformada de Laplace. Un ejemplo:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s), \quad \mathcal{L}\{g(t)\} = G(s), \quad \mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s).$$

2.3.1.2.3. Traslación en el eje s

Cuando se conoce la transformada de Laplace de una función f , $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$, es posible calcular la de una función exponencial multiplicada por f , esto es $\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\}$, sin ningún esfuerzo adicional que el traslado de la transformada $F(s)$ a $F(s - a)$. Por lo tanto:

$$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s - a) \tag{2.10}$$

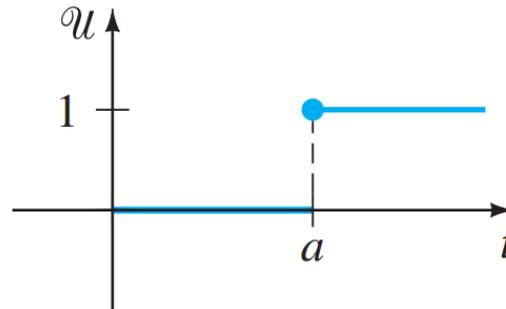
2.3.1.2.4. Escalón unitario

Esta función se utiliza en aplicaciones que tratan casos o situaciones que cambian de manera abrupta en tiempos específicos. Para esto se necesita una notación para una función que suprima un término dado hasta cierto valor de t e inserte ese término para todo valor mayor que t . La función es:

$$u(t-a) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq a \\ 1 & \text{si } t \geq a \end{cases} \tag{2.11}$$

Y la gráfica es:

Figura 4. **Grafica de escalón unitario**



Fuente: ZILL, Dennis G. *Ecuaciones diferenciales*. p. 274.

Tabla IV. **Tabla de la transformada de Laplace**

| $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$ | $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ |
|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $af(t) + bg(t)$ | $aF(s) + bG(s)$ |
| 2. $e^{at} f(t)$ | $F(s - a)$ |
| 3. $f(t - a)U(t - a)$ | $e^{-as} F(s)$ |
| 4. $f(at)$ | $\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right), \quad a \neq 0$ |
| 5. $f^{(n)}(t)$ | $s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - s f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$ |
| 6. $t^n f(t)$ | $(-1)^n F^{(n)}(s)$ |
| 7. $\int_0^t f(u) du$ | $\frac{F(s)}{s}$ |
| 8. $\frac{f(t)}{t}$ | $\int_s^{\infty} F(z) dz$ |
| 9. $f(t)$ periódica con periodo T | $\frac{\int_0^T e^{-st} f(t) dt}{1 - e^{-sT}}$ |
| 10. $(f * g)(t) = \int_0^t f(u)g(t-u) du$ | $F(s)G(s)$ |
| 11. $\int_t^{\infty} \frac{f(u)}{u} du$ | $\frac{1}{s} \int_0^s F(z) dz$ |
| 12. $\int_0^t \frac{f(u)}{u} du$ | $\frac{1}{s} \int_s^{\infty} F(z) dz$ |
| 13. t^n | $\frac{n!}{s^{n+1}}$ |
| 14. $e^{bt} \cos(at)$ | $\frac{s - b}{(s - b)^2 + a^2}$ |
| 15. $e^{bt} \sin(at)$ | $\frac{a}{(s - b)^2 + a^2}$ |

Continuación de la tabla IV.

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| 16. $e^{bt} \sinh at$ | $\frac{a}{(s-b)^2 - a^2}$ |
| 17. $e^{bt} \cosh at$ | $\frac{s-b}{(s-b)^2 - a^2}$ |
| 18. $\delta(t-a)$ | e^{-as} |
| 19. $U(t-a) = U_a(t) = H(t-a)$ | $\frac{e^{-as}}{s}$ |
| 20. $\delta^{(n)}(t)$ | s^n |
| 21. $f(t)U(t-a)$ | $e^{-as} \mathcal{L}\{f(t+a)\}$ |
| Teorema del valor inicial: $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$ | |
| Teorema del valor final: $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$ | |

Fuente: ZILL, Dennis G. *Ecuaciones diferenciales*. p. 276.

2.3.1.3. Conclusiones

- Tanto el análisis como la resolución de circuitos eléctricos con la transformada de Laplace es más sencillo.

2.3.2. Fracciones parciales con el teorema de Heaviside

2.3.2.1. Objetivos

- Aplicar la resolución con fracciones parciales en circuitos eléctricos.

2.3.2.2. Concepto

Para pasar del dominio s al dominio t se utiliza la tabla IV pero se observa que estas funciones son insuficientes ante una infinidad de expresiones que pueden existir. Por lo tanto un método para llegar a las

expresiones de la tabla IV es el método de descomposición en fracciones parciales con el teorema de Heaviside. Algo que se debe aclarar es que la tabla IV no está completa.

Cuando se tiene una función compleja lo que se realiza es descomposición de la misma en funciones más simples para su transformación inversa.

$$I(s) = \frac{2s+3}{s^2+3s+2} = \frac{2s+3}{(s+1)(s+2)} \quad (2.12)$$

A partir de la ecuación 2,12 se selecciona variables para poder separar la función:

$$I(s) = \frac{2s+3}{(s+1)(s+2)} = \frac{k_{11}}{s+1} + \frac{k_{21}}{s+2} \quad (2.13)$$

Al resolver las variables k_{11} y k_{21} es más sencillo obtener la transformada inversa de Laplace, lo que da como resultado la resolución del circuito eléctrico.

2.3.2.3. Conclusiones

Con el método de fracciones parciales de Heaviside se reduce la dificultad de encontrar la transformada inversa de Laplace a cada función y es más sencilla la resolución de cada circuito.

2.3.3. Teorema del valor inicial y final con transformada de Laplace

2.3.3.1. Objetivo

Obtener el valor inicial y final directamente de una función por medio de la transformada de Laplace.

2.3.3.2. Concepto

Cuando se desea conocer el valor inicial o final de una función una forma rápida es por medio de su transformada de Laplace. De esta forma se garantiza la información deseada y de una forma rápida.

Para obtener el valor inicial de $f(t)$ a partir de $F(s)$ es:

$$f(0^-) = \lim_{t \rightarrow 0^-} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) \quad (2.14)$$

Y el valor final de $f(t)$ de $F(s)$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (2.15)$$

2.3.3.3. Conclusión

Este procedimiento es más rápido y da a conocer el comportamiento de la función.

2.3.4. Función de impedancia

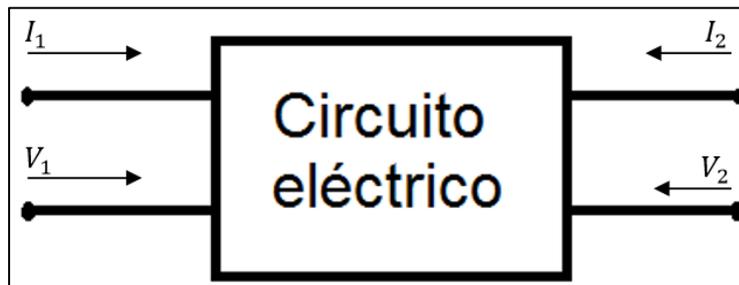
2.3.4.1. Objetivo

- Comprender los tipos de circuitos a analizar

2.3.4.2. Concepto

Cuando se analiza un circuito se debe de tener en cuenta que tipo de función es la que se desea analizar. Por ejemplo cuando se analiza la relación que hay entre el voltaje de salida y la corriente la función resultante será una impedancia. Por otro lado si se analiza la corriente de salida y el voltaje de entrada, la función es una admitancia.

Figura 5. Entradas y salidas de un circuito eléctrico



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

En la figura 5 se muestra que todo circuito eléctrico consta de entrada de corriente o voltaje y una salida de corriente o voltaje.

Tabla V. **Relación entre la salida y la entrada**

| | Salida | |
|---------|----------|---------------|
| Entrada | V_2 | I_2 |
| V_1 | G_{12} | Y_{12} |
| I_1 | Z_{12} | α_{12} |

Fuente: elaboración propia.

En la tabla V se muestra que G_{12} es la ganancia de voltaje; Y_{12} es la admitancia, Z_{12} es la impedancia y α_{12} es la ganancia de corriente.

2.3.4.3. Conclusión

- Teniendo en cuenta la salida y la entrada de un circuito eléctrico se reconoce que tipo de análisis se hará.

2.4. Función de transferencia

2.4.1. Objetivo

- Comprender qué es la función de transferencia.
- Aplicar la función de transferencia a un circuito eléctrico.

2.4.2. Concepto

Sea un circuito eléctrico afectado por una o varias entradas (fuentes de voltaje o corriente) y las cuales producen una respuesta (salida) dependiente de las entradas.

Para resolver este tipo de circuitos se utiliza la transformada de Laplace. Al tener la ecuación diferencial con su transformada se despeja para obtener la relación entre la salida (transformada) y la entrada (transformada). A esta relación se le conoce como la función de transferencia.

$$H(s) = \frac{\text{Salida transformada}}{\text{Entrada transformada}} \quad (2.16)$$

Al tener la función de transferencia y su transformada inversa de Laplace, se obtiene la respuesta al impulso que esta función está dada en el dominio del tiempo.

2.4.3. Conclusiones

- La función de transferencia nos muestra cómo es el comportamiento de cada circuito en el dominio de Laplace.
- Se tiene la ecuación diferencial en el dominio de Laplace, obtener la función de transferencia es tan sencillo como despejar.

2.5. Polos y ceros

2.5.1. Polos y ceros de una función

2.5.1.1. Objetivos

- Distinguir los polos y los ceros de una función.
- Comprender el comportamiento de una función a partir de sus polos y sus ceros.

2.5.1.2. Concepto

Una función que se aplique a una red de circuito eléctrico con componentes pasivos tiene esta forma:

$$N(s) = \frac{P(s)}{q(s)} = \frac{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m} \quad (2.17)$$

Donde a y b son reales y positivos. La ecuación $P(s)$ tiene n raíces y $q(s)$ tiene también m raíces. Tanto $P(s)$ y $q(s)$ se pueden escribir como producto de factores lineales que incluyen estas raíces:

$$N(s) = H \frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_n)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_m)} \quad (2.18)$$

Cuando s adquiere los valores z_1, z_2, \dots, z_n la función se hace nula. Estos valores se conocen como ceros de la función de red. Cuando s adquiere los valores p_1, p_2, \dots, p_m la función se hace infinito; estos valores se conocen como polos de la función de la red. El número total de ceros es igual al número total de polos.

Para una impedancia $Z(s) = V(s)/I(s)$, un polo de $Z(s)$ implica una corriente nula, por lo tanto un circuito abierto y si $Z(s)$ tiene un cero implica una corriente pero no voltaje, un corto circuito. Estas deducciones pueden representar fácilmente funciones de redes de un solo elemento.

Las condiciones necesarias para las funciones de transferencias son:

- $N = p/q$ siendo N la función de transferencia, los coeficientes de $p(s)$ deben de ser reales y los de $q(s)$ deben de ser reales y positivos.
- Los polos y los ceros deben de ser conjugados si son imaginarios o complejos.
- La parte real de los polos debe ser negativa o cero; si es cero el polo debe de ser simple.

2.5.1.3. Conclusiones

- Si la función de un circuito eléctrico es sencilla se puede determinar a simple vista su comportamiento.
- Los polos y los ceros de una función son todas las características de un circuito, ya que si no los tuvieras sería tan simple como una constante.

2.5.2. Estabilidad de redes activas

2.5.2.1. Objetivos

- Conocer el comportamiento de un sistema estable y uno que no lo es.
- Identificar el comportamiento de una red activa.

2.5.2.2. Concepto

Los circuitos que se han presentado hasta ahora han sido redes de dispositivos pasivos; por lo tanto, se considera que son estables ya que sus polos se encuentran desde el eje imaginario hacia la izquierda. Las redes

pueden ser activas pero no son necesariamente estables, ya que sus polos se pueden encontrar en la parte derecha del plano complejo.

Se considera que una red activa es estrictamente estable si los polos de su función de transferencia se encuentran en la parte izquierda del plano complejo sin considerar el eje imaginario. Una red activa es estable pero oscilatoria si los polos de la función de transferencia se encuentran en la parte izquierda del plano complejo y sobre el eje imaginario. Por lo tanto, no es estable cuando los polos se encuentran en la parte derecha del plano complejo.

Se puede observar que un requisito equivalente para un sistema estable es que una entrada limitada debe dar origen a una salida limitada.

El teorema de Routh-Hurwitz se utiliza para saber cómo es el comportamiento del sistema sin necesidad de sacar todos los polos y los ceros. Este teorema tiene su algoritmo y para determinar el comportamiento del sistema se debe de tener en cuenta que:

- El cambio de signo en la primera columna es igual al número de raíces de $p(s) = 0$ con partes reales positivas.

2.5.2.3. Conclusiones

- La posición de los polos nos indican cómo se comporta una red, ya sea activa o pasiva.
- Un sistema estable siempre tendrá una entrada limitada; en consecuencia, tendrá una salida limitada.

2.6. Resonancia

2.6.1. Resonancia en serie

2.6.1.1. Objetivos

- Comprender dónde se obtiene la resonancia en un circuito.
- Obtener la frecuencia de resonancia.

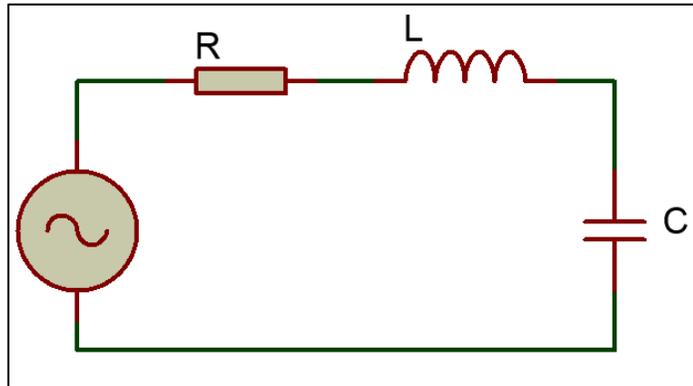
2.6.1.2. Concepto

Un circuito resonante siempre consta de un elemento inductivo y un elemento capacitivo. La resistencia siempre está presente en el circuito, ya sea por la resistencia interna de la fuente, la resistencia del elemento inductor o una resistencia agregada para controlar el comportamiento del circuito.

En el circuito en serie la resistencia, la inductancia y el capacitor están en serie. Y la impedancia queda de la siguiente forma:

$$Z=R+jX_L-jX_C=R+j(X_L-X_C) \quad (2.19)$$

Figura 6. **Circuito resonante en serie**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

Para que un circuito se considere que se encuentra en resonancia debe cumplir:

$$X_L = X_C \quad (2.20)$$

Al tener esta condición se puede apreciar que la ecuación 2.19 queda simplemente con la parte real:

$$Z=R \quad (2.21)$$

La frecuencia resonante en serie es:

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.22)$$

Dónde: ω_s es la frecuencia angular resonante.

Y poniendo en términos de la frecuencia:

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2.23)$$

2.6.1.3. Conclusiones

- Los circuitos resonantes tienen como mínimo un componente capacitivo y un inductivo.
- La frecuencia de resonancia en serie es la misma; lo que varía son los valores de los componentes.

2.6.2. Resonancia en paralelo

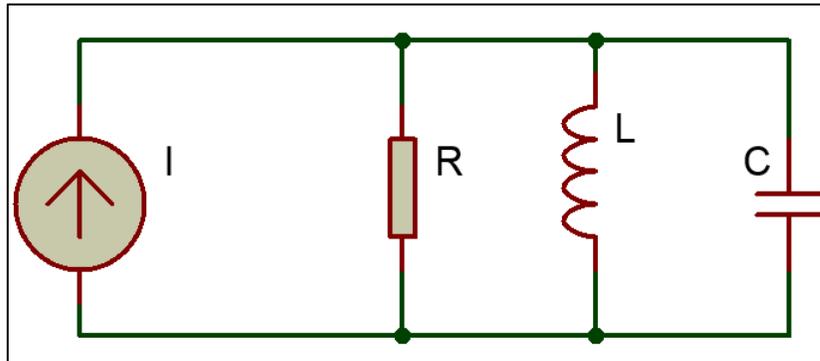
2.6.2.1. Objetivos

- Comprender el análisis de un circuito resonante en paralelo ideal y uno real.
- Obtener la frecuencia resonante en paralelo de un sistema real.

2.6.2.2. Concepto

Como se observó anteriormente, el circuito resonante en serie son los componentes resistivo, capacitivo e inductivo en serie con la fuente de voltaje. El circuito resonante en paralelo consta del elemento resistivo, capacitivo e inductivo en paralelo con la fuente de corriente.

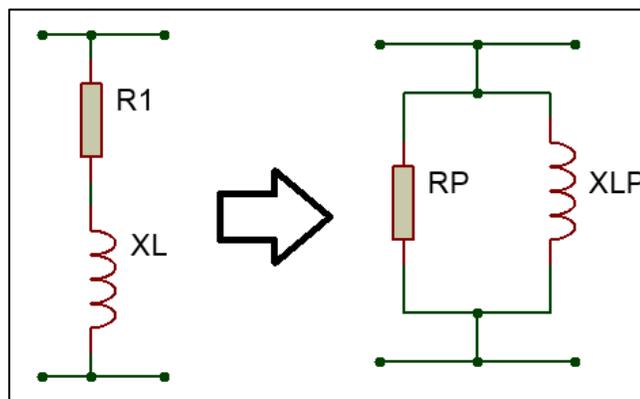
Figura 7. **Circuito resonante paralelo**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

La figura 7 muestra un circuito resonante en paralelo. Si se analizara el circuito de la misma forma que se hizo en el circuito en serie, sería muy sencillo. Pero en la práctica se sabe que la realidad es otra por lo tanto se debe de tomar en cuenta la resistencia interna que posee la inductancia. Por lo tanto la reactancia inductiva equivalente se modifica.

Figura 8. **Reactancia inductiva equivalente**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

Al analizar la reactancia inductiva nos queda un arreglo de resistencias en paralelo:

$$R_P = \frac{R_1^2 + X_L^2}{R_1} \quad (2.24)$$

Y

$$X_{L_P} = \frac{R_1^2 + X_L^2}{X_L} \quad (2.25)$$

Donde:

R_1 es la resistencia interna del inductor,

X_L es la reactancia inductiva.

Al incorporar la resistencia R_P y la reactancia X_{L_P} al circuito, y haciendo una resistencia equivalente de las resistencias en paralelo (resistencia del circuito, de la fuente de corriente y R_P), se obtiene un circuito igual al de la figura 7, con la diferencia que ahora no se utiliza la reactancia de la bobina sino que X_{L_P} .

Como la condición de la resonancia es cuando la reactancia capacitiva y reactancia inductiva son iguales se toma que:

$$X_C = X_{L_P} = \frac{R_1^2 + X_L^2}{X_L} \quad (2.26)$$

Y la frecuencia de resonancia es:

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L-C}} \sqrt{\frac{L}{C} - R_1^2} \quad (2.27)$$

Modificando un poco la ecuación 2.27 se obtiene:

$$f_p = f_s \sqrt{1 - \frac{R_1^2 C}{L}} \quad (2.28)$$

Donde f_s es la frecuencia de resonancia en un sistema en serie. Esto nos da a entender que siempre la frecuencia resonante de un sistema en paralelo será menor o igual (cuando R_1^2 tiende a 0) a la de un sistema en serie.

2.6.2.3. Conclusiones

- Tomando en cuenta la resistencia interna del inductor, el análisis es diferente al análisis de un sistema ideal.
- La frecuencia resonante en un sistema paralelo siempre está sujeta a la resistencia interna del dispositivo inductor.

2.6.3. Factor de calidad

2.6.3.1. Objetivos

- Obtener el factor de calidad en un circuito resonante en serie y en paralelo.
- Comprender el comportamiento del factor Q en circuitos resonantes.

2.6.3.2. Concepto

El factor de calidad o factor Q es un parámetro que mide la relación entre la potencia reactiva inductiva o capacitiva y la potencia que es disipada. Entre menos potencia sea disipada mayor será el factor de calidad, y más concentrada e intensa es la región de resonancia.

$$Q_s = \frac{\text{Potencia reactiva}}{\text{Potencia promedio}} \quad (2.29)$$

Para la ecuación 2.29 se sustituye por una reactancia inductiva, se obtiene:

$$Q_s = \frac{I^2 X_L}{I^2 R} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_s L}{R} \quad (2.30)$$

La ecuación 2.30 se utiliza para el factor de calidad en un circuito resonante en serie, para un circuito resonante en paralelo se utiliza:

$$Q_p = \frac{V_p^2 / X_{L_p}}{V_p^2 / R} \quad (2.31)$$

Donde V_p es el voltaje en las ramas paralelas y $R = R_s \parallel R_p$.

$$Q_p = \frac{R}{X_{L_p}} = \frac{R_s \parallel R_p}{X_{L_p}} \quad (2.32)$$

Simplificando, queda:

$$Q_p = \frac{X_L}{R_1} \quad (2.33)$$

Se observa que el factor de calidad tiene un comportamiento lineal ecuaciones 2.30 y 2.33, pero en la realidad al aumentar la frecuencia también se aumenta la resistencia efectiva de la bobina aumenta.

2.6.3.3. Conclusiones

- El factor Q se obtiene de forma similar de un circuito resonante en serie y en paralelo aunque hay que tomar las consideraciones que tiene cada circuito.
- El comportamiento del factor de calidad depende de los componentes usados en el circuito resonante.

2.6.4. Ancho de banda

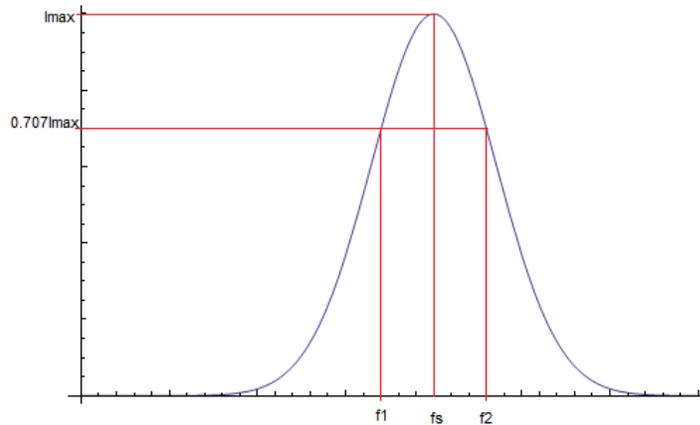
2.6.4.1. Objetivos

- Comprender el comportamiento de un circuito resonante.
- Obtener le ancho de banda de un circuito resonante.

2.6.4.2. Concepto

En un circuito resonante existe un intervalo de frecuencias en el que la corriente llega a su valor máximo y la impedancia en un valor mínimo. Estas frecuencias corresponden a 0.707 de la corriente máxima son conocidas como frecuencias de banda o frecuencias de corte.

Figura 9. **Comportamiento del circuito resonante**



Fuente: elaboración propia, hecho en Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0

Cuando se plante la ecuación del circuito en serie:

$$I = \frac{V}{Z} \quad (2.34)$$

Donde V es el voltaje, I la corriente del circuito y Z la impedancia total. Cuando el circuito resonante tiene una señal a la frecuencia de resonancia, la corriente es máxima porque las reactancias se anulan dejando la resistencia.

Al hacer más grande o pequeña la frecuencia de resonancia, el voltaje disminuye y al llegar al 0,707 de la corriente máxima se encuentra con las frecuencias de corte, como se puede observar en la figura 9. El intervalo entre estas se le denomina ancho de banda (BW , *bandwidth*).

El ancho de banda se modifica (haciéndolo más grande o más pequeño), según se utilicen los tres dispositivos RLC. Por ejemplo, si se tiene un L y C

fijo, al hacer grande la R el ancho de banda incrementa y si se reduce R, decrece el ancho de banda.

Para obtener el ancho de banda se utiliza la ecuación:

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{R}{2\pi\tau} \quad (2.35)$$

$$BW = \frac{f_s}{Q_s} \quad (2.36)$$

2.6.4.3. Conclusiones

- El ancho de banda se modifica de acuerdo a los dispositivos RLC del circuito.
- Al superar las frecuencias de banda se considera que la señal ya no es aceptable o funcional.

2.7. Filtros eléctricos

2.7.1. Decibeles

2.7.1.1. Objetivos

- Comprender qué son los decibeles.

2.7.1.2. Concepto

Dos niveles de potencia se pueden comparar con una unidad que se llama decibel, la cual se define de la siguiente forma:

$$dB=10\log_{10}\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (2.37)$$

Si los niveles de potencia son iguales $p_2 = p_1$, no habrá ningún cambio; por lo tanto $dB = 0$. Cuando los decibeles son positivos nos indica que $p_2 > p_1$; por otro lado, si los decibeles son negativos, indica que p_2 disminuyó en su valor inicial.

Si se inicia con un valor de $p_2 = p_1$ y se va incrementando p_2 , se puede observar que habrá un cambio de 3dB hasta que p_2 incremente su valor dos veces al inicial. Por lo tanto, si uno desea obtener una diferencia de 6dB el valor de p_2 será de cuatro veces al inicial.

2.7.1.3. Conclusión

- El incremento de los decibeles corresponden a una gran diferencia entre las dos potencias.

2.7.2. Filtros eléctricos

2.7.2.1. Objetivos

- Conocer qué clase y qué categorías de filtro existen.

- Obtener la respuesta en frecuencia de un filtro.
- Comprender qué es un diagrama de Bode.

2.7.2.2. Tipos de filtros

Cualquier combinación de elementos pasivos (R, L y C) con o sin algún elemento activo (transistores o amplificadores operacionales), diseñados para seleccionar o rechazar bandas de frecuencias, se le conoce como filtro. Los filtros se utilizan para dejar pasar las frecuencias deseadas y bloquear las no deseadas. En general, existen dos clases de filtros:

- Filtros pasivos: solo utilizan componentes pasivos tales como resistencias, capacitores e inductancias.
- Filtros activos: Son los que utilizan componentes como amplificadores operacionales o transistores en conjunto con los componentes R, L y C.

Todos los filtros pertenecen a cuatro categorías:

- Pasa-bajos: se selecciona una frecuencia de corte y a partir de esta todas las frecuencias menores serán aceptadas. Las demás serán rechazadas.
- Pasa-altos: al igual que el paso-bajos se selecciona una frecuencia de corte pero con la diferencia de que las frecuencias mayores serán aceptadas y las menores, rechazadas.
- Pasa-bandas: selecciona un grupo de frecuencias y deja pasarlas. Las menores o mayores frecuencias a este grupo serán rechazadas.
- Rechaza-bandas: al igual que el pasa-bandas, se selecciona un grupo de frecuencias pero estas serán rechazadas y toda frecuencia fuera de este grupo se aceptará.

Se considera la banda de atenuación cuando la amplitud desciende a un 70.7 %.

2.7.2.3. Función de transferencia

Para obtener la función de transferencia de un filtro (pasivo) se utilizan dos conceptos: divisor de voltaje o corriente y la reactancia de los dispositivos C y L. Teniendo estos conceptos se plantea el circuito con un divisor de voltaje o de corriente (lo que se pide al plantear el circuito) y se utiliza la reactancia.

Al plantear el problema se obtiene una ecuación compleja y a partir de este punto se obtiene su módulo. Este queda en términos de frecuencia y se le denomina como función de transferencia del filtro.

2.7.2.4. Diagramas de Bode

Es una técnica usada para trazar o representar respuestas en frecuencia de factores como filtros, amplificadores y cualquier sistema en una escala de decibeles. Las curvas obtenidas corresponden a la magnitud o el cambio en fase correspondiente a la frecuencia.

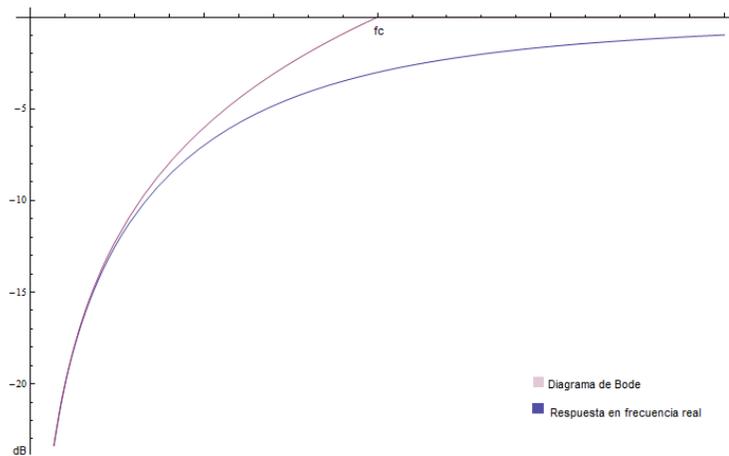
Los diagramas de Bode son una representación muy precisa de un sistema real. Por su facilidad se puede obtener el comportamiento del sistema en poco tiempo.

Estos diagramas utilizan la escala de decibeles. Con los filtros siempre se compara con la frecuencia de corte.

Se dice que dos frecuencias separadas por una proporción de 2:1 se encuentran a una octava de distancia. Esto representa una diferencia de 6dB.

Cuando las frecuencias están separadas por una proporción de 10:1 se encuentran a una década de distancia, que corresponde a una diferencia de 20dB.

Figura 10. **Diagrama de Bode y respuesta real**



Fuente: elaboración propia, empleando Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0

2.7.2.5. Conclusiones

- Los filtros pueden ser muy sencillos a muy complejos, depende de lo que el sistema requiera; por ejemplo, selección de bandas muy específicas.
- La función de transferencia de un filtro nos muestra su comportamiento en el rango de las frecuencias. A partir de esta se puede decir que a categoría corresponde.

- Los diagramas de Bode representan un sistema real a una gran precisión. Con ellos se puede tener una idea de cómo se comportará el sistema.

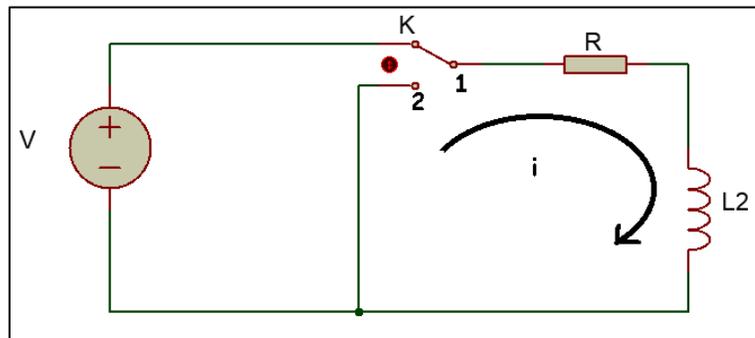
3. SIMULACIÓN Y DEMOSTRACIONES DE EJERCICIOS Y LABORATORIOS VIRTUALES

3.1. Régimen transitorio para circuitos RL y RC

3.1.1. Obtener solución general y solución particular

En el siguiente ejercicio se demuestra cómo se obtiene la solución general y la solución particular de un circuito en específico.

Figura 11. **Circuito compuesto de resistencia e inductancia**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

Para este problema el interruptor se cambia de la posición 1 a la posición 2 en $t=0$. Se plantea la ecuación diferencial con base en la ley de voltaje de Kirchhoff.

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad (3.1)$$

Esta es una ecuación diferencial homogénea lineal de primer orden, y se puede resolver separando variables, así:

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt \quad (3.2)$$

Al separar los términos diferenciales en cada lado se puede integrar.

$$\ln(i) = -\frac{R}{L} t + c \quad (3.3)$$

En la ecuación 3.3 se sumaron las constantes de cada integración y se deja una resultante c. Para despejar la variable “i” se debe aplicar la función exponencial a cada lado. Queda de esta forma:

$$e^{-\frac{R}{L} t + c} = e^{\ln(i)} \rightarrow e^{-\frac{R}{L} t + c} = i(t) \quad (3.4)$$

Si declaramos $e^c = k$, la ecuación queda:

$$k * e^{-\frac{R}{L} t} = i(t) \quad (3.5)$$

La ecuación 3.5 es la solución de la ecuación diferencial 3.1. Se observa que la solución no tiene derivadas y expresa la relación de variables independiente con las dependientes. Esta solución (ecuación 3.5) se conoce como solución general.

De esta forma se puede observar que la solución general se puede aplicar a un sinfín de situaciones y la solución particular se adapta a un problema en particular.

Para obtener la constante k se debe tener en cuenta nuevos aspectos. Por ejemplo, en un tiempo $t=0$ el inductor se comporta como corto circuito; por lo tanto:

$$i(0) = \frac{V}{R} \quad (3.6)$$

Con esta información se sustituye la ecuación 3.6 en la ecuación 3.5, teniendo en cuenta que $t=0$.

$$\frac{V}{R} = ke^0 = k \quad (3.7)$$

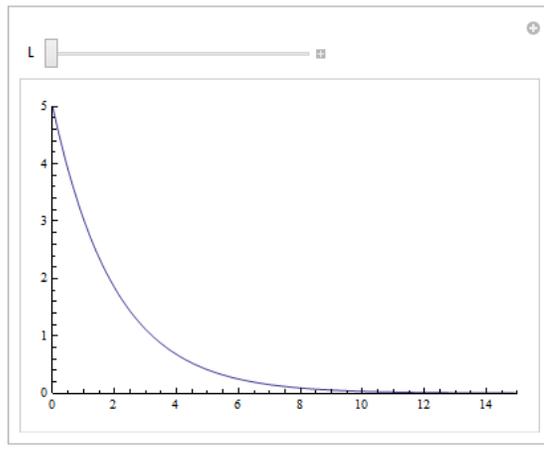
Y la solución particular queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{V}{R} e^{-\frac{R}{L}t} & t \geq 0 \\ i(t) &= \frac{V}{R} & t < 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.1.2. Comportamiento de un circuito RL

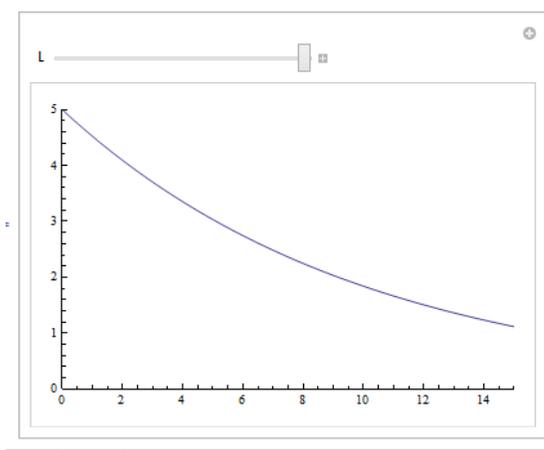
A continuación se grafica la solución particular de un circuito RL. En la figura 12 y en la figura 13 el voltaje V y la resistencia R son constantes y el valor de la inductancia L varía de un valor pequeño a uno grande.

Figura 12. **Gráfica con V y R constantes y valor de inductancia L pequeña**



Fuente: elaboración propia, empleando Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0.

Figura 13. **Gráfica con V y R constantes y valor de inductancia L grande**

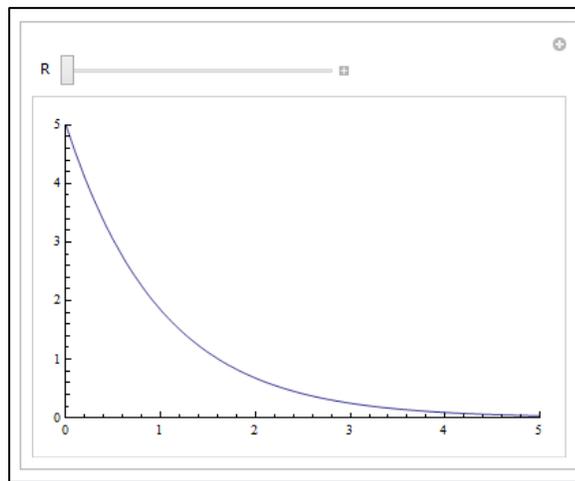


Fuente: elaboración propia, empleando Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0.

En las gráficas anteriores se observa que la corriente tiene un comportamiento de exponencial decreciente. En la figura 12 se observa que cuando se tiene una inductancia (L) pequeña, el decaimiento de la corriente es en menor tiempo, a diferencia cuando se tiene una inductancia (L) mayor (figura 13).

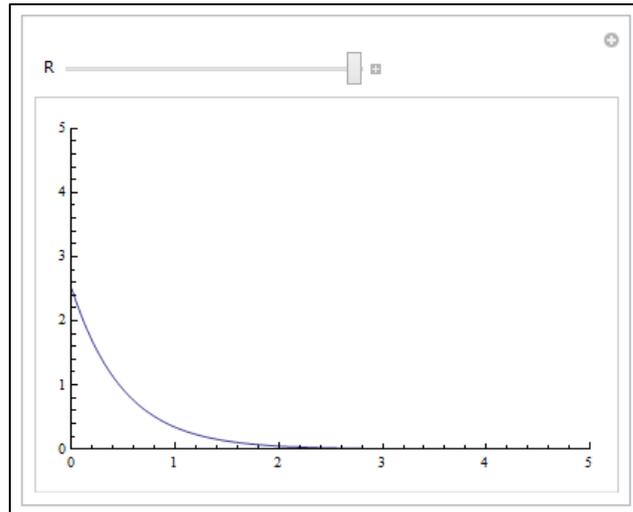
Ahora, en la figura 14 y la figura 15 se observa que el voltaje V sigue siendo constante, pero ahora la inductancia se le otorga un valor constante y la resistencia R varía. Las variaciones se hacen de un valor pequeño a un valor grande.

Figura 14. **Gráfica con V y L constantes y valor de resistencia R pequeña**



Fuente: elaboración propia, empleando Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0.

Figura 15. **Gráfica con V y L constantes y valor de resistencia R grande**



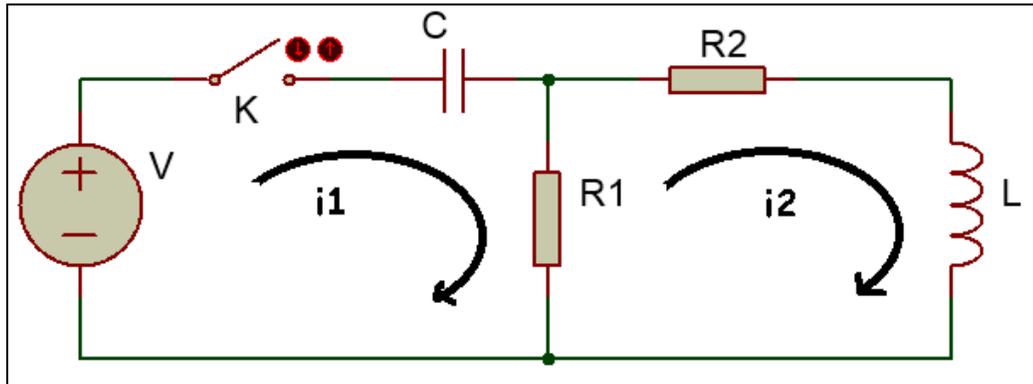
Fuente: elaboración propia, empleando Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0.

Al observar las figuras 14 y 15 se puede apreciar que cuando la resistencia tiene un valor pequeño, el valor de la corriente es significativa (figura 14), pero cuando el valor de la resistencia tiende a ser mayor (figura 15), la corriente tiene un valor inicial pequeño y una transición de poco tiempo.

3.1.3. Condiciones iniciales

En el siguiente circuito se muestra una combinación de RLC. El interruptor K1 se cierra en un tiempo $t=0$.

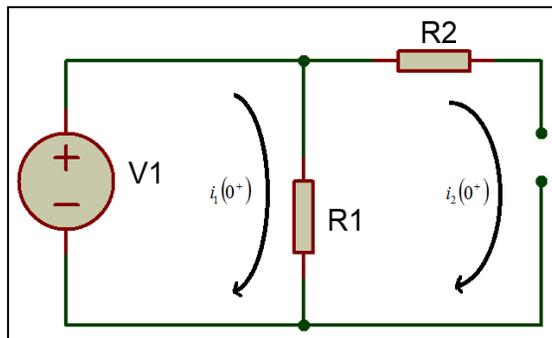
Figura 16. **Circuito con capacitor, resistencia e inductancia**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

Al observar el circuito se puede llegar a varias conclusiones por pura inspección, como en $t=0$ el capacitor equivale a un corto circuito y la inductancia, por oponerse a cambios de corriente, se comporta como un circuito abierto. El circuito equivalente es:

Figura 17. **Circuito equivalente del circuito de la figura 7**



Fuente: Elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

Con el circuito equivalente se puede observar que: $i_1(0^+) = \frac{V}{R_1}$ y $i_2(0^+) = 0$. Con esto ya tenemos nuestras condiciones iniciales ahora se plantean las ecuaciones respectivas para las corrientes de cada malla.

$$V = \frac{1}{C} \int_0^t i_1 dt + R_1 (i_1 - i_2) \quad (3.9)$$

$$0 = R_2 i_2 + L \frac{di_2}{dt} + R_1 (i_2 - i_1) \quad (3.10)$$

La ecuación 3,9 corresponde a la primera malla (i_1) y la ecuación 3,10 a la segunda malla (i_2).

Se resuelve la ecuación 3,10:

$$\frac{di_2}{dt} = -\frac{R_2}{L} i_2 - \frac{R_1}{L} (i_2 - i_1) \quad (3.11)$$

Ahora se sustituye $i_1(0^+) = \frac{V}{R_1}$ y $i_2(0^+) = 0$

$$\frac{di_2}{dt} = -\frac{R_2}{L} (0) - \frac{R_1}{L} \left(0 - \frac{V}{R_1} \right) \rightarrow \frac{di_2}{dt} = \frac{V}{L} \quad (3.12)$$

Se deriva la ecuación 3,9 de ambos lados:

$$\frac{i_1}{C} + R_1 \left(\frac{di_1}{dt} - \frac{di_2}{dt} \right) = 0 \quad (3.13)$$

Ahora se sustituyen las condiciones iniciales que se tiene en la ecuación 3,13:

$$\frac{V}{R_1^2 LC} + \frac{di_1}{dt} - \frac{V}{L} = 0 \rightarrow \frac{di_1}{dt} = \frac{V}{L} - \frac{V}{R_1^2 LC} \quad (3.14)$$

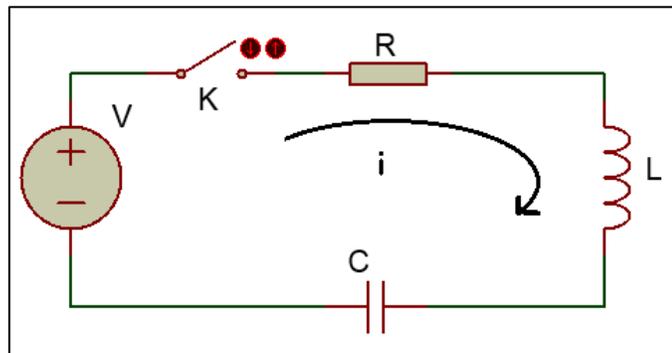
En cada caso, las condiciones iniciales se expresan en términos de las constantes (los parámetros del circuito o fuentes impulsoras). Las soluciones deben ser sin ninguna integral o derivada.

3.2. Régimen transitorio para circuitos RLC

3.2.1. Resolución de circuito RLC en serie

A continuación se muestra un ejemplo de un circuito RLC en serie. En $t=0$ el interruptor K se cierra dejando pasar la corriente con los valores de $R=3\Omega$, $L=1H$, $C=1/2 F$ y $V=1V$.

Figura 18. Circuito RLC con fuente de voltaje de corriente directa



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

Las condiciones iniciales a encontrar son: $i(0^+)$, $\frac{di(0^+)}{dt}$ y $\frac{d^2i(0^+)}{dt^2}$.

Al observar este circuito se sabe que cuando el interruptor K está abierto la corriente i es igual a 0. Esto dice que $i(0^-) = 0$. Al instante $t=0$ se cierra el interruptor K. Al observar en la Tabla III se sabe que el inductor se comporta como circuito abierto; por lo tanto, $i(0^+) = 0$.

La ecuación diferencial del circuito de la figura 7 es:

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = V \quad (3.15)$$

Al sustituir $i(0^+) = 0$ en la ecuación 3.15 se puede reducir:

$$Ri(0^+) + L \frac{di(0^+)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(0^+) dt = V \rightarrow \frac{di(0^+)}{dt} = \frac{V}{L} \quad (3.16)$$

$$\frac{di(0^+)}{dt} = 1 \frac{\text{amp}}{\text{seg}} \quad (3.17)$$

Para encontrar la última condición se deriva cada lado de la ecuación diferencial. Queda de la siguiente forma:

$$R \frac{di(0^+)}{dt} + L \frac{d^2i(0^+)}{dt^2} + \frac{i(0^+)}{C} = 0 \quad (3.18)$$

Sustituyendo la ecuación 3,16 y $i(0^+) = 0$ en la ecuación 3,18 queda:

$$R\left(\frac{V}{L}\right)+L\frac{d^2i(0^+)}{dt^2}+\frac{0}{C}=0\rightarrow\frac{d^2i(0^+)}{dt^2}=-RV \quad (3.19)$$

$$\frac{d^2i(0^+)}{dt^2}=-3\frac{\text{amp}}{\text{seg}^2} \quad (3.20)$$

Ahora se lleva a la resolución de la ecuación diferencial: a partir de la ecuación 3,18 se sustituyen los valores dados:

$$\frac{d^2i}{dt^2}+3\frac{di}{dt}+2i=0 \quad (3.21)$$

$$s^2+3s+2=0 \quad (3.22)$$

$$(s+1)(s+2)=0\rightarrow s=-1;s=-2 \quad (3.23)$$

Solución general:

$$i(t)=k_1 e^{s_1 t}+k_2 e^{s_2 t} \quad (3.24)$$

Sustituyendo las constantes de la ecuación 3,23 en la ecuación 3.24:

$$i(t)=k_1 e^{-t}+k_2 e^{-2t} \quad (3.25)$$

A partir de este punto se utilizan las condiciones iniciales que se obtuvieron anteriormente $i(0^+) = 0$ y $\frac{di(0^+)}{dt} = 1$. Se sustituyen en la ecuación 3,25.

Primero $i(0^+) = 0$:

$$0 = k_1 e^{-0} + k_2 e^{-0} \rightarrow 0 = k_1 + k_2 \rightarrow k_1 = -k_2 \quad (3.26)$$

Segundo se deriva la solución general (ecuación 3.24) y se utiliza la condición inicial $\frac{di(0^+)}{dt} = 1$:

$$\frac{di(t)}{dt} = k_1 (-1)e^{-t} + k_2 (-2)e^{-2t} \quad (3.27)$$

$$\frac{di(0^+)}{dt} = 1 = -k_1 e^{-0} - 2k_2 e^{-0} \rightarrow 1 = -k_1 - 2k_2 \quad (3.28)$$

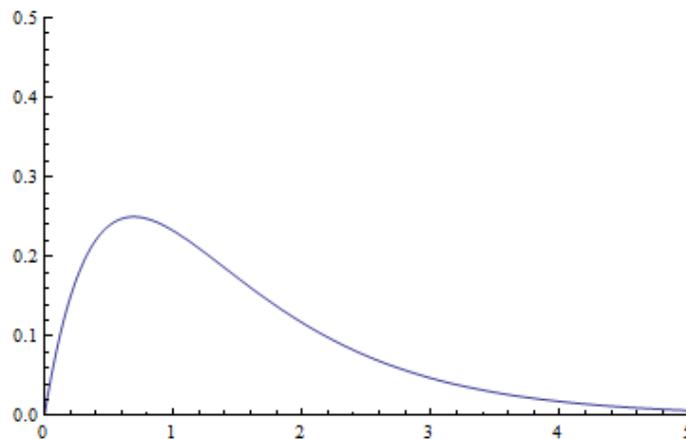
La ecuación 3.15 es una ecuación diferencial de segundo orden; esto nos indica que tiene dos constantes arbitrarias, k_1 y k_2 . Estas constantes se pueden evaluar con las ecuaciones 3.26 y la ecuación 3.28, teniendo 2 ecuaciones y 2 variables. Los valores que se obtienen al resolver estas ecuaciones son $k_1 = 1$ y $k_2 = -1$. La solución particular es:

$$i(t) = e^{-t} - e^{-2t} \quad (3.29)$$

La figura 19 muestra que la gráfica de la solución particular. Se puede observar que cuando el interruptor k se cierra, la corriente está en un valor

nulo y empieza un pequeño incremento hasta llegar a un máximo (0.25 amp) en el tiempo $t = 0,693147$ y a partir de ese momento la corriente decae hasta los 0 amp.

Figura 19. **Representación gráfica del circuito RLC en serie**

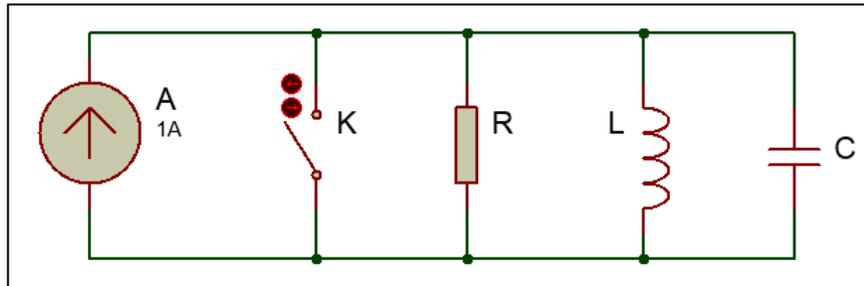


Fuente: elaboración propia, empleando Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0.

3.2.2. Resolución de circuito RLC en paralelo

A continuación se presenta un circuito que contiene una fuente de corriente y un capacitor C, una resistencia R y un inductor L en paralelo a la fuente. Se analizará obteniendo las condiciones iniciales y así obtener la solución particular. $A=1\text{amp}$, $R=2\Omega$, $L=4\text{H}$, $C=1/4\text{ F}$.

Figura 20. Circuito paralelo



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

En el circuito de la figura 20 el interruptor se abre en un $t=0$. Cuando se abre el interruptor el capacitor se opone a los cambios de voltaje por lo que $v(0^+) = 0$.

La ecuación diferencial es:

$$\frac{v}{L} + \frac{1}{L} \int_0^t v dt + C \frac{dv}{dt} = A \quad (3.30)$$

Se sustituye la condición inicial y los valores de cada componente en la ecuación 2.33:

$$\frac{v(0^+)}{L} + \frac{1}{L} \int_0^t v(0^+) dt + C \frac{dv(0^+)}{dt} = A \rightarrow \frac{dv(0^+)}{dt} = \frac{A}{C} \quad (3.31)$$

$$\frac{dv(0^+)}{dt} = 4 \frac{\text{volt}}{\text{seg}} \quad (3.32)$$

Se deriva la ecuación 3.30 de ambos lados:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{R}v + \frac{1}{L}V + C\frac{d^2v}{dt^2} = 0 \quad (3.33)$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dv}{dt} + \frac{V}{LC} = 0 \quad (3.34)$$

$$s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} = 0 \quad (3.35)$$

$$s^2 + 2s + 1 = 0 \Rightarrow s = -1; s = -1 \quad (3.36)$$

Se obtiene la solución general:

$$v(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} \quad (3.37)$$

En este caso se observa que $s_1 = s_2$ por lo tanto la solución particular es:

$$v(t) = k_1 t e^{-t} + k_2 e^{-t} \quad (3.38)$$

Utilizando las condiciones iniciales cuando $t=0$ $v(0^+) = 0$

$$v(0) = k_1(0)e^0 + k_2 e^0 \Rightarrow k_2 = 0 \quad (3.39)$$

Ahora se deriva ambos lados de la ecuación 3.38:

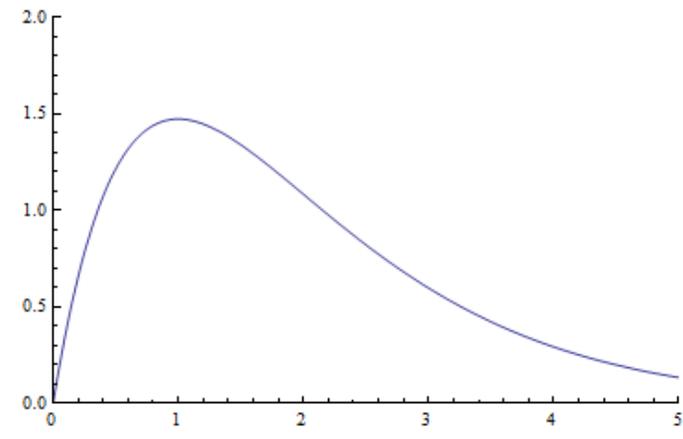
$$\frac{dv(t)}{dt} = -k_1 t e^{-t} + k_1 e^{-t} - k_2 e^{-t} \quad (3.40)$$

$$\frac{dv(0^+)}{dt} = 4 = -k_1 (0) e^0 + k_1 e^0 - k_2 e^0 \rightarrow k_1 = 4 \quad (3.41)$$

Con esto se obtiene la solución particular:

$$v(t) = 4te^{-t} \quad (3.42)$$

Figura 21. **Representación del comportamiento del circuito RLC en paralelo**



Fuente: elaboración propia, empleando Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0.

En la figura 21 se muestra la gráfica de la solución particular del circuito en paralelo. Se observa que en $t=0$ el valor del voltaje es nulo y empieza a

incrementar hasta llegar a un valor máximo $v=1.47$ V en $t=1$ seg. A partir de este punto el voltaje decae hasta que el valor sea nulo.

3.3. Transformada de Laplace

3.3.1. Transformada de Laplace de Ae^t

Sea: $f(t) = Ae^t$ y usando la ecuación 2.9

$$\mathcal{L}\{Ae^t\} = \int_0^{\infty} Ae^t * e^{-st} dt \quad (3.43)$$

Se saca la constante "A" y se hace factor común los exponentes de e :

$$A \int_0^{\infty} e^{(1-s)t} dt \quad (3.44)$$

Y se resuelve la integral:

$$\frac{A}{1-s} \left[e^{(1-s)t} \Big|_0^{\infty} \right] \quad (3.45)$$

Al observar el exponente de la ecuación 3.45 se puede deducir que:

- Si $1 - s > 0$ o $s < 1$ la integral diverge.
- Si $s > 1$ la integral converge y la transformada es:

$$\mathcal{L}\{Ae^t\} = \frac{A}{s-1} \quad (3.46)$$

3.3.2. Transformada del escalón unitario

La función del escalón unitario está formada por la ecuación 2.11 y se representa en la figura 11. Para obtener su transformada se debe recordar que como el escalón unitario es una función compuesta se utilizará la transformada de Laplace en ambas partes de la función.

$$\mathcal{L}\{U(t)\} = \int U(t)e^{-st} dt \quad (3.47)$$

$$\int_{-\infty}^0 0(e^{-st}) dt + \int_0^{\infty} 1 * e^{-st} dt \quad (3.48)$$

Al observar la ecuación 3.48 se sabe que la primera integral da como resultado 0, así que se procede a resolver la segunda:

$$-\frac{1}{s} \left[e^{-st} \right]_0^{\infty} = -\frac{1}{s} (0-1) \quad (3.49)$$

$$\mathcal{L}\{U(t)\} = \frac{1}{s} \quad (3.50)$$

3.3.3. Transformada inversa de Laplace por medio del método Heaviside

Con la siguiente expresión se obtiene la transformada inversa de Laplace. Primero se factoriza el denominador:

$$I(s) = \frac{2s+3}{s^2+3s+2} = \frac{2s+3}{(s+1)(s+2)} \quad (3.51)$$

Al tener las expresiones multiplicadas se separan en diferentes fracciones con diferentes variables como numeradores:

$$I(s) = \frac{2s+3}{(s+1)(s+2)} = \frac{k_{11}}{s+1} + \frac{k_{21}}{s+2} \quad (3.52)$$

Se elige una variable en este caso k_{11} . No es obligatorio empezar con esa variable, pudo haber sido k_{21} . Se multiplica toda la expresión por el denominador de la variable elegida.

$$k_{11} = \frac{2s+3}{(s+1)(s+2)} * (s+1) \quad (3.53)$$

Para obtener el valor de la variable k_{11} se evalúa la ecuación 3.53 con el valor que hace 0 el denominador $s = -1$:

$$k_{11} = \frac{2s+3}{(s+2)} = \frac{2(-1)+3}{-1+2} = \frac{1}{1} = 1 \quad (3.54)$$

Con esto se obtiene que $k_{11} = 1$. Para obtener k_{21} se utiliza el mismo procedimiento:

$$k_{21} = \frac{2s+3}{(s+1)(s+2)} * (s+2) \quad (3.55)$$

Para que el denominador de k_{21} sea 0 $s = -2$:

$$k_{21} = \frac{2(-2)+3}{(-2+1)} = \frac{-1}{-1} = 1 \quad (3.56)$$

Con los valores de k_{11} y k_{21} se sustituye en la ecuación 3.52:

$$I(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+2} \quad (3.57)$$

Para obtener la transformada inversa se separa cada término de la ecuación 3.57 y se obtiene su inversa individualmente, con la tabla IV.

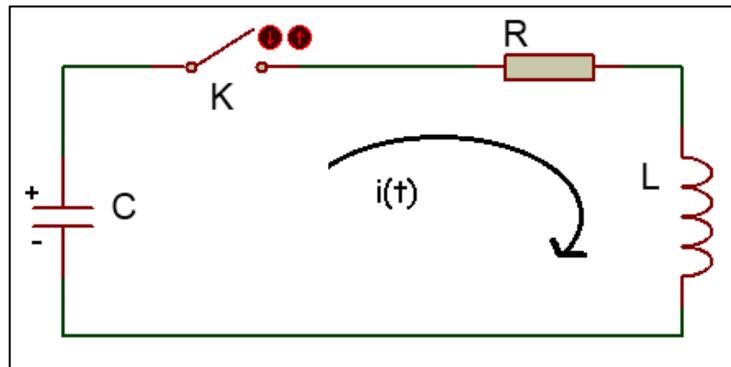
$$i(t) = e^{-t} + e^{-2t} \quad (3.58)$$

3.3.4. Resolución de circuito RLC con la transformada de Laplace sin fuente impulsora

En la figura 22 se muestra un circuito RLC en serie, en donde el capacitor está inicialmente cargado con un voltaje de 1V. El valor de la resistencia es de $R=2\Omega$, el del inductor es de $L=1H$ y el del capacitor $C=1/2F$.

El interruptor k se cierra en un tiempo $t=0$.

Figura 22. **Circuito RLC con capacitor cargado inicialmente**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

La ecuación diferencial para la corriente es:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = 0 \quad (3.59)$$

Ahora se obtiene la transformada de Laplace correspondiente:

$$L \left[sI(s) - i(0^-) \right] + RI(s) + \frac{1}{Cs} \left[I(s) + q(0^-) \right] = 0 \quad (3.60)$$

Como el interruptor k se abre en $t=0$, antes de esto no había corriente $i(0^-) = 0$. Como el capacitor C está inicialmente cargado en $t=0$ se comporta como una fuente de voltaje, ya que empieza a descargarse; por lo tanto:

$$\frac{q(0^-)}{Cs} = -\frac{V_0}{s} = -\frac{1}{s} \quad (3.61)$$

Se sustituyen los valores conocidos en la ecuación 3.60:

$$sI(s)+2I(s)+\frac{2I(s)}{s}-\frac{1}{s}=0 \quad (3.62)$$

Se despeja $I(s)$:

$$I(s)=\frac{s}{s(s^2+2s+2)}=\frac{1}{s^2+2s+2} \quad (3.63)$$

Se completa al cuadrado en el denominador de la ecuación 3.63:

$$I(s)=\frac{1}{(s+1)^2+1} \quad (3.64)$$

Aplicando la transformada inversa:

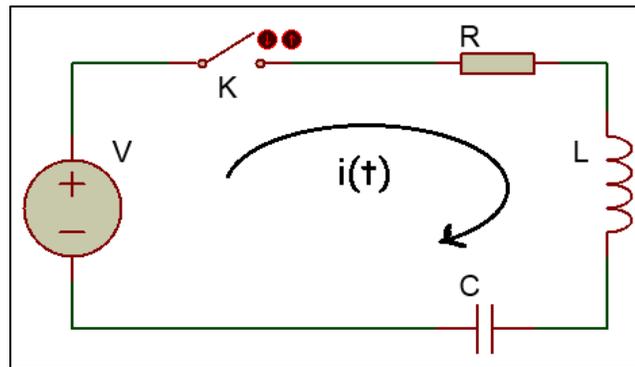
$$i(t)=e^{-t}\sin(t)*U(t) \quad (3.65)$$

El escalón unitario en la ecuación 3.65 indica que se aplica a todo $t > 0$.

3.3.5. Resolución de circuito RLC con la transformada de Laplace con fuente impulsora

En la figura 23 se presenta un circuito RLC en serie que tiene un interruptor que se abre en $t=0$. El valor de la resistencia es $R=3\Omega$, el del inductor es de $L=1H$, el capacitor $C=1/2F$, la fuente de voltaje es de $1V$.

Figura 23. **Circuito RLC en serie con fuente impulsora**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

La ecuación diferencial del circuito es:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = V \quad (3.66)$$

La ecuación 3.66 transformada es:

$$\frac{V}{s} = RI(s) + \frac{1}{C} \left[\frac{I(s)}{s} + \frac{q(0^-)}{s} \right] + L \left[sI(s) - i(0^-) \right] \quad (3.67)$$

Analizando el circuito se observa que antes de cerrar el interruptor k no hay ninguna corriente inicial por lo tanto $i(0^-) = 0$. Y sustituyendo los valores conocidos la ecuación 3.67 queda:

$$\frac{1}{s} = 3I(s) + \frac{2I(s)}{s} + sI(s) \quad (3.68)$$

Despejando I(s):

$$I(s) = \frac{1}{3s+2+s^2} = \frac{1}{(1+s)(2+s)} \quad (3.69)$$

Lo siguiente es descomponer I(s) en fracciones parciales y resolver por el método de Heaviside.

$$I(s) = \frac{k_1}{s+1} + \frac{k_2}{s+2} \quad (3.70)$$

Para obtener k_1 , la ecuación 3.69 se multiplica por $(s + 1)$ y se evalúa $s = -1$.

$$k_1 = \frac{1}{(s+1)(s+2)} * (s+1) \Big|_{s=-1} = \frac{1}{-1+2} = 1 \quad (3.71)$$

Para k_2 la ecuación 3.69 se multiplica por $(s + 2)$ y se evalúa $s = -2$.

$$k_2 = \frac{1}{(s+1)(s+2)} * (s+2) \Big|_{s=-2} = \frac{1}{-2+1} = -1 \quad (3.72)$$

Al sustituir las ecuaciones 3.71 y 3.72 en 3.70.

$$I(s) = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2} \quad (3.73)$$

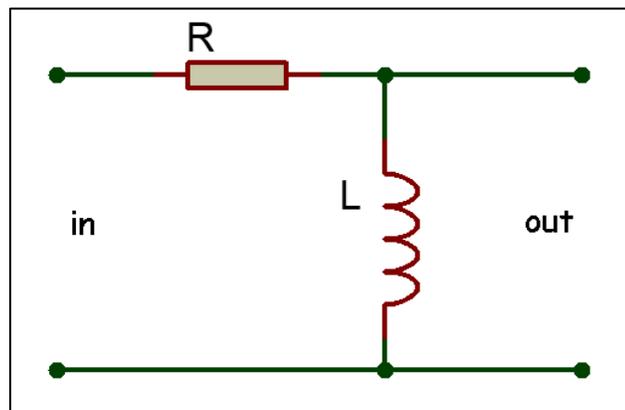
Se usa la transformada de Laplace para cada término de la ecuación 3.73, lo que queda como resultado la corriente en términos del tiempo.

$$i(t)=e^{-t}+e^{-2t} \quad (3.74)$$

3.4. Función de transferencia

Cuando se habla de función de transferencia se puede obtener varias de un solo sistema. A continuación se presentará un circuito RL y se obtendrá las diferentes funciones de transferencia.

Figura 24. **Circuito RL analizado para función de transferencia**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

3.4.1. Ganancia de voltaje

La ganancia de voltaje $G(s)$ se obtiene con la relación V_{out}/V_{in} , cada uno con sus transformadas de Laplace.

$$H(s)=G(s)=\frac{V_{out}}{V_{in}}=\frac{L\frac{di}{dt}}{Ri+L\frac{di}{dt}} \quad (3.75)$$

Se transforma tanto el denominador como el numerador.

$$H(s)=\frac{LsI(s)}{RI(s)+LsI(s)} \quad (3.76)$$

Se simplifica y multiplica tanto el numerador y el denominador por $1/L$:

$$H(s)=\frac{Ls}{R+Ls} * \frac{1/L}{1/L} \quad (3.77)$$

Da como resultado:

$$H(s)=\frac{s}{R/L+s} \quad (3.78)$$

La ecuación 3,78 es la ganancia de voltaje del circuito de la figura 24.

3.4.2. Impedancia

Para obtener la relación de la impedancia se sabe que: $z = \frac{v}{i}$

$$H(s)=Z(s)=\frac{V_{out}}{I_{in}}=\frac{L\frac{di}{dt}}{i} \quad (3.79)$$

Se obtiene la transformada:

$$H(s)=\frac{LsI(s)}{I(s)}=Ls \quad (3.80)$$

La ecuación 3.80 es la impedancia del circuito de la figura 24.

3.4.3. Admitancia

La relación de la admitancia es: $Y = \frac{i}{v}$

$$H(s)=Y(s)=\frac{I_{out}}{V_{in}}=\frac{i}{Ri+L\frac{di}{dt}} \quad (3.81)$$

Obteniendo la transformada:

$$H(s)=\frac{I(s)}{I(s)[R+Ls]}=\frac{1}{R+Ls} * \frac{1/L}{1/L} \quad (3.82)$$

$$H(s)=\frac{1/L}{R+sL} \quad (3.83)$$

La ecuación 3.83 es la admitancia del circuito de la figura 24.

3.4.4. Ganancia de corriente

La ganancia de corriente es: $\alpha = \frac{i_{out}}{i_{in}}$

$$H(s)=\alpha(s)=\frac{I_{out}}{I_{in}}=\frac{I(s)}{I(s)}=1 \quad (3.84)$$

La ecuación 3.84 es la ganancia de corriente del circuito de la figura 24.

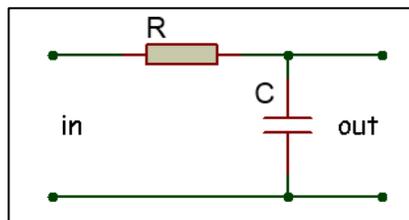
3.5. Polos y ceros

3.5.1. Resolución de circuito y obtener los polos y ceros

En el siguiente circuito (figura 25) se presenta un circuito RC y se obtiene su función de transferencia V_{out}/V_{in} . Con la función de transferencia se determina cuáles son los polos y se grafican los ceros y graficarlos en el plano complejo.

La resistencia tiene un valor de $R=1\Omega$ y el capacitor un valor de $C=1F$.

Figura 25. Circuito RC para obtener polos y ceros



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

$$H(s) = \zeta \left[\frac{\frac{1}{C} \int i dt}{Ri + \frac{1}{C} \int i dt} \right] = \frac{\frac{I(s)}{sC}}{\left(R + \frac{1}{sC}\right) I(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} \quad (3.85)$$

$$H(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{RsC + 1}{sC}} \quad (3.86)$$

$$H(s) = \frac{1}{RsC + 1} * \frac{1}{RC} = \frac{1}{RC} \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} \quad (3.87)$$

Con la función de transferencia (ecuación 3.87) se sustituyen los valores de R y C previamente dados:

$$H(s) = \frac{1}{s + 1} \quad (3.88)$$

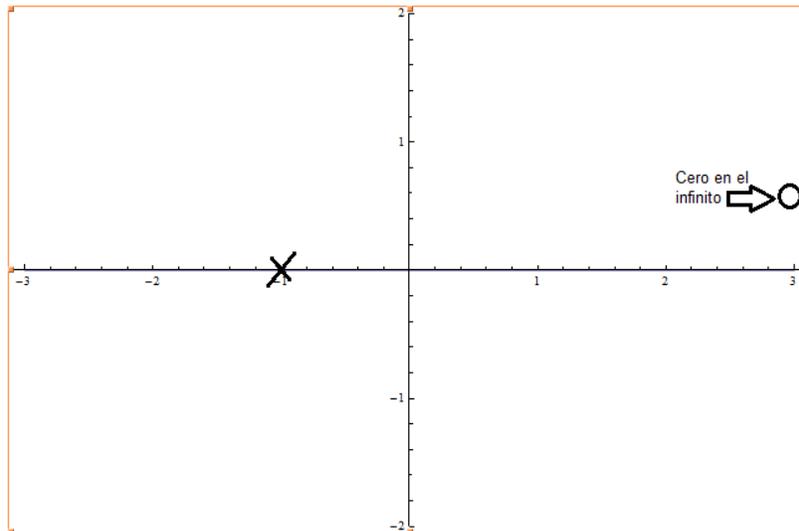
A simple vista, la función de transferencia (ecuación 3,88) es como si no tuviera cero, pero cada función de transferencia tiene la misma cantidad de ceros y de polos. Así, la ecuación 3,88 se debe arreglar para poder apreciar el cero. Se hace de la siguiente manera:

$$H(s) = \frac{1}{s + 1} * \frac{s}{s} = \frac{1}{s} \frac{s}{s + 1} \quad (3.89)$$

$$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{s}} \quad (3.90)$$

En la ecuación 3.90 se observa que el polo está en -1 y el cero en el infinito.

Figura 26. **Polos y ceros de la ecuación 3.90**



Fuente: elaboración propia, empleando Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0.

Con la figura 26 se puede observar que el sistema es estable, ya que su polo está del lado izquierdo del plano complejo.

3.5.2. Estabilidad de una función de transferencia con el teorema Routh-Hurwitz

Se presentan 2 funciones de funciones. Se busca obtener si es estable el sistema o no con el teorema Routh-Hurwitz.

$$p(s)=(s+1)(s+2)(s+3)(s+4) \quad (3.91)$$

Primero se pasa la función de transferencia a la forma:

$$p(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n \quad (3.92)$$

Así que $p(s)$ queda:

$$p(s) = s^4 + 10s^3 + 35s^2 + 50s + 24 \quad (3.93)$$

Se colocan los coeficientes de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l|l} s^4 & 1 \quad 35 \quad 24 \\ s^3 & 10 \quad 50 \\ s^2 & b_1 \quad b_2 \\ s^1 & c_1 \\ s^0 & d_1 \end{array}$$

Las siguientes son las fórmulas para obtener las variables:

$$b_1 = \frac{10 \cdot 35 - 1 \cdot 50}{10} = \frac{350 - 50}{10} = 30 \quad (3.94)$$

$$b_2 = \frac{10 \cdot 24 - 1 \cdot 0}{10} = \frac{240}{10} = 24 \quad (3.95)$$

$$c_1 = \frac{b_1 \cdot 50 - 24 \cdot 10}{b_1} = \frac{30 \cdot 50 - 24 \cdot 10}{30} = 42 \quad (3.96)$$

$$d_1 = \frac{c_1 \cdot b_2 - b_1 \cdot 0}{c_1} = \frac{42 \cdot 24 - 30 \cdot 0}{42} = 24 \quad (3.97)$$

Con todas las variables el arreglo queda:

$$\begin{array}{l|l} s^4 & 1 \quad 35 \quad 24 \\ s^3 & 10 \quad 50 \\ s^2 & 30 \quad 24 \\ s^1 & 42 \\ s^0 & 24 \end{array}$$

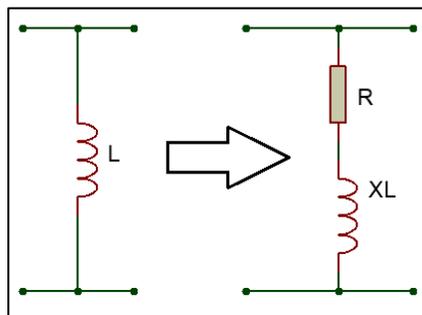
El arreglo no presenta ningún cambio de signo; por lo tanto, es estable.

3.6. Resonancia

3.6.1. Demostración de la impedancia en un circuito resonante en paralelo

En la práctica, la bobina tiene una resistencia en serie. Se debe analizar de esta forma, ya que no se puede quitar o simplificar con la resistencia de la fuente o del mismo sistema.

Figura 27. Representación real de una bobina



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

$$Z_{R-L} = R_1 + jX_L \quad (3.98)$$

Lo pasamos en términos de su admitancia:

$$Y_{R-L} = \frac{1}{Z_{R-L}} = \frac{1}{R_1 + jX_L} \quad (3.99)$$

Se separa la parte real y la parte imaginaria:

$$Y_{R-L} = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} - j \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} \quad (3.100)$$

Se deja el numerador de la parte real e imaginaria igual a 1.

$$Y_{R-L} = \frac{1}{\frac{R_1^2 + X_L^2}{R_1}} + \frac{1}{j \left(\frac{R_1^2 + X_L^2}{X_L} \right)} = \frac{1}{Z_{R-L}} \quad (3.101)$$

La ecuación 3.101 tiene la forma de ser un arreglo de resistencias en paralelo; por lo tanto, se puede separar en dos resistencias.

$$R_p = \frac{R_1^2 + X_L^2}{R_1} \quad (3.102)$$

Y

$$X_{L_p} = \frac{R^2 + X_L^2}{X_L} \quad (3.103)$$

3.6.2. Demostración de cómo se obtiene el ancho de banda

En un circuito resonante se tiene un valor máximo de corriente (cuando la frecuencia del sistema es igual a la frecuencia resonante) y a medida que se modifica la frecuencia del sistema, aumenta la impedancia. Se considera el límite o valor aceptado de corriente cuando disminuye un 0.707 de su máximo valor. Esto corresponde un incremento de $\sqrt{2}R$.

La magnitud de la impedancia Z_T es:

$$Z_T = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (3.104)$$

Se sustituye $\sqrt{2}R$ en Z_T .

$$\sqrt{2}R = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (3.105)$$

Se eleva al cuadrado cada lado:

$$2R^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \quad (3.106)$$

$$R^2 = (X_L - X_C)^2 \quad (3.107)$$

Se saca raíz cuadrada a cada lado:

$$R = X_L - X_C \text{ o } R - X_L + X_C = 0 \quad (3.108)$$

Primero se considera el caso en que $X_L > X_C$ que corresponde a w_2 o f_2 (figura 9). Se sustituye $w_2 L$ por X_L y $1/w_2 C$ por X_C .

$$R - w_2 L + \frac{1}{w_2 C} = 0 \quad (3.109)$$

$$R w_2 - w_2^2 L + \frac{1}{C} = 0 \quad (3.110)$$

$$w_2^2 - \frac{R}{L} w_2 - \frac{1}{LC} = 0 \quad (3.111)$$

Se resuelve con la función cuadrática:

$$w_2 = \frac{R}{2L} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}} \quad (3.112)$$

Se pasa en términos de la frecuencia:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{R}{2L} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}} \right] \quad (3.113)$$

El segundo término no tiene signo negativo porque siempre es mayor que el primero y esto daría como resultado una frecuencia negativa.

Ahora se considera $X_C > X_L$, el cual corresponde a w_1 o f_1 . Por lo tanto:

$$Z_T = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \quad (3.114)$$

Se utiliza el mismo método que con w_2 :

$$R = X_C - X_L \rightarrow R - X_C + X_L = 0 \quad (3.115)$$

$$R - \frac{1}{w_1 C} + w_1 L = 0 \quad (3.116)$$

$$R w_1 - \frac{1}{C} + w_1^2 L = 0 \quad (3.117)$$

$$w_1^2 + \frac{R}{L} w_1 - \frac{1}{LC} = 0 \quad (3.118)$$

Se resuelve con la fórmula cuadrática nos queda:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \left[-\frac{R}{2L} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}} \right] \quad (3.119)$$

La fórmula de ancho de banda es:

$$Bw = f_2 - f_1 \quad (3.120)$$

Se resta la ecuación 3.113 y la ecuación 3.119:

$$Bw = \frac{R}{2\pi L} \quad (3.121)$$

Se toma en cuenta que $1/2\pi = f_s/w_s$ y con la ecuación 2.33:

$$Bw = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \left(\frac{R}{L}\right) = \left(\frac{f_s}{w_s}\right) \left(\frac{w_s}{Q_s}\right) \quad (3.122)$$

Por lo tanto:

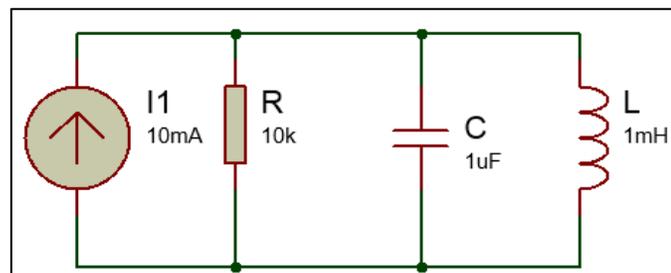
$$Bw = \frac{f_s}{Q_s} \quad (3.123)$$

3.6.3. Resolución de un circuito resonante en paralelo

Dada la red en paralelo de la figura 28 compuesta por elementos "ideales":

Determinar la frecuencia de resonancia. Encontrar la impedancia total en resonancia. Calcular el factor de calidad, el ancho de banda, y las frecuencias de corte f_1 y f_2 del sistema.

Figura 28. Circuito resonante en paralelo



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

Dado que la inductancia es ideal, la frecuencia resonante es:

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1\text{mH})(1\mu\text{F})}} = 5,03\text{kHz} \quad (3.124)$$

Para los elementos reactivos en paralelo:

$$Z_L \parallel Z_C = \frac{(X_L \angle 90^\circ)(X_C \angle -90^\circ)}{j(X_L - X_C)} \quad (3.125)$$

En resonancia $X_L = X_C$ da como resultado un 0 en el denominador de la ecuación 2.125 y una impedancia muy alta equivale a un circuito abierto. Por lo tanto:

$$Z_{T_p} = R_s \parallel Z_L \parallel Z_C = 10\text{k}\Omega \quad (3.126)$$

El factor de calidad es:

$$Q_p = \frac{R_s}{X_{L_p}} = \frac{R_s}{2\pi f L_p} = \frac{10\text{k}\Omega}{2\pi(5,03\text{kHz})(1\text{mH})} = 316,41 \quad (3.127)$$

El ancho de banda:

$$Bw = \frac{f_p}{Q_p} = \frac{5,03\text{kHz}}{316,41} = 15,90\text{Hz} \quad (3.128)$$

Para obtener f_1 se usa la ecuación 3.119:

$$f_1 = \frac{1}{4\pi\pi} \left[\frac{1}{R} - \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}} \right] = 5,025\text{kHz} \quad (3.129)$$

Para obtener f_2 se usa la ecuación 3.113:

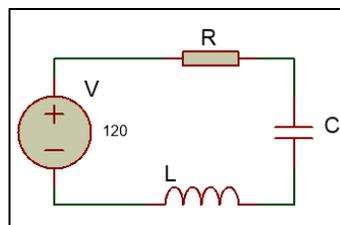
$$f_2 = \frac{1}{4\pi\pi} \left[\frac{1}{R} + \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}} \right] = 5,041\text{kHz} \quad (3.130)$$

3.6.4. Resolución de circuito resonante en serie

A continuación se presenta un circuito RLC en serie que tiene una frecuencia angular resonante de $\omega_s = 10^5 \text{rad/s}$. Tiene un ancho de banda de $Bw = 0,15\omega_s$ y una potencia de 16w de una fuente de 120V .

Determinar el valor de la resistencia R . Encontrar el ancho de banda en Hertz (Hz). Encontrar los valores nominales de L y C . Determinar el factor de calidad.

Figura 29. Circuito resonante en serie



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

Para obtener el valor de R se utiliza el voltaje y la potencia del sistema.

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{(120)^2}{16} = 900\Omega \quad (3.131)$$

Para el ancho de banda se convierte la frecuencia angular en frecuencia:

$$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{10^5}{2\pi} = 15915,49\text{Hz} \quad (3.132)$$

$$B_w = 0,15f_s = 0,15(15915,49) = 2387,32\text{Hz} \quad (3.133)$$

Ahora que se tiene el ancho de banda se puede calcular L por medio de la ecuación 2.35.

$$B_w = \frac{R}{2\pi L} \rightarrow L = \frac{R}{2\pi B_w} = \frac{900}{2\pi(2387,32)} = 60\text{mH} \quad (3.134)$$

Teniendo el valor de L, el valor de C se obtiene con la ecuación 2.23:

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 f_s^2 L} = 1,67\text{nF} \quad (3.135)$$

Para obtener el factor de calidad es:

$$Q_s = \frac{X_L}{R} = \frac{2\pi f_s L}{R} = \frac{2\pi(15915,49)(60\text{m})}{900} = 6,67 \quad (3.136)$$

3.7. Filtros eléctricos

3.7.1. Problema de ganancia de voltaje con decibeles

Obtenga la ganancia de voltaje en dB de un sistema donde el voltaje inicial v_i es de 2mV y el voltaje de salida v_o de 1.2V.

$$dB_v = 20 \log_{10} \frac{v_o}{v_i} \quad (3.137)$$

$$dB_v = 20 \log_{10} \frac{1,2V}{2mV} = 55,56dB \quad (3.138)$$

Para ganancia de voltaje de:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = 600 \quad (3.139)$$

3.7.2. Problema de voltajes con decibeles

Si un sistema tiene una ganancia de 36dB, obtenga el voltaje inicial v_i si el voltaje de salida v_o es de 6.8V.

Se usa la ecuación 3.137.

$$36 = 20 \log_{10} \frac{v_o}{v_i} \rightarrow 1,8 = \log_{10} \frac{v_o}{v_i} \quad (3.140)$$

Con antilogaritmo:

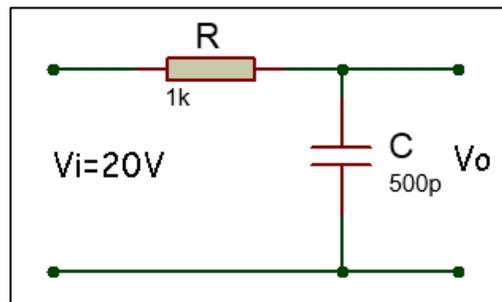
$$\frac{v_o}{v_i} = 63,096 \rightarrow v_i = \frac{v_o}{63,096} \quad (3.141)$$

$$v_i = 107,77\text{mV} \quad (3.142)$$

3.7.3. Problema de un filtro pasa-bajas RC

En la figura 30 se presenta un filtro pasa-bajas. Obtenga la frecuencia de corte, trazar el voltaje de salida v_o en función de la frecuencia y determinar el voltaje v_o a $f = 100\text{kHz}$ y 1MHz .

Figura 30. Filtro RC pasa-bajas



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

La frecuencia de corte se obtiene con la ecuación:

$$f_c = \frac{1}{2\pi R C} \quad (3.143)$$

Se sustituyen valores.

$$f_c = \frac{1}{2\pi(1k\Omega)(500pF)} = 318,31kHz \quad (3.144)$$

Para obtener la relación $v_o - f$ se utiliza el divisor de voltaje.

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-jX_C}{R - jX_C} \quad (3.145)$$

De la ecuación 3.145 se saca la magnitud del numerador y del denominador:

$$A_v = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \quad (3.146)$$

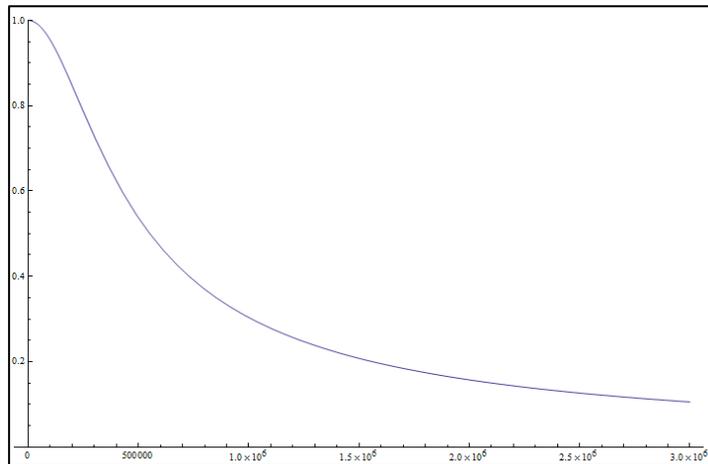
A la ecuación 3.146 se le deja el denominador igual a 1.

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} * \frac{1/X_C}{1/X_C} \quad (3.147)$$

$$v_o = \frac{v_i}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_C}\right)^2 + 1}} \quad (3.148)$$

Con la ecuación 3.148 se grafica la relación $v_o - f$.

Figura 31. **Relación vo-f del filtro RC pasa-bajas**



Fuente: elaboración propia, empleando Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0.

Ahora, para determinar el voltaje en una frecuencia en específica se utiliza la ecuación 3.148. Se obtiene primero el valor de X_C .

Primero con $f = 100\text{kHz}$.

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(100\text{k})(500\text{p})} = 3,18\text{k}\Omega \quad (3.149)$$

$$v_o = \frac{20}{\sqrt{\left(\frac{1\text{k}\Omega}{3,18\text{kHz}}\right)^2 + 1}} = 19,08\text{V} \quad (3.150)$$

Se repite el procedimiento se obtiene v_o para $f = 1\text{MHz}$.

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(1\text{M})(500\text{p})} = 0,32\text{k}\Omega \quad (3.151)$$

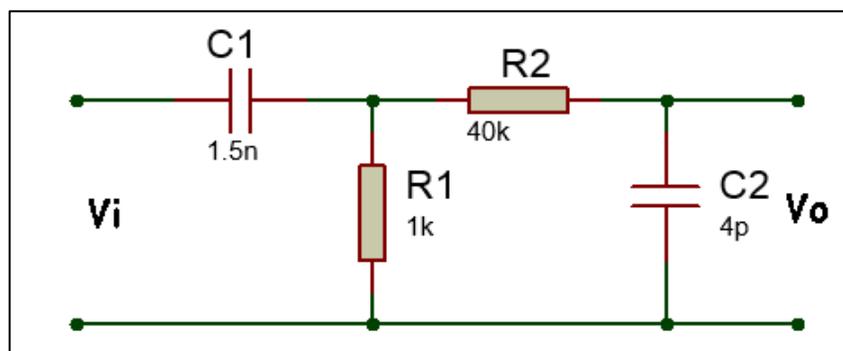
$$v_o = \frac{20}{\sqrt{\left(\frac{1\text{k}\Omega}{0,32\text{kHz}}\right)^2 + 1}} = 6,1\text{V} \quad (3.152)$$

Como se puede observar en la ecuación 3.150, el voltaje de salida es muy cercano al voltaje de entrada. Esto es debido a que la frecuencia no ha superado la frecuencia de corte, dando así un valor de voltaje alto. En cambio, al observar la ecuación 3.152, el voltaje ha disminuido considerablemente debido a que la frecuencia está alejada de la frecuencia de corte.

3.7.4. Problema de filtro pasa-banda RC

Con el filtro pasa-bandas de la figura 32, obtener las frecuencias de corte para los filtros pasa-bajos y pasa-altas. Trazar la relación $v_o/v_i - f$.

Figura 32. Filtro pasa-bandas RC



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

Como se puede apreciar en la figura 32, se encuentra un filtro pasa-bajas y un filtro pasa-altas, que en conjunto forman un filtro pasa-bandas. Por esto mismo, cada uno de estos filtros tiene una frecuencia de corte.

Para la frecuencia de corte se utiliza la ecuación 3.143 y se aplica para ambos filtros.

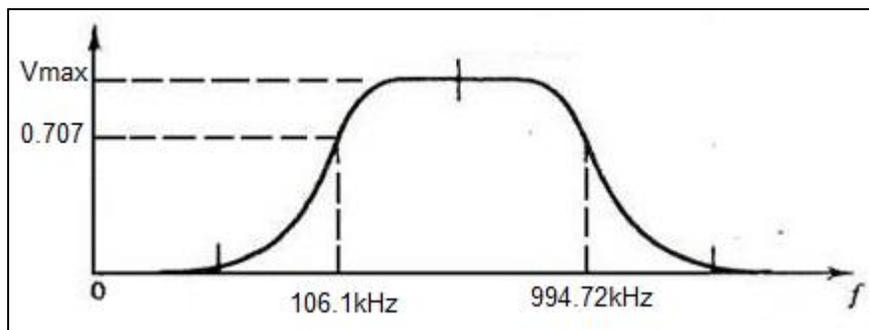
Filtro pasa-bajas:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi(40k)(4p)} = 994,72\text{kHz} \quad (3.153)$$

Filtro pasa-altas:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi(1k)(1,5n)} = 106,1\text{kHz} \quad (3.154)$$

Figura 33. **Representación gráfica de un filtro pasa-bandas**



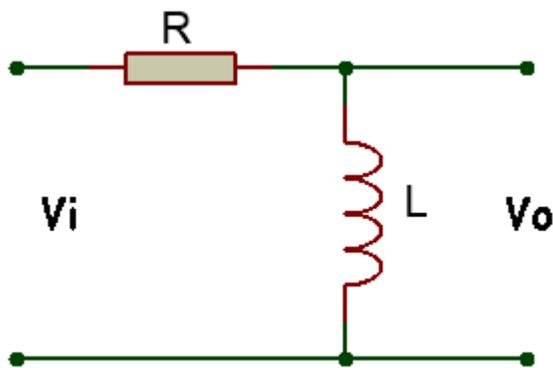
Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

Cuando se diseña un filtro pasa-bandas con base en un filtro basa-altas y pasa-bajas, se tiene que tener en cuenta que la frecuencia de corte del filtro pasa-altas debe ser menor a la del filtro pasa bajas. De esta forma se asegura que las frecuencias que están entre las dos de corte puedan tener su máxima amplitud y desciendan si sobrepasan estas mismas.

3.7.5. Ejemplo de diagrama de Bode

Se analizará un filtro pasa-altas RL de la figura 34.

Figura 34. Filtro pasa-altas RL



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

La ganancia de voltaje del filtro es:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{jX_L}{R + jX_L} * \frac{1/jX_L}{1/jX_L} = \frac{1}{\frac{R}{jX_L} + 1} \quad (3.155)$$

$$A_v = \frac{1}{1-j\frac{R}{2\pi\pi f}} = \frac{1}{1-j\left(\frac{R}{2\pi\pi}\right)\left(\frac{1}{f}\right)} \quad (3.156)$$

Se sustituye: $f_c = \frac{R}{2\pi L}$ nos queda:

$$A_v = \frac{1}{1-j\left(\frac{f_c}{f}\right)} \quad (3.157)$$

Se obtiene la magnitud del numerador y del denominador:

$$A_v = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (3.158)$$

A_v se pone en términos de dB.

$$A_{v\text{dB}} = 20\log_{10}(A_v) \quad (3.159)$$

Se sustituye la ecuación 3.158 en la ecuación 3.159.

$$A_v = 20\log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}\right) \quad (3.160)$$

$$A_v = 20\log(1) - 20\log\left(\sqrt{1+\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}\right) \quad (3.161)$$

En la ecuación 3.161 el primer término es 0, así que solo queda con el segundo y se utiliza las propiedades de los logaritmos:

$$A_v = -10 \log \left[1 + \left(\frac{f_c}{f} \right)^2 \right] \quad (3.162)$$

Para la ecuación 3.162 se harán dos análisis:

Primero para frecuencias $f \ll f_c$ o $\left(\frac{f_c}{f} \right)^2 \gg 1$.

$$1 + \left(\frac{f_c}{f} \right)^2 \cong \left(\frac{f_c}{f} \right)^2 \quad (3.163)$$

Ahora la ecuación 3.163 se sustituye en A_v .

$$A_v = -10 \log \left(\frac{f_c}{f} \right)^2 = -20 \log \left(\frac{f_c}{f} \right) \quad (3.164)$$

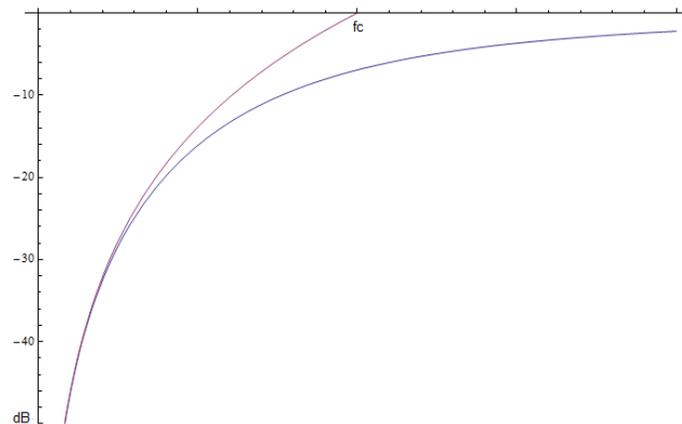
Utilizando propiedades de los logaritmos:

$$A_v = 20 \log \left(\frac{f}{f_c} \right) \quad (3.165)$$

Ahora se usa el siguiente análisis $f \gg f_c$ y $f_c/f \cong 0$.

$$A_v = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1+0}} \right) = 20 \log(1) = 0 \quad (3.166)$$

Figura 35. **Representación de diagrama de Bode**



Fuente: elaboración propia, empleando Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versión 9.0.

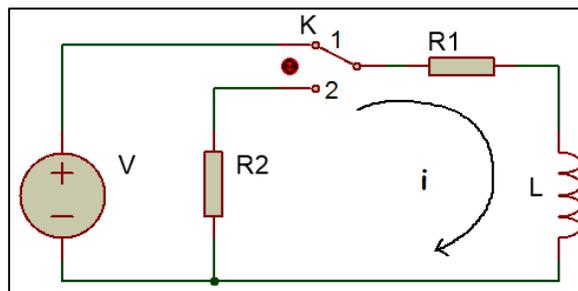
Con la figura 35 se puede observar que el diagrama de bode (color morado) se aproxima a respuesta real (color azul). Por lo tanto se puede utilizar y tener una buena idea de cómo será el comportamiento de un sistema.

4. EVALUACIONES

4.1. Ejercicios por resolver

- 4-1 en el circuito RL de la figura 36, establecido en el estado permanente cambia la posición del interruptor K de la posición 1 a la posición 2. Encontrar la solución particular para la corriente $i(t)$.

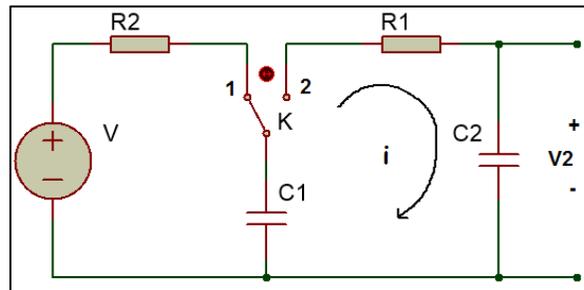
Figura 36. Circuito para problema 4-1



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

- 4-2 para el circuito de la figura 37, el interruptor K se ha mantenido en la posición 1 por bastante tiempo, en el instante $t = 0$ cambia su posición de 1 a 2. El capacitor C2 se encuentra descargado en $t = 0$. Encontrar la solución particular de $i(t)$ cuando $t > 0$.

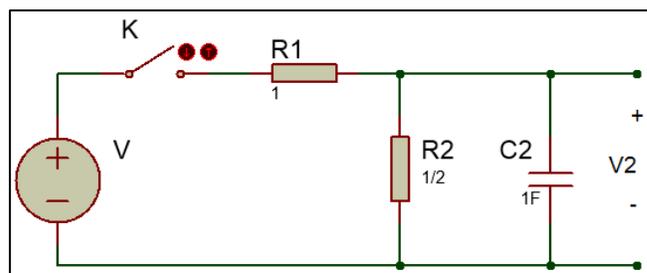
Figura 37. **Circuito para problema 4-2 y 4-3**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

- 4-3 a partir del circuito de la figura 37 se obtiene $V_2(t)$ cuando $t > 0$.
- 4-4 en el siguiente circuito, el interruptor K se cierra en $t = 0$; la fuente tiene un voltaje $v = e^{-t}$ a una red RC. Cuando el interruptor se cierra se observa que $v_C = 0,5V$. Determinar el valor de $v_2(t)$.

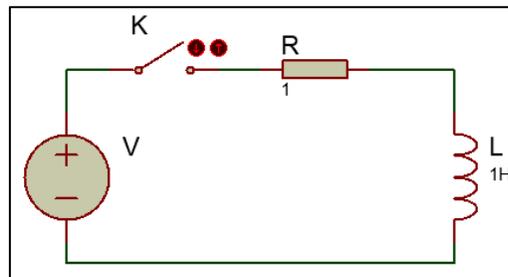
Figura 38. **Circuito para problema 4-4**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

- 4-5 en la red que se muestra a continuación, el voltaje corresponde a $v(t) = Ve^{-\alpha t}$, en donde α es una constante. Determinar la corriente cuando $\alpha \neq R/L$ y cuando $\alpha = R/L$. El interruptor se cierra en $t = 0$.

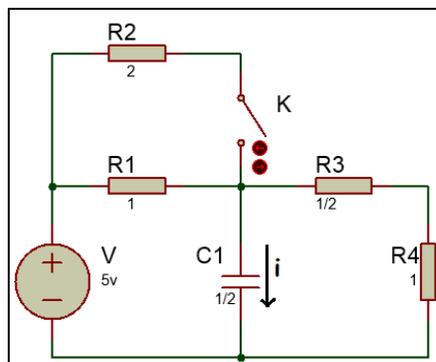
Figura 39. **Circuito para problema 4-5**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

- 4-6 la red de la siguiente figura se encuentra en estado permanente, con el interruptor K abierto. En el instante $t = 0$, trazar el comportamiento de la corriente que circula por el capacitor C.

Figura 40. **Circuito para problema 4-6**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

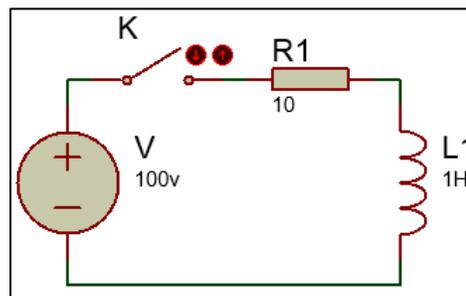
- 4-7 se encuentra la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales.

$$(a) \quad \frac{d^2i}{dt^2} + 3\frac{di}{dt} + 2i = 0$$

$$(b) \quad \frac{d^2i}{dt^2} + 5\frac{di}{dt} + 6i = 0$$

- 4-8 en el siguiente circuito, el interruptor K se cierra para $t = 0$ con una corriente de 0A en el inductor. Se determinan los valores de v y di/dt y d^2i/dt^2 en $t = 0^+$.

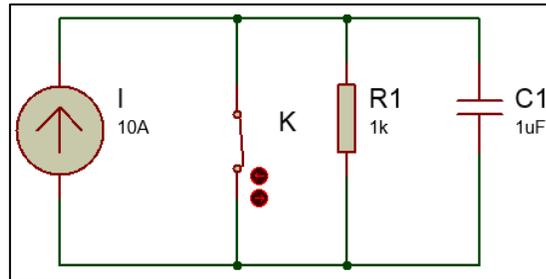
Figura 41. **Circuito para problema 4-8**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

- 4-9 en el siguiente circuito el interruptor K se abre en $t = 0$. Determina. v dv/dt y d^2v/dt^2 .

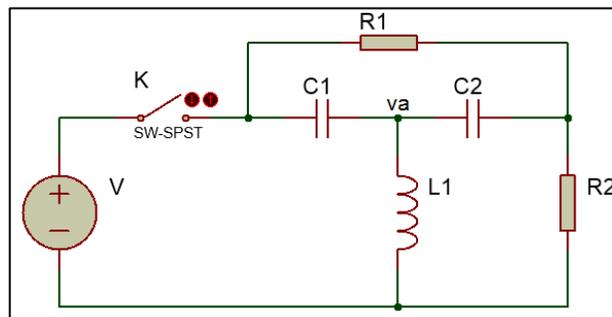
Figura 42. **Circuito para problema 4-9**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

- 4-10 para el siguiente circuito el interruptor K se cierra en $t = 0$, conectando la fuente de voltaje a un circuito no energizado. Se encuentra el voltaje v_a en $t = 0^+$. Se determina el voltaje a través del capacitor C2 en $t = 0^+$.

Figura 43. **Circuito para problema 4-10**

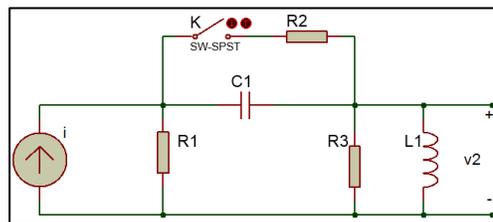


Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

- 4-11 en la siguiente red, se llega al estado permanente con el interruptor K cerrado y la fuente de corriente $i = I_0$ como una constante.

Se determina $v_2(0^-)$, $v_2(0^+)$ y $(dv_2/dt)(0^+)$ cuando en $t = 0$ se abre el interruptor.

Figura 44. **Circuito para problema 4-11**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

Con el teorema de la transformada de Laplace, se encuentran las transformadas de las siguientes funciones:

4-12 $f(t) = 2t^4$

4-13 $f(t) = e^t \sin(t)$

Se usa la tabla IV de la transformada de Laplace y se realiza la antitransformada de las siguientes funciones:

4-14 $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\}$

4-15 $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s+1}{s^2+2} \right\}$

Se desarrollan las siguientes funciones como funciones parciales:

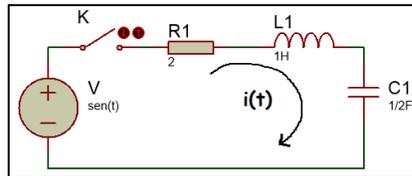
$$4-16 \quad F(s) = \frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)}$$

$$4-17 \quad F(s) = \frac{2(s+1)}{s^2+1}$$

$$4-18 \quad F(s) = \frac{s+4}{s(s+10)}$$

- 4-19 en el circuito RLC de la siguiente figura, el voltaje aplicado es de $v(t) = \sin(t)$ para todo $t > 0$. Calcular $i(t)$ teniendo en cuenta que el interruptor K en $t = 0$.

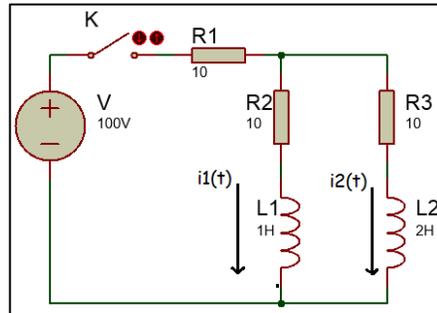
Figura 45. **Circuito para problema 4-19**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

- 4-20 en la siguiente figura se muestra un circuito donde el interruptor K se cierra en $t = 0$, sin haber estado energizado antes. Se encuentran las dos corrientes $i_1(t)$ y $i_2(t)$.

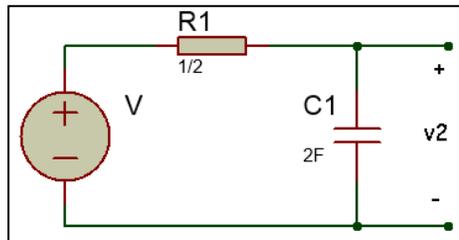
Figura 46. **Circuito para problema 4-20**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

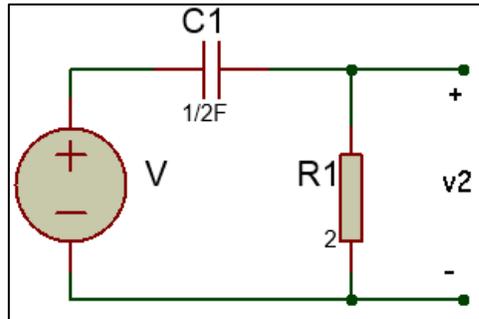
- 4-21 en las figuras 47, 48 se determina la función de transferencia V_{out}/V_{in} , V_{out}/I_{in} y I_{out}/I_{in} de cada circuito.

Figura 47. **Circuito RC, problema 4-21 (a)**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

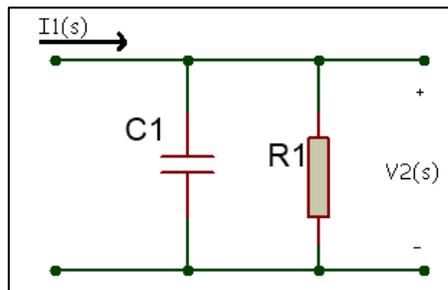
Figura 48. **Circuito RC, problema 4-21 (b)**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

- 4-22 para la red que se muestra en la siguiente figura, se determina $H(s) = v_2/I_1$.

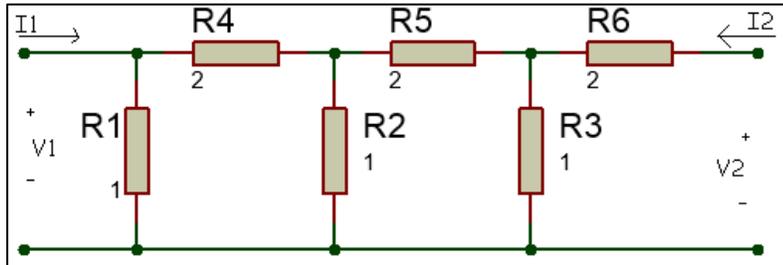
Figura 49. **Circuito para problema 4-22**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

- 4-23 para la siguiente red resistiva se encuentra: V_2/V_1 , V_2/I_1 , I_2/V_1 y I_2/I_1

Figura 50. **Circuito resistivo para problema 4-23**

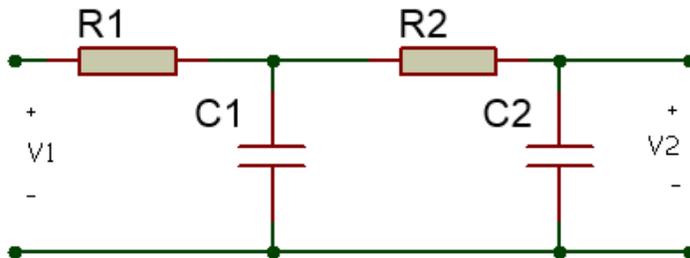


Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

- 4-24 para la siguiente red RC se demuestran que:

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{R_1 R_2 C_1 C_2}{R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2} s + \frac{R_1 R_2 C_1 C_2}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Figura 51. **Circuito RC para problema 4-24**



Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

Graficar los polos y los ceros de las siguientes funciones y determinar si la función es estable.

$$4-25 \quad p(s) = \frac{5s}{(s+1)(s+3)}$$

$$4-26 \quad p(s) = \frac{s+1}{s}$$

$$4-27 \quad p(s) = \frac{(s+10)(s^2+1)}{(s+6)s}$$

Con base en el criterio Routh-Hurwitz en las siguientes funciones, determinar: el número de raíces con partes reales positivas, el número de raíces con partes reales nulas y el número de raíces con partes reales negativas.

$$4-28 \quad 4s^3 + 7s^2 + 7s + 2 = 0$$

$$4-29 \quad s^5 + 2s^4 + 2s^3 + 4s^2 + 11s + 10 = 0$$

En los siguientes problemas, se encuentra la resonancia para un circuito RLC:

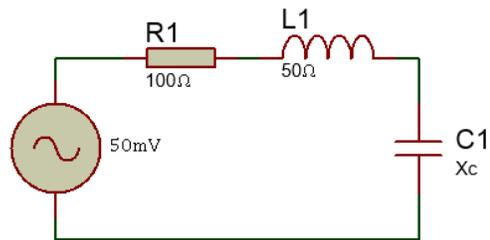
$$4-30 \quad R=10\Omega, L=1\text{H y } C=16\mu\text{F.}$$

$$4-31 \quad R=300\Omega, L=0.5\text{H y } C=0.16\mu\text{F}$$

Resuelva los siguientes circuitos en resonancia:

4-32 en la siguiente figura se muestra un circuito resonante. Determinar el valor X_c para la resonancia y el factor de calidad.

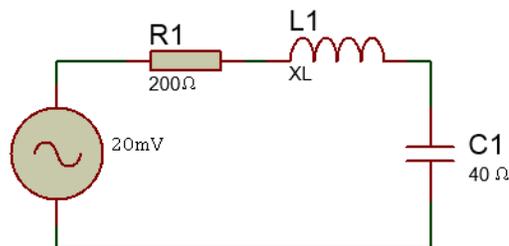
Figura 52. **Circuito para problema 4-32**



Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

4-33 en el siguiente circuito, se determina el valor X_L para la resonancia y el factor de calidad.

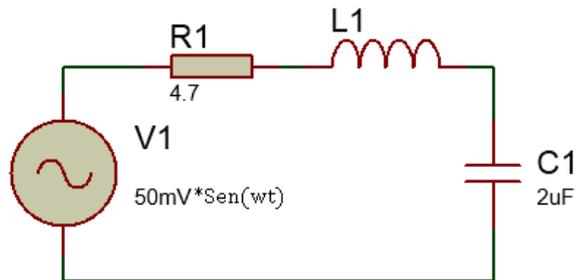
Figura 53. **Circuito para problema 4-33**



Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

4-34 para el siguiente circuito resonante, se determina el valor de L en Henrios si la frecuencia de resonancia es de 1800Hz. Determinar el valor de X_L y X_C , calcule el factor Q y el ancho de banda.

Figura 54. **Circuito para problema 4-34**



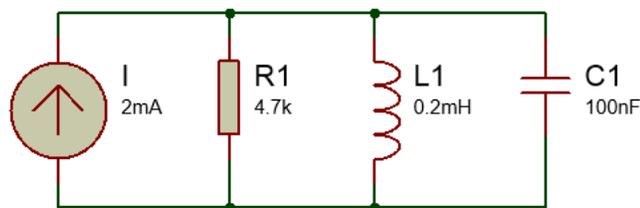
Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

4-35 encontrar el ancho de banda de un circuito resonante en serie cuando su frecuencia en resonancia es de 10000kHz y el factor Q es de 15. Encontrar las frecuencias de corte.

4-36 las frecuencias de corte de un circuito resonante en serie son 5000Hz y 7500Hz. Encontrar el ancho de banda y la frecuencia de resonancia si el factor Q es de 9.5.

4-37 para la siguiente figura, el circuito resonante en paralelo es ideal. Determinar la frecuencia resonante.

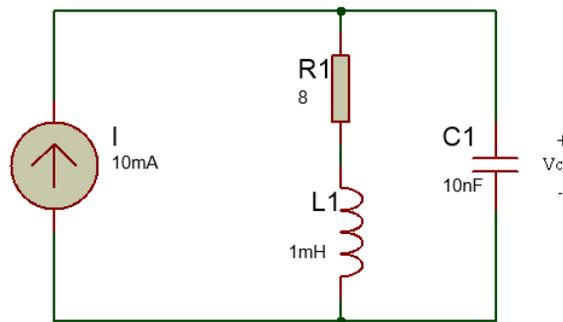
Figura 55. **Circuito para problema 4-37**



Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

4-38 para el siguiente circuito resonante en paralelo determine f_p ; luego, obtenga la frecuencia de resonancia ideal y compararlas. Obtener el factor Q. Determinar el voltaje del capacitor V_C en resonancia.

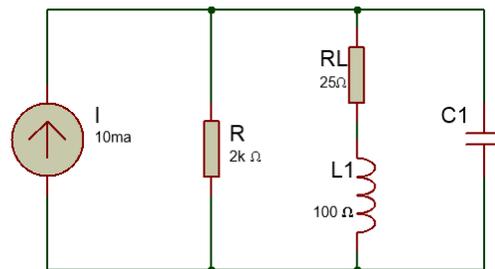
Figura 56. **Circuito para problema 4-38**



Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

4-39 en el siguiente circuito resonante en paralelo, determinar el valor de X_C en resonancia f_p . Si la frecuencia de resonancia es de 30,000Hz, encontrar el valor de L y C en resonancia.

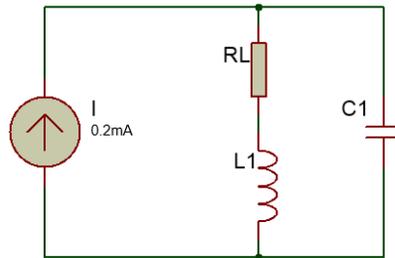
Figura 57. **Circuito para problema 4-39**



Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

4-40 en la siguiente figura se desea que se diseñe el circuito para que tenga las siguientes características: $BW = 1000\text{Hz}$, $Q = 30$ y $V_C = 1,8\text{V}$ en resonancia.

Figura 58. **Circuito para problema 4-40**



Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 profesional.

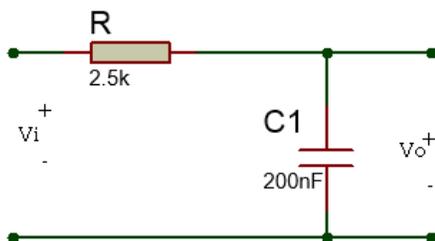
4-41 si se tiene una bocina de 10W y se cambia por una de 150W. ¿Cuál es el incremento en el nivel en términos de dB?

4-42 se encuentra el nivel de ganancia en dB si un amplificador recibe un voltaje de 4mV y lo convierte en 25mV.

4-43 obtener el voltaje de salida si un amplificador recibe una señal de 20mV y tiene una ganancia en dB de 22dB.

4-44 dado el siguiente circuito, determinar v_o/v_i en términos de la frecuencia.

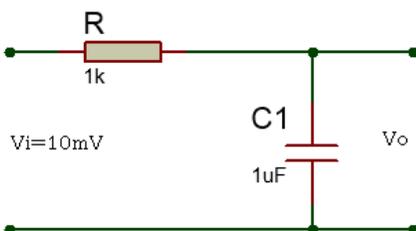
Figura 59. **Circuito para problema 4-44**



Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

4-45 Dado el siguiente circuito, determinar el valor de V_o a una frecuencia de una octava por encima de la frecuencia de corte, y el voltaje V_o a una frecuencia de una décima por debajo de la frecuencia de corte.

Figura 60. **Circuito para problema 4-45**



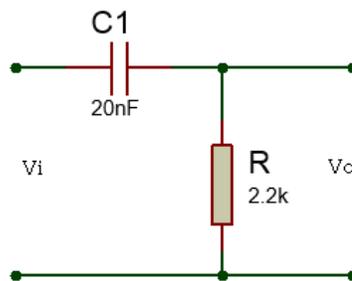
Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

4-46 diseñar un filtro pasa-bajas RC que tenga una frecuencia de corte de 1kHz y un capacitor de $C=200\mu\text{F}$. Luego trazar una gráfica de $V_o - f$.

4-47 Con el siguiente circuito, trace $A_v = V_o/V_i$ en función de la frecuencia usando una escala logarítmica. Determinar el valor de A_v una

octava por encima y por debajo de f_c y una década por encima y por debajo de f_c .

Figura 61. **Circuito para problema 4-47**

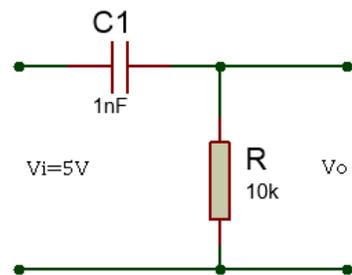


Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

4-48 diseñar un filtro pasa-altas RC que tenga una frecuencia de corte de 5kHz con una resistencia de $R=1k\Omega$. Trazar la gráfica $A_v - f$.

4-49 con el siguiente filtro determinar el valor de V_o a una frecuencia de 10 octavas encima y debajo de la frecuencia de corte f_c .

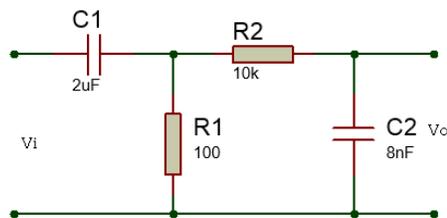
Figura 62. **Circuito para problema 4-49**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 professional.

4-50 con el siguiente filtro pasa-bandas, trace la respuesta en frecuencia $A_v = V_o/V_i$ en una escala logarítmica que se extiende de 10Hz a 10kHz. ¿Cuál es el ancho de banda y la frecuencia central?

Figura 63. **Circuito para problema 4-50**

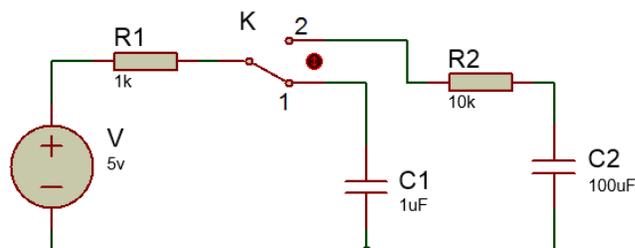


Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

4.2. Laboratorios

4-51 en la siguiente figura se muestra un circuito. El interruptor K se encuentra en la posición 1 en un estado permanente. En el instante $t = 0$ el interruptor pasa a la posición 2, trazar la relación $v - i$ a partir de $t = 0$.

Figura 64. **Circuito para ejercicio 4-51**



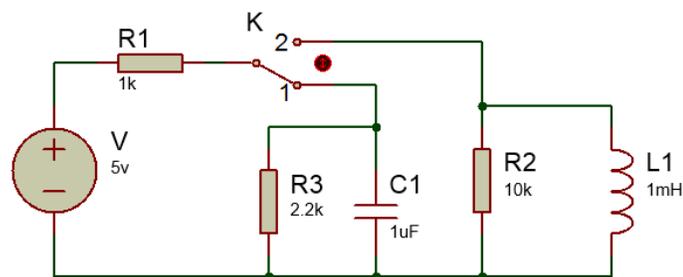
Fuente: elaboración propia, con el programa Proteus 8 professional.

- Resuelva el circuito y trace la grafica $v - i$.
- Utilizando su simulador de circuitos favorito diseñe y simule el circuito de la figura 64 se utiliza la opción de osciloscopio para observar la corriente.

Comparar los dos resultados y describir si es diferente la simulación a la teoría o si tienen similitud, en qué difieren.

4-52 en el siguiente circuito constará de dos etapas, ambas se graficarán. El circuito se encuentra en estado permanente y el interruptor K en la posición 1. En $t = 0$ el interruptor cambia a la posición 2.

Figura 65. **Circuito para problema 4-52**



Fuente: elaboración propia con el programa Proteus 8 profesional.

- Primero, graficar la corriente que pasa por el capacitor C1 y la resistencia R3 en $t > 0$. Esta etapa es de descarga.
- Luego graficar la corriente que pasa por la inductancia L1 y la resistencia R2 en $t > 0$. Esta etapa es de carga.
- Realizar estas etapas de forma teórica y utilizando un simulador de circuitos en la opción de osciloscopio.

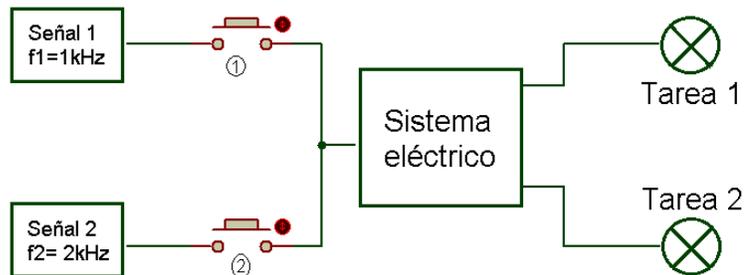
4-53 con una resistencia $R=10k\Omega$ diseñe un filtro RC pasa-bajas que tenga una frecuencia de corte $f_c = 5kHz$. Utilizando un generador de señales agregue un voltaje de entrada de $V_i = \sin 2\pi ft$ y modifique la frecuencia de 10Hz hasta 10kHz. Graficar el comportamiento del circuito $V_o - f$ con la ayuda de un osciloscopio.

4-54 con una resistencia $R=5k\Omega$ y un capacitor $C=2nF$, determinar teóricamente la frecuencia de corte f_c . Con ayuda de un generador de señales agréguele un voltaje de entrada V_i con la frecuencia variable. Con un osciloscopio, póngalo para ver el voltaje de salida V_o . Graficar los resultados y compare la frecuencia de corte real con la teórica.

4-55 teóricamente diseñe un filtro pasabandas RC con $f_1 = 2kHz$ y $f_2 = 8kHz$. Después de diseñarlo, ármalo utilizando un generador de señales para V_i y un osciloscopio para observar V_o . ¿Fueron las mismas frecuencias f_1 y f_2 teóricamente y en la práctica?. Si no lo fueron, ¿por qué sucede esto?

4-56 diseñe un sistema eléctrico que corresponde a la siguiente figura, tenga en cuenta que las señales 1 y 2 están conectadas a un *push button* y conectadas al sistema en la misma entrada. Cuando se presiona el *push button 1* se activa la tarea 1 y cuando se presiona el *push button 2* se activa la tarea 2.

Figura 66. Laboratorio 4-56



Fuente: elaboración propia.

4-57 Un ecualizador es un dispositivo que modifica el volumen del contenido en frecuencias de la señal que procesa. Diseñar e implementar un circuito eléctrico que pueda usarse para dividir las frecuencias graves (16 – 256Hz), frecuencias medias (256 – 2000Hz) y frecuencias agudas (2000 – 160000Hz).

4-58 Una persona cuenta con un aparato que es delicado con los armónicos que vienen del toma corrientes, así que lo contrata a usted para que le diseñe un circuito supresor de armónicos. Se utilizará elementos pasivos. Hacer el diseño primero teórico y luego impleméntelo. Recuerde que la frecuencia del toma corrientes es 60Hz.

4-59 La modulación OOK consiste en tener una señal con determinada frecuencia (para este ejemplo será $f=10\text{kHz}$). Cuando la señal digital es un 1 lógico y no hay señal (o voltios) cuando es un 0 lógico. Para el receptor se necesita primeramente un circuito que acepte la señal para que luego esta señal sea leída digitalmente. Diseñar un filtro que acepte la señal modulada y que tenga un ancho de banda de 2kHz.

CONCLUSIONES

Al finalizar el curso, los estudiantes y personas interesadas estarán en capacidad de demostrar lo aprendido de forma virtual en el curso Circuitos Eléctricos 2 de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala.

1. La celeridad con que vive la mayoría de la población hace necesario la educación a distancia en distintas disciplinas.
2. Las universidades a nivel mundial le están apostando a dedicarle una buena parte de tiempo a la educación virtual.
3. Permite a los usuarios del curso llevar su propio ritmo de aprendizaje.
4. La formación audiovisual (videos) permite fijar el conocimiento de mejor forma.
5. Por poseer un alto contenido de fórmulas, teorías, teoremas y flujos gráficos, lo virtual facilita la presentación de las fórmulas.

RECOMENDACIONES

1. Capacitar a los estudiantes del curso de Circuitos Eléctricos 2 con los conocimientos requeridos, como la transformada de Laplace, análisis de circuitos y conocimiento general en componentes electrónicos.
2. Dedicar un tiempo prudente en el estudio del curso de Circuitos Eléctricos 2, ya que este curso establece las bases de varios cursos a lo largo de las carreras Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Mecánica Eléctrica.
3. Realizar los ejercicios propuestos y los laboratorios del capítulo 4 al finalizar todo el contenido de los capítulos 2 y 3 y de existir dudas resolverlas con un profesional sobre el tema.
4. Capacitar a los catedráticos para que puedan enseñar la metodología del curso en línea a todo estudiante que no haya llevado un curso en línea o que tenga alguna duda.

BIBLIOGRAFÍA

1. ALEXANDER, Charles K. *Fundamentos de circuitos eléctricos*. 3a ed. México: McGraw-Hill, 2006. 1051 p.
2. BOYLESTAD, Robert. *Introducción al análisis de circuitos*. 10a ed. México: Educación Pearson, 2003. 1228 p.
3. Electrónica Unicrom. *Resonancia en un circuito RLC serie*. [en línea]. <<http://unicrom.com/resonancia-en-un-circuito-rlc-serie/>> [Consulta: 1 de abril 2017].
4. _____. *Resonancia en un circuito RLC paralelo*. [en línea]. <<http://unicrom.com/resonancia-en-un-circuito-rlc-paralelo/>> [Consulta: 2 de abril 2017].
5. Grupo de investigación educación en ambientes virtuales. *Un modelo para la educación en ambientes virtuales*. 2006. 360 p.
6. HERNANDEZ, Stefany. *El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje*. 2008. 10 p.
7. Innovación y experiencias educativas. *Importancia de las TIC para la educación*. [en línea]. <http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_15/MARIA%20DOLORES_ALCANTARA_1.pdf>. [Consulta: 7 de febrero 2016].

8. Servicio Nacional de Aprendizaje, SENA. *Formación de ambientes virtuales de aprendizaje*. [en línea]. <http://sis.senavirtual.edu.co/inducccion/imagenes/SENA_AVA.pdf>. [Consulta: 19 de marzo 2016].
9. Universidad del Norte. *Programa de aula virtual modelo pedagógico*. [en línea]. <http://sis.senavirtual.edu.co/inducccion/imagenes/SENA_AVA.pdf> [Consulta: 30 de marzo 2016].
10. VAN VALKENBURG, Mac Elwyn. *Análisis de redes*. 3a ed. México: Arte y Fotografía, 1986. 637 p.
11. ZILL, Dennis. *Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera*. 7a ed. México: 2005. 613 p.

APÉNDICES

Apéndice 1. Ejemplo de animación en Wolfram Mathematica

Se tiene un circuito eléctrico RL en descarga. La fórmula es:

$$i(t) = \frac{V}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

El valor del voltaje es de 5v, la inductancia de 1H, la resistencia se modificará de 1 a 2 Ω .

Primero se declaran las constantes:

$$V=5;$$

$$L=1;$$

Se utiliza el comando Plot para graficar. El comando PlotRange se utiliza para asignar el rango de la gráfica y el comando Manipulate para modificar valores (en este caso el valor de la resistencia).

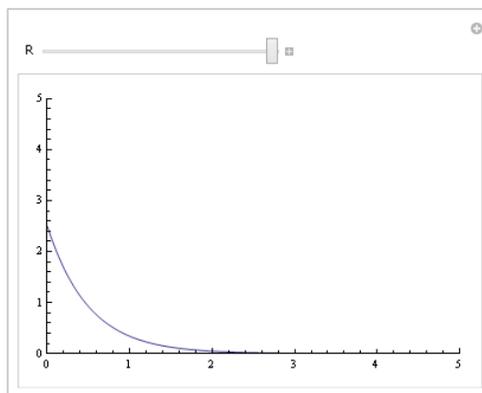
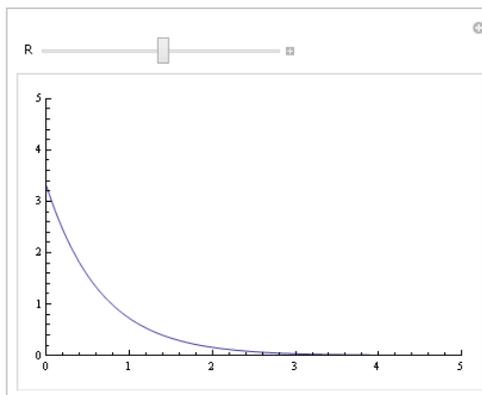
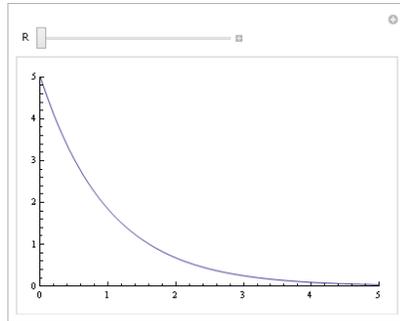
$$\text{Manipulate}[\text{Plot}[\frac{V}{R} e^{-\frac{R}{L}t}, \{t, 0, 20\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{\{0, 5\}, \{0, 5\}\}], \{R, 1, 2\}]$$

Imágenes de la gráfica la animación en Wolfram Mathematica

Continuación del apéndice 1.

$V = 5;$
 $L = 1;$

`Manipulate[Plot[$\frac{V}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$, {t, 0, 20}, PlotRange -> {{0, 5}, {0, 5}},
{R, 1, 2}]`



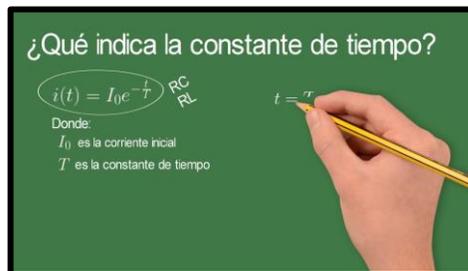
Fuente: elaboración propia.

Apéndice 2. Videos del curso de Circuitos Eléctricos 2

Video régimen transitorio para circuitos RL y RC, hecho en VideoScribe y editado en Camtasia Studio.



Video constantes de tiempo, hecho en VideoScribe y editado en Camtasia Studio.

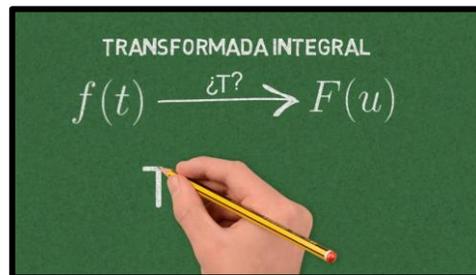


Video circuitos RLC, hecho en VideoScribe y editado en Camtasia Studio.

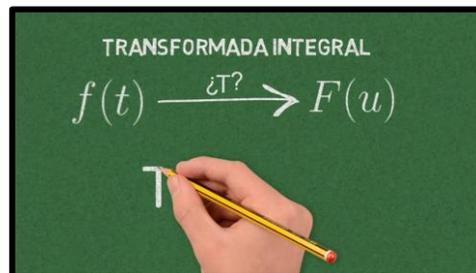


Continuación del apéndice 2.

Video transformada de Laplace, hecho en VideoScribe y editado en Camtasia Studio.



Video transformada de Laplace, hecho en VideoScribe y editado en Camtasia Studio.



Fuente: elaboración propia.